Dr. Ir. Agus Wibowo, M.Kom, M.Si, MM

STATISTIK PROBABILITAS

YAYASAN PRIMA AGUS TEKNIK

STATISTIK PROBABILITAS

Penulis :
Dr. Ir. Agus Wibowo, M.Kom., M.Si., MM.

ISBN : 9 786238 120048

Editor :
Dr. Joseph Teguh Santoso, S.Kom., M.Kom.

Penyunting :
Dr. Mars Caroline Wibowo. S.T., M.Mm.Tech

Desain Sampul dan Tata Letak :
Irdha Yunianto, S.Ds., M.Kom.

Penebit :
Yayasan Prima Agus Teknik Bekerja sama dengan
Universitas Sains & Teknologi Komputer (Universitas STEKOM)

Redaksi :
Jl. Majapahit no 605 Semarang
Telp. (024) 6723456
Fax. 024-6710144
Email : penerbit_ypat@stekom.ac.id

Distributor Tunggal :
Universitas STEKOM
Jl. Majapahit no 605 Semarang
Telp. (024) 6723456
Fax. 024-6710144
Email : info@stekom.ac.id

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan penulis hanturkan bahwa buku yang berjudul ***"Statistik Probabilitas"*** telah terselesaikan dengan baik. Yang dimaksud statistik adalah sebuah ilmu yang mempelajari tentang cara mengumpulkan, analisis, interpretasi dan presentasi data hingga perencanaan. Sedangkan probabilitas berarti pengukuran suatu kejadian secara acak yang terkonsep dalam suatu nilai. Dari uraian diatas yang dimaksud statistik probabilitas adalah suatu ilmu yang menaungi tentang pengumpulan hingga analisis data yang terkonsep hingga menemukan perhitungan kemungkinan data yang muncul dalam pengolahan dan analisis kumpulan data. Buku ini memberikan ilmu dan pemahaman tentang statistika dasar, probabilitas dan Statistik probabilitas. Penulis berharap buku ini dapat digunakan sebagai salah satu acuan ataupun pedoman bagi mahasiswa maupun pembaca umum dalam keilmuan terutama dalam bidang statistika.

Buku ini dibagi dalam 10 bab, dalam setiap bab pada buku ini juga disertai dengan latihan soal, yang diharapkan dapat mematangkan pembaca pada materi di setiap babnya. Diakhir buku ini juga dilengkapi dengan soal-soal ujian yang bertujuan agar pembaca bisa merepresentasikan materi yang disajikan dalam buku ini.

Bab pertama buku ini membahas tentang konsep dasar dan pengertian Statistika, mencakup dasar statistic dan jenis data. Bab 2 akan mengajarkan tentang pengolahan data sederhana seperti rata-rata, quartil dan standar deviasi. Bab 3 membahas tentang merepresentasikan data dan analisis data yang disajikan dalam bentuk diagram maupun grafik. Masuk ke bab 4 akan memulai mempelajari tentang konsep dasar dan pemahaman tentang probabilitas. Bab 5 membahas tentang distribusi probabilitas dan variabel acak. Bab 6 akan menjelaskan tentang Permutasi dan kombinasi hingga evaluasi perprobabilitas menggunakan permutasi dan evaluasi. Bab 7 hingga 9 membahas tentang distribusi diantaranya adalah Distribusi Binomial, Distribusi Geometrik, dan Distribusi Normal. Bab 10 membahas tentang pendekatan terhadap distribusi Binomial.

Setiap bab diakhiri dengan latihan Ringkasan dan ringkasan Bab, memastikan bahwa Pembaca benar-benar memahami setiap topik. Setiap bab berisi istilah-istilah matematika utama untuk meningkatkan pemahaman, dengan definisi lengkap yang diberikan dalam Daftar Istilah di akhir buku. Semoga buku ini berguna untuk para pembaca khususnya mahasiswa yang sedang melakukan studi dibidang statistik dan pengolahan data.

Ungaran, Januari 2023

Penulis

Dr. Ir. Agus Wibowo, M.Kom, M.Si, MM

DAFTAR ISI

BAB 1
PENGANTAR STATISTIK

Data statistik telah dicatat untuk sebagian besar waktu peradaban telah ada. Bangsa Romawi mengumpulkan banyak informasi tentang ukuran populasi dan kekayaan negara-negara di kekaisaran mereka. Mereka biasanya melakukan sensus setiap lima tahun, yang mewajibkan warga negara untuk mendaftarkan tugas dan harta benda mereka; ini kemudian digunakan untuk menghitung pajak. Statistik modern, yang berupaya melakukan lebih dari sekadar mencatat informasi, sudah ada sejak abad ketujuh belas

Gambar 1.1 Koin Romawi

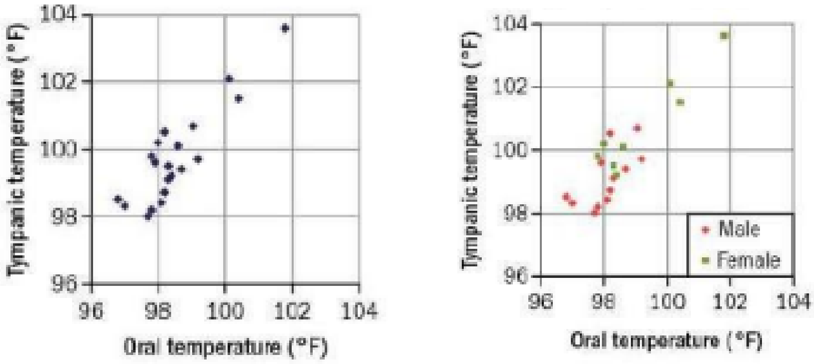
Tujuan

- Mendeskripsikan peran statistik dalam masyarakat modern
- Mengidentifikasi jenis data: primer dan sekunder, kategorikal dan numerik, diskrit dan kontinu.

1.1 APA ITU STATISTIK DAN MENGAPA ITU PENTING?

Kita menjalani sebagian besar hidup kita dengan mengandalkan hanya sebagian informasi untuk membuat keputusan. Beberapa informasi yang kami gunakan bersifat numerik, informasi lainnya dapat diringkas secara numerik. Karena kita tidak sering memiliki akses ke semua informasi saat mengambil keputusan, statistik sebagian besar adalah tentang mencoba memanfaatkan data yang kita miliki dengan sebaik-baiknya pada waktu tertentu. Jika kita memiliki pemahaman yang lebih baik tentang informasi yang kita miliki, ini umumnya membantu kita membuat keputusan yang lebih baik karena kita memiliki pemahaman yang lebih baik tentang risiko yang terlibat.

Perhatikan grafik di sebelah kanan, yang menunjukkan pembacaan suhu tubuh untuk 20 orang. Setiap orang diukur suhunya dengan termometer mulut (‘oral’) dan telinga ('tympanic'). Perhatikan bahwa untuk setiap orang ada variasi antara pembacaan oral dan timpani, meskipun mereka mengklaim menguji nilai yang sama (suhu tubuh).



Gambar 1.2 Grafik pengujian suhu tubuh pria dan wanita

Grafik berikutnya menunjukkan suhu dari 20 orang yang sama tetapi sekarang jenis kelamin setiap orang telah teridentifikasi. Kami melihat bahwa ada lebih banyak variabilitas: tampaknya pria dan wanita mungkin memiliki karakteristik suhu tubuh yang berbeda. Kita dikelilingi oleh variasi - pada dasarnya kehidupan yang tidak dapat diprediksi. Statistik adalah alat untuk membantu kita memahami sebagian informasi yang kita miliki dan membuat keputusan yang lebih tepat. Kami sudah melakukan ini secara alami dan informal dalam banyak situasi sehari-hari. Pertimbangkan contoh berikut yang melibatkan ketidakpastian:

Contoh 1

Industri asuransi didasarkan pada kontrak bisnis yang menguntungkan baik individu maupun perusahaan. Mengapa kita memiliki asuransi?

Gambar 1.3 Gambar bemper mobil penyok

- Ini baik bagi kami: kerugian besar mungkin tidak akan terjadi, tetapi kami tidak mampu menanggungnya jika itu terjadi.
- Ini baik untuk perusahaan asuransi: jumlah premi yang mereka ambil yang besar untuk membayar sejumlah kecil klaim yang dibuat, yang berarti mereka akan mendapat untung. Meskipun asuransi melibatkan ketidakpastian bagi kedua belah pihak, statistik dapat digunakan untuk menghitung potensi risiko dan keuntungan yang terlibat.

Contoh 2

Lift harus memiliki pemberitahuan keselamatan yang menyebutkan jumlah orang dan berat yang dapat ditampungnya dengan aman. Bagaimana seharusnya perusahaan yang membuat elevator menghitung ini?

Gambar 1.4 peringatan batas maksimal pada eskalator

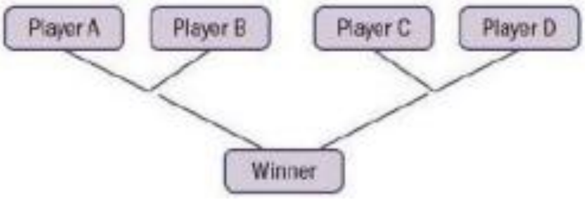
Jumlah orang yang diizinkan masuk lift pada satu waktu hanyalah proksi dari variabel penting - berat total. Perusahaan yang membuat elevator harus mengasumsikan berat rata-rata untuk setiap orang; Namun, beratnya bisa sangat bervariasi. Kenyataannya adalah bahwa semua matematika untuk menggabungkan distribusi bergantung pada asumsi independensi, dan kita harus mengingat adanya variasi.

Tahukah kamu? Gagasan proxy ini adalah kunci dalam tes medis, misalnya, di mana mengukur sesuatu secara langsung sangat mahal atau memerlukan pembedahan invasif. Jika ada hal lain yang ditemukan terkait erat dan lebih mudah diukur, maka hal itu sering diukur sebagai gantinya.

Latihan 1.1

Pertimbangkan situasi berikut, di mana mungkin ada tingkat variasi yang cukup besar.

1. Mengapa kompetisi sistem gugur jauh lebih mungkin menghasilkan pemenang ‘kejutan’ daripada format liga yang diperpanjang?



League	Player A	Player B	Player C	Player D
Player A				
Player B				
Player C				
Player D				

Gambar 1.5 Kompetisi knockout

Kompetisi sistem gugur dapat menghasilkan pemenang, tetapi apakah ini berarti mereka secara statistik adalah pemain terbaik?

Latihan ini cocok untuk diskusi kelas. Jika Anda memberikan tanggapan tertulis harap dicatat bahwa tidak ada jawaban yang 'benar', dan bahwa mencatat ide-ide kunci dalam bentuk peluru akan menjadi pendekatan yang baik.

2. Sebuah perusahaan pengangkutan harus menentukan harga untuk pekerjaan di mana salah satu biaya utamanya adalah lamanya waktu perjalanan. Mereka harus menentukan jauh-jauh hari, terkadang cukup jauh diawal, tetapi tidak tahu berapa lama perjalanan itu akan terjadi. Nasihat apa yang akan Anda berikan kepada mereka?

3. Pemerintah akan melakukan penyelidikan terhadap masalah kesehatan dan keselamatan yang berkaitan dengan penempatan dan pengoperasian pemancar telepon genggam. Faktor apa yang harus mereka perhatikan?

Terlepas dari adanya variasi, kita perlu sadar bahwa konteks yang berbeda dapat mentolerir jumlah variasi yang berbeda. Sebagai contoh:
Surat kabar tidak membutuhkan ketelitian yang sama dalam mencetak seperti uang kertas.

Gambar 1.6 contoh Majalah dan Uang

Latihan 1.2

Kita tahu dari pengalaman bahwa ketika sebuah dadu dilempar berulang kali, kita akan melihat skor yang berbeda, tetapi kita biasanya tidak memikirkannya secara sistematis. Seringkali sulit untuk menilai bagaimana skor dadu akan bervariasi, seperti yang akan kita lihat pada latihan berikut.

Ada lebih banyak variasi dalam pembuatan tablet mabuk perjalanan generik daripada obat kemoterapi yang kuat.

Gambar 1.7 contoh obat generik

Konsekuensi tragis dapat terjadi jika perubahan kualitas balok baja yang diproduksi untuk digunakan di jembatan atau bangunan besar tidak segera diambil dan diperbaiki.

Gambar 1.8 kontruksi baja pada jembatan

Lakukan percobaan berikut, dan kemudian pertimbangkan pertanyaannya:

1. A Lempar koin sebanyak 10 kali dan hitung jumlah kepala yang terlihat. Ulangi ini setidaknya 5 kali.
2. B Lempar dadu yang adil sebanyak 20 kali dan catat hasilnya menggunakan bagan penghitungan. Buatlah tabel yang menunjukkan frekuensi masing-masing skor: 1, 2, 3, 4, 5 dan 6. Ulangi ini sehingga Anda memiliki setidaknya 3 set frekuensi.
3. C Lempar koin yang adil dan hitung jumlah lemparan sampai terlihat ekornya. Catat '1' jika terlihat ekor pada lemparan pertama, catat '2' jika terlihat ekor pada lemparan kedua, dan seterusnya. Ulangi ini setidaknya 10 kali.

Jika Anda bekerja sebagai kelas, menyatukan hasil Anda akan memberi Anda kumpulan data yang jauh lebih besar untuk dipertimbangkan. Pertahankan hasil Anda, karena Anda memerlukannya di Bab 2 untuk menghitung rata-rata dan beberapa ukuran penyebaran formal.

1. Ketika koin yang adil dilemparkan 10 kali, rata-rata kita akan melihat lima kepala. Apakah Anda sering mendapatkan lima kepala untuk Eksperimen A? Berapa proporsi waktu yang Anda harapkan untuk mendapatkan lima kepala?
2. Ketika dadu yang adil dilempar 20 kali, kita tidak akan melihat semua hasil yang mungkin dalam jumlah yang sama. Kami akan melihat setiap skor 'rata-rata' antara tiga dan empat kali. Ketika Anda melakukan Eksperimen B, apakah semua skor yang mungkin muncul tiga atau empat kali? Apakah ada skor yang tidak muncul sama sekali dalam grup lengkap yang terdiri dari 20 lemparan? Jika sebuah dadu dilempar 20 kali, berapa proporsi waktu yang kita harapkan untuk menghasilkan frekuensi nol untuk skor tertentu - yaitu agar skor tertentu tidak dilempar?
3. Ketika koin yang adil dilempar, kita akan melihat ekor pada lemparan pertama kira-kira separuh waktu, jadi kemungkinan sejumlah terlihat di Eksperimen C. Pertimbangkan angka terbesar yang Anda miliki di daftar Anda. Jika percobaan ini diulangi berkali-kali, seberapa sering kita akan melihat angka 4 muncul dalam daftar? Apakah mungkin 100 akan muncul?

Ini adalah perkiraan—pada dasarnya tebakan. Anda memiliki data dari percobaan tetapi hanya sedikit, jadi jangan merasa Anda harus bisa memberikan jawaban yang 'benar'.

Sampling

Jika Anda melanjutkan studi atau bekerja dengan statistik nanti, Anda akan menemukan teori sampling. Anda mungkin telah mempertimbangkan aspek-aspek sederhana dari hal ini dalam studi statistik Anda - kebutuhan untuk menghindari bias, misalnya. Jadi mengapa kita menggunakan sampel?

- Untuk menghemat waktu dan uang. Seringkali pengambilan sampel akan memberi kita sebagian besar dari total informasi untuk sebagian kecil dari biaya - tentu saja hukum pengembalian yang semakin berkurang berlaku untuk meningkatkan ukuran sampel.
- Seringkali tidak mungkin untuk mendapatkan informasi yang lengkap tentang suatu populasi, karena
    - beberapa pengujian melibatkan penghancuran item
    - pengujian mungkin sangat mahal
    - mungkin tidak ada waktu.

Tujuan penggunaan informasi tersebut memengaruhi seberapa akurat informasi yang kita rasa perlu. Bandingkan, misalnya, informasi yang dibutuhkan

- untuk membantu strategi pemasaran
- memantau kesehatan dan keselamatan.

Pertimbangkan situasi berikut:

- Sebuah maskapai penerbangan memiliki 243 penumpang yang memesan penerbangan terakhir hari itu, dari Sydney ke Seoul.
    - Jika maskapai harus membatalkan penerbangan, berapa banyak penumpang yang ingin melakukan perjalanan ke Seoul keesokan harinya?
    - Berapa banyak orang yang harus disediakan oleh maskapai untuk akomodasi semalam?

Tidaklah realistis untuk berharap mengetahui sebelumnya dengan tepat berapa banyak dari 243 penumpang yang ingin melakukan perjalanan keesokan harinya, atau berapa banyak yang menginginkan akomodasi semalam. Namun, jika maskapai memiliki beberapa data historis tentang apa yang terjadi dalam keadaan serupa pada kejadian sebelumnya, maskapai dapat mulai membuat rencana darurat. Banyak maskapai penerbangan sekarang menanyakan apakah penumpang bepergian untuk bisnis, mengunjungi keluarga, atau untuk bersantai ketika mereka memesan tiket.

Distribusi probabilitas akan membantu Anda memahami apa yang terjadi dalam situasi ini.

- Penyakit yang jarang tetapi sangat serius terjadi pada 1 dari 10.000 orang. Ada tes skrining yang memberikan hasil positif pada 99% kasus dimana subjek memiliki penyakit dan memberikan hasil negatif pada 99% kasus dimana subjek tidak memiliki penyakit. Seberapa masuk akal untuk memberi tahu pasien yang hasil tesnya positif bahwa mereka menderita penyakit serius ini? Padahal tes skrining ini sangat akurat, baik untuk yang berpenyakit maupun yang tidak, untuk setiap orang yang hasil positifnya terjadi karena mengidap penyakit tersebut, akan ada sekitar 100 orang yang memberikan hasil positif tanpa mengidap penyakit tersebut — karena penyakit begitu langka.

Probabilitas bersyarat akan membantu Anda memahami apa sebenarnya implikasi dari hasil positif dalam situasi seperti ini.

- Ada banyak bukti yang menunjukkan bahwa siswa di kelas besar di Inggris memiliki hasil ujian yang lebih baik daripada siswa di kelas kecil. Apakah masuk akal bagi pemerintah Inggris untuk memutuskan bahwa semua siswa harus diajar di kelas besar, dalam upaya meningkatkan standar pendidikan?

Ini mungkin bukan ide yang bagus — sekolah menempatkan siswa yang lebih mampu secara akademis ke dalam kelas yang lebih besar, dan kemampuan akademik mereka adalah alasan mengapa mereka mendapatkan hasil yang lebih baik. Ini adalah contoh di mana sekadar mengamati apa yang sedang terjadi, alih-alih melakukan eksperimen statistik yang dirancang, bisa sangat menyesatkan. Anda akan melihat tes skrining lagi, secara lebih rinci di Bab 4.

1.2 JENIS DATA

Data dapat berupa kuantitatif (numerik) atau kualitatif (non-numerik). Data kategorikal adalah data yang dapat dibagi ke dalam kategori yang berbeda, dan dapat berupa data kualitatif atau kuantitatif. Buah di warung pedagang ini bisa dideskripsikan dari khasiatnya. Sebagai contoh:

jenis buah
warna
Betapa matangnya itu
Ini adalah data kualitatif-non-numerik, data kategorikal

Jumlah jenis buah tersebut
Berat sepotong buah
Ada data kuantitatif-numerik

Gambar 1.9 pedagang yang menjual buah

Ada dua jenis data kuantitatif.

Data kuantitatif dapat berupa diskrit (terbatas pada nilai tertentu) atau kontinu (nilai apa pun dalam rentang).

Jumlah potongan buah hanya dapat berupa salah satu dari daftar nilai (0, 1, 2, ...). Misalnya, 5 jeruk ini adalah contoh data diskrit. Berat jeruk dapat dibaca dari timbangan sebanyak 1400 gram. Namun, jika Anda mengukurnya dengan lebih tepat, Anda mungkin menemukan bahwa itu adalah 1396,2 g (1 d.p.). Ini adalah contoh data kontinu - ini akan selalu dilaporkan sebagai nilai yang dibulatkan.

Gambar 1.10 Mengukur buah menggunakan alat ukur analog

Contoh 3

Data tentang radio apa yang diberikan dalam iklan? Untuk setiap potongan data, nyatakan apakah itu kualitatif atau kuantitatif, dan, jika kuantitatif, apakah itu diskrit atau kontinu.

Gambar 1.11 contoh Iklan radio

Daya: kuantitatif, kontinu
Pita gelombang: kualitatif
Jumlah baterai yang dibutuhkan: kuantitatif, diskrit
Harga: kuantitatif, diskrit
Warna: kualitatif
Panjang, lebar, tinggi kuantitatif, kontinu

Untuk observasi data dalam jumlah besar, daftarnya tidak mudah dipahami
Tabel nilai frekuensi dapat digunakan untuk meringkas daftar besar. Terkadang berguna untuk menggunakan kelompok nilai sehingga data lebih mudah dipahami.

Contoh 4
Sekelompok 45 wanita pergi berlibur ski. Ringkaslah data berikut dalam tabel frekuensi.

Gambar 1.12 Sekelompok remaja yang bermain Ski

a) Jumlah anak yang dimiliki setiap wanita:

1	0	2	1	2	0	0	3	1	1	2	1	0	0	1
2	1	1	0	1	1	1	0	2	5	1	2	1	0	1
2	1	3	1	1	0	0	1	2	1	1	3	1	0	0

Number of children	Frequency
0	12
1	21
2	8
3	3
4	0
5	1

12 wanita tidak memiliki anak.

b) Umur perempuan (gunakan interval kelas 15-19,20-24, ..., 45-49):

22	26	26	45	26	27	17	29	35	38	25	23	17	38	48
26	28	35	32	19	28	35	17	29	36	32	34	27	19	25
28	23	35	24	29	37	20	30	44	25	19	32	22	22	34

Age	Frequency
15–19	6
20–24	7
25–29	15
30–34	6
35–39	8
40–44	1
45–49	2

Dalam tabel ini, pengelompokan data mengorbankan detail tetapi memungkinkan Anda memahami distribusinya.

Contoh 5

Pertimbangkan marina di Monte Carlo; buat daftar setidaknya empat data relevan yang mungkin dia kumpulkan. termasuk jenis data, dan bagaimana itu dapat dikumpulkan.

Gambar 1.13 Pelabuhan Monte Carlo

Contoh data yang dapat dikumpulkan untuk situasi ini meliputi jumlah perahu di marina setiap saat (kuantitatif, terpisah) dan, untuk setiap perahu

- warna (kualitatif)
- panjang (kuantitatif, kontinu)
- usia kapal perahu dalam tahun (kuantitatif, diskrit)
- nama (kualitatif)
- nilai (kuantitatif, diskrit - meskipun sangat banyak nilai yang mungkin).

Jumlah perahu dan warna hanya bisa diamati. Panjangnya bisa diukur, meski mungkin hanya kira-kira jika Anda tidak mendapat izin untuk naik ke perahu. Usia kapal, bagaimanapun, mungkin perlu melihat daftar yang tidak tersedia secara bebas dan nilainya mungkin hanya dapat diperkirakan dengan membuat perbandingan dengan kapal serupa lainnya yang dijual di masa lalu - dan marina Monte Carlo mungkin memiliki beberapa kapal di dalamnya yang hanya ada sedikit kapal yang sebanding, membuat perkiraan menjadi sulit. Warna, nama, dan panjang adalah contoh data primer potensial, sedangkan tahun komisi dan nilainya kemungkinan hanya tersedia sebagai data sekunder.

Data primer adalah data apa pun yang Anda kumpulkan sendiri - mungkin berupa pengukuran tetapi juga bisa melalui kuesioner atau survei, investigasi, dan eksperimen lainnya. Data sekunder telah dikumpulkan oleh orang lain selain orang yang menggunakan data - yang mungkin dalam bentuk data mentah, tetapi juga termasuk database, statistik yang dipublikasikan, surat kabar, dll.

Internet memiliki sejumlah besar data sekunder yang tersedia secara bebas untuk diakses orang, misalnya Statistik Nasional, tetapi data dari organisasi seperti Guinness Book of Records juga tersedia secara online. Dengan data sekunder, penting untuk mengetahui bahwa itu dikumpulkan dengan andal, dan bahwa data tersebut cocok dengan apa yang ingin Anda selidiki - jika tidak memiliki semua informasi yang Anda butuhkan, Anda tidak akan dapat menggunakannya. Namun, bila tersedia, data sekunder menghemat banyak waktu dan tenaga. Banyak data sekarang dikumpulkan secara otomatis (data logging) menggunakan beberapa bentuk teknologi.

Setiap kali Anda menggunakan data dalam laporan, Anda harus menentukan sumbernya - baik di mana Anda menemukan data sekunder, atau bagaimana Anda mengumpulkannya sendiri. Ini memungkinkan siapa pun yang membaca analisis data Anda untuk mengetahui bukti apa yang menjadi dasarnya.

Contoh 6

Amir prihatin dengan lalu lintas yang melewati rumahnya. Suatu pagi, dia menghabiskan satu jam menghitung mobil yang melewati rumahnya. Dia kemudian mendengar bahwa dewan telah memasang sensor yang secara otomatis mendaftar ketika ada mobil yang lewat. Amir mendapat rangkuman lalu lintas enam bulan terakhir dari dewan.

Kumpulan data pertama yang dijelaskan bersifat primer karena Amir mengumpulkannya sendiri. Kumpulan kedua merupakan data sekunder karena dikumpulkan oleh orang lain (dewan) dalam proses pendataan.

Latihan 1.3 1.

1. Jumlah hari setiap siswa dalam satu dass yang terlambat selama satu minggu dicatat. Ringkas data ini dalam tabel frekuensi.

0	1	0	0	1	3	0	0	0	0
0	5	1	0	1	0	0	0	0	2
0	1	1	0	0	0	1	2	0	0

2. Kedalaman air (dalam kaki) saat air pasang dicatat di San Francisco, Golden Gate, selama 15 hari pada bulan Januari 2012. Ringkaslah data, tercantum di sini, dalam tabel frekuensi yang dikelompokkan. Gunakan interval kelas yang sesuai.

0	1	0	0	1	3	0	0	0	0
0	5	1	0	1	0	0	0	0	2
0	1	1	0	0	0	1	2	0	0

Data dari NOAA Tides and Currents, 30 Maret 2014. http://www. tidesandcurrents.noaa.gov (Perhatikan bahwa hanya ada 29 pasang naik dalam 15 hari karena waktu antara pasang naik berturut-turut adalah sekitar 12 jam- waktu pasang naik pada hari tertentu sekitar 45 menit lebih lambat dari hari sebelumnya.)

3. Untuk setiap situasi berikut, buatlah daftar setidaknya empat data relevan yang dapat dikumpulkan. Sertakan setidaknya satu jenis data primer dan satu jenis data sekunder, dengan menyebutkan jenisnya dan bagaimana cara mengumpulkannya.

Gambar 1.14 Beberapa mobil dijual di halaman depan showroom.

Gambar 1.15 Balap sepeda motor.

Gambar 1.16 Lampu depan mobil.

Gambar 1.17 Sebuah sungai di Selandia Baru.

Gambar 1.18 Wol dari kawanan domba.

Gambar 1.19 Kue coklat diproduksi di pabrik Swiss.

Sebuah kelas dapat mengerjakan bagian latihan ini dalam kelompok, setiap kelompok melihat sejumlah pertanyaan tertentu. Jika bekerja sendiri, cobalah tiga atau empat pertanyaan pertama dan kemudian bandingkan jawaban Anda dengan bagian jawaban — saran yang tercantum di sana tidak mungkin sama dengan Anda, tetapi Anda dapat memastikan bahwa daftar Anda berisi hal-hal yang sama.

Gambar 1.20 Salju yang turun dalam badai salju.

Gambar 1.21 Seorang pemain bisbol

Gambar 1.22 Seekor beruang grizzly.

Gambar 1.23 Sphinx Agung Gin, di Mesir.

Gambar 1.24 Distrik bisnis Hong Kong.

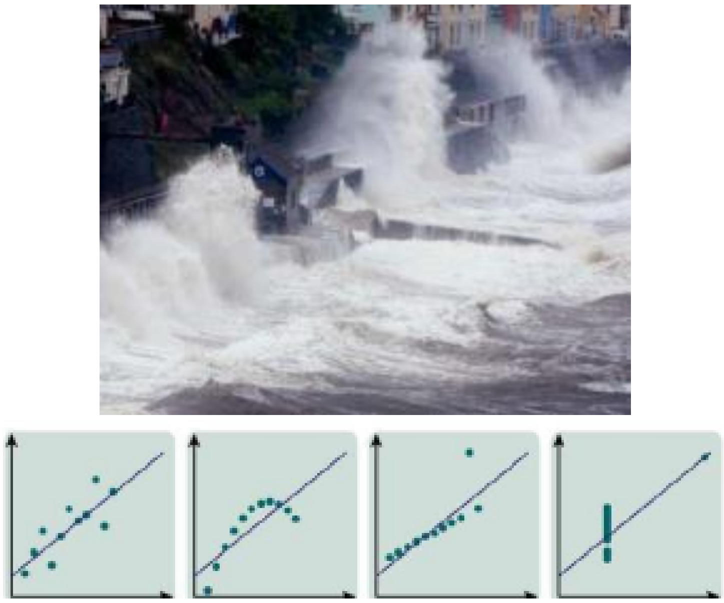
Gambar 1.25 Lalu Lintas di Bangkok.

Ringkasan Bab

- Data dapat berupa kuantitatif atau kualitatif.
- Data kuantitatif bersifat numerik.
- Data kualitatif bersifat non-numerik.
- Data kuantitatif dapat berupa diskrit (terbatas pada nilai tertentu) atau kontinyu (setiap nilai dalam rentang).
- Tabel nilai frekuensi dapat digunakan untuk meringkas sejumlah besar data pengamatan. Kelompok nilai dapat digunakan sehingga data lebih mudah dipahami.

BAB 2
UKURAN LOKASI DAN PENYEBARAN

Frank Anscombe (1918-2001) adalah seorang ahli statistik Inggris yang mengilustrasikan dengan cemerlang mengapa kita harus berhati-hati untuk tidak terlalu mengandalkan statistik ringkasan. Keempat kumpulan data yang ditampilkan di sini, meskipun sangat berbeda, memiliki statistik ringkasan yang identik - rata-rata dan varians dari x dan y adalah sama, dan keduanya memiliki garis kesesuaian dan korelasi terbaik yang sama. Nilai ekstrem dapat hilang dalam statistik ringkasan tetapi sering kali memiliki dampak yang sangat besar - misalnya badai dahsyat.



Gambar 2.1 Badai besar dan statistik perhitungan dampaknya

Tujuan

- Memahami dan menggunakan berbagai ukuran tendensi sentral (rata-rata, median, dan modus) dan variasi (rentang, rentang interkuartil, dan standar deviasi), misalnya saat membandingkan dan mengkontraskan sekumpulan data.
- Hitung rata-rata dan standar deviasi dari sekumpulan data (termasuk data yang dikelompokkan), baik dari kumpulan data itu sendiri atau dari total yang diberikan seperti $\sum x$ dan $\sum x^2$, atau $\sum(\mathrm{x} - a)$ dan $\sum(\mathrm{x} - a)^2$.

Catatan

Anda harus mengetahui cara:

1. Menghitung rata-rata, median, jangkauan, dan modus dari kumpulan data sederhana, mis. 7, 5, 3, 4, 7, 5, 7, 5, 9, 6, 5.
   Median adalah nilai tengah dengan urutan data: 3, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 7, 7, 7, 9. Di sini mediannya adalah 5.

Range = nilai tertinggi - nilai terendah:

Range = 9 - 3 = 6.

Modusnya adalah nilai yang paling sering muncul: 5

$$
\begin{aligned}
Mean\ (rata-rata) &= \frac{Jumlah\ Nilai\ x\ Frekuensi}{Jumlah\ Frekuensi} \\
&= \frac{7+5+3+4+7+5+7+5+9+6+5}{11} \\
&= \frac{63}{11} \\
&= 5.7\ (\mathrm{I\ d.p})
\end{aligned}
$$

Contoh soal:

a) Untuk data 3, 5, 2, 0, 2, 1, 3, 2, 0, hitung
   a) rata-rata
   b) median
   c) rentang
   d) modus.
b) Untuk data 7, 8, 6, 6, 6, 8, hitung
   a) rata-rata
   b) median
   c) rentang
   d) modus.

Jika jumlah datanya genap, mediannya adalah rata-rata (mean) dari dua nilai tengah.

2.1 RATA-RATA

Catatan:

- rata-rata adalah penjumlahan dari semua nilai dibagi dengan jumlah nilai
- median adalah nilai tengah jika nilai disusun secara berurutan
- modus adalah nilai yang paling sering muncul.

Contoh 1

Sekelompok siswa diberi tes aritmatika mental singkat. Skor mereka adalah 7, 6, 7, 5, 6, 8, 5, 7, 8, 9.

Untuk kelompok ini, hitung

a) rata-rata b) median c) modus.

Jawab:

a) Jumlah dari sepuluh skor adalah 68, jadi rata-ratanya adalah 2. = 6,8. 10
b) Secara berurutan, nilainya adalah; 5, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 9. Median adalah nilai tengah. Di sini ini adalah pertengahan antara skor ke-5 dan ke-6, yang keduanya 7, jadi mediannya adalah 7.
c) Skor 7 muncul lebih banyak dari yang lain, jadi modusnya adalah 7.

Data dalam tabel frekuensi

Tabel frekuensi di sebelah kanan menunjukkan jumlah anak yang dimiliki oleh 45 wanita. Untuk mencari modus, carilah frekuensi terbesar. Di sini, kategori satu anak memiliki frekuensi terbesar, 21. Jadi, modusnya adalah satu anak. Untuk mencari median, carilah nilai tengahnya. Disini ada 45 nilai, jadi mediannya adalah nilai ke 23, dengan nilai yang tertera berurutan.

Jumlahkan frekuensi berjalan:

- ada 12 wanita tanpa anak
- ada 33 wanita tanpa anak atau satu anak.

Nilai ke-23, atau median, adalah satu anak.

Number of children	Frequency f
0	12
1	21
2	8
3	3
4	0
5	1

Catatan: Modusnya bukan 21.

Untuk menghitung rata-rata, buat tabel nilai dengan kolom lebih lanjut yang menunjukkan nilai x frekuensi:

Number of children x	Frequency f	xf
0	12	0
1	21	21
2	8	16
3	3	9
4	0	0
5	1	5
	$\sum f = 45$	$\sum xf = 51$

8 women with 2 children each makes 16 children in total.

Write $\sum f$ for 'the sum of the frequencies'.

Write $\sum xf$ for 'the sum of the values'.

Rata-rata jumlah anak adalah:

$$\frac{51}{45} = 1.1 \text{ (1 d.p)}$$

Data dalam tabel frekuensi yang dikelompokkan

Usia dari kelompok yang sama yang terdiri dari 45 wanita ditampilkan dalam tabel frekuensi yang dikelompokkan.

Age (years)	Frequency
15–19	6
20–24	7
25–29	15
30–34	6
35–39	8
40–44	1
45–49	2

Kelas modal adalah 25-29 tahun, karena ini adalah kelas dengan frekuensi terbesar.
Median adalah nilai ke-23, dengan nilai-nilai tercantum secara berurutan.
Jumlahkan frekuensi berjalan:

- terdapat 6 wanita berusia kurang dari 20 tahun
- terdapat 6 + 7 = 13 wanita berusia kurang dari 25 tahun
- terdapat 13 + 15 = 28 wanita berusia kurang dari 30 tahun.

Usia rata-rata karena itu terletak pada kelompok usia 25-29.

Untuk hitung rata-rata Anda perlu menjumlahkan semua nilai, tetapi karena frekuensi dikelompokkan, Anda perlu menggunakan nilai di titik tengah interval untuk membuat estimasi:

Age (years)	Frequency f	Mid-interval value m	mf
15–19	6	17.5	105
20–24	7	22.5	157.5
25–29	15	27.5	412.5
30–34	6	32.5	195
35–39	8	37.5	300
40–44	1	42.5	42.5
45–49	2	47.5	95
	$\sum f = 45$		$\sum mf = 1307.5$

Estimasi usia rata-rata kelompok wanita ini adalah $\frac{1307.5}{43} = 29.1 \text{ (l d. p)}$ - yaitu sekitar 29 tahun.

Latihan 2.1

1. Seorang pegolf mencatat skornya di kompetisi klub selama satu tahun. Mereka

   75, 77, 77, 74, 79, 76, 84, 76, 75, 77

   Hitung

   a) skor modal
   b) skor median
   c) skor rata-rata.

2. Seorang dokter hewan mencatat jumlah anak kucing dalam tandu yang dihasilkan oleh kucing dalam praktiknya.

   Hitung

a) ukuran modal serasah
b) ukuran median serasah
c) ukuran rata-rata serasah.

Number in litter	Frequency
1	2
2	4
3	7
4	11
5	8
6	4
7	2
8	1

Catatan: Usia adalah kasus khusus; misalnya, Anda berusia 19 tahun hingga ulang tahun Anda yang ke-20, maka nilai interval tengah untuk kelompok usia 15-19 tahun adalah 17,5.

3. Sekelompok besar remaja mengikuti sesi latihan. Denyut nadi mereka diukur sebelum sesi dimulai dan kemudian diukur lagi setelah serangkaian latihan pemanasan. Dua set data diberikan di bawah ini. Untuk setiap kondisi, hitung perkiraan rata-rata denyut nadi untuk kelompok tersebut. Gunakan hasil Anda untuk membandingkan distribusi.

Pulse rate before warm-up (beats per minute)	Frequency
60–69	5
70–79	8
80–89	22
90–99	29
100–109	13
110–119	5
120–129	0

Pulse rate after warm-up (beats per minute)	Frequency
80–89	9
90–99	12
100–109	25
110–119	17
120–129	9
130–139	7
140–149	3

4. Tabel tersebut menunjukkan informasi tentang tinggi tanaman suatu spesies tertentu.

Height (cm)	20–50	50–60	60–65	65–70	70–80	80–90	90–110
Number of plants	27	18	16	15	22	14	14

Hitung perkiraan tinggi rata-rata tanaman ini.

5. Siswa mencatat lama waktu yang mereka habiskan untuk pergi ke sekolah pada hari tertentu. Ringkasan hasil ditampilkan di sebelah kanan. Hitung perkiraan waktu rata-rata yang dibutuhkan siswa untuk pergi ke sekolah hari itu.

Time (minutes, correct to the nearest minute)	Frequency
1–15	115
16–25	46
26–35	36
36–55	22
56–80	14

6. Tabel tersebut menunjukkan informasi tentang gaji yang dibayarkan kepada karyawan di suatu perusahaan. Hitung perkiraan gaji rata-rata karyawan di perusahaan.

Salary	Frequency
Rp. 0 < x ≤ Rp. 1.000.000	7
Rp. 1.000.000 < x ≤ Rp. 1.500.000	82
Rp. 1.500.000 < x ≤ Rp. 2.000.000	45
Rp. 2.000.000 < x ≤ Rp. 2.500.000	24
Rp. 2.500.000 < x ≤ Rp. 3.000.000	13
Rp. 3.000.000 < x ≤ Rp. 5.000.000	4

2.2 KUARTIL DAN JANGKAUAN INTERKUARTIL

Cara yang berguna untuk mengatur data adalah membaginya menjadi empat bagian, yang dikenal sebagai kuartil. Titik-titik ini mewakili 19 nilai:

Gambar 2.3 titik-titik pembagian kuartil

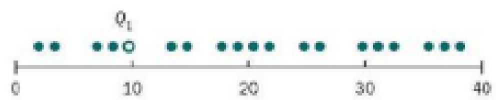
Q_1, adalah kuartil bawah.

Untuk kumpulan data dengan n nilai (x_1, x_2, ..., x_n), hitung $\frac{1}{4}$ n.

Jika $\frac{1}{4}$ n maka Q_1, adalah titik tengah x_r, dan x_{r+1}

Jika $\frac{1}{4}$ n berada diantara r dan r + 1 maka Q_1 adalah x_{r+1}

Jika Cl adalah bilangan bulat 4 Jika 1n terletak di antara 4



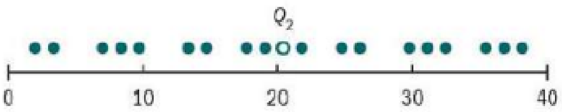
$\frac{1}{4}$ x 19 = 4,75, jadi Q_1 adalah nilai ke-5.

Q_2 adalah median.

Untuk mencari median, hitung $\frac{1}{2}$ n.

Jika $\frac{1}{2}$ n adalah bilangan bulat r, maka Q_2 adalah titik tengah dari x_r dan x_{r+1}

Jika $\frac{1}{2}$ n terletak di antara r dan r + 1, maka Q_2 adalah x_{r+1} .



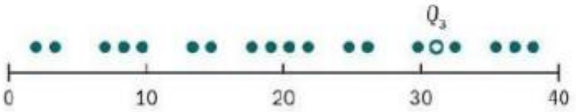
$\frac{1}{2}$ x 19 = 9,5, jadi Q_2 adalah nilai ke-10.

Q_3 adalah kuartil atas.

Untuk mencari kuartil atas, hitung $\frac{3}{4}$ n.

Jika $\frac{3}{4}$ n bilangan bulat r, maka Q_3 adalah titik tengah x_r dan x_{r+1}

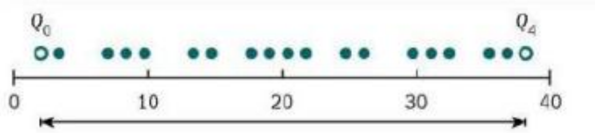
Jika $\frac{3}{4}$ n terletak di antara r dan r+1, maka Q_3 adalah x_{r+1}.



$\frac{3}{4}$ x 19 = 14,25, jadi Q_3 adalah nilai ke-15.

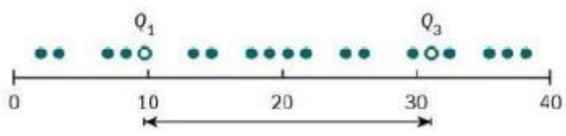
Kisaran = maksimum — minimum = (Q_4 — Q_0)

Kisaran menunjukkan penyebaran nilai.



Rentang interkuartil (IQR) = Q_3 - Q_i

IQR menunjukkan penyebaran nilai tengah 50%.



Kisaran semi-interkuartil hanyalah setengah dari IQR, dan terkadang digunakan sebagai ukuran penyebaran alternatif.

Catatan: IQR adalah ukuran penyebaran yang selalu diasosiasikan dengan median, yang merupakan ukuran pusat.

Contoh 2

Skor sekelompok siswa dalam tes aritmatika mental pendek (dari Contoh 1), berurutan, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 9.

Hitung

a) kuartil b) jangkauan interkuartil.

Jawab:

a) n = 10, jadi $\frac{1}{4}$n = 2,5 dan Q_1, adalah nilai ke-3 dalam daftar terurut. Q_1 = 6.

$\frac{1}{2}$n = 5, jadi Q_2, adalah titik tengah dari nilai ke-5 dan ke-6 dalam daftar yang diurutkan. Keduanya adalah 7, jadi mediannya adalah Q_2 = 7.

$\frac{3}{4}$n = 7,5, jadi Q3 adalah nilai ke-8 dalam daftar yang diurutkan. Q_3 = 8.

b) IQR = 8 - 6 = 2.

Dalam Latihan 2.1, Anda menghitung median kumpulan data pada pertanyaan 1 dan 2.

Latihan 2.2

1. Seorang pegolf mencatat skornya di kompetisi klub selama satu tahun. Mereka adalah
   75, 77, 77, 74, 79, 76, 84, 76, 75, 77
   Hitung kuartil bawah dan kuartil atas untuk data ini.

2. Seorang dokter hewan mencatat jumlah anak kucing dalam tandu yang dihasilkan oleh kucing dalam praktiknya. Hitung kuartil bawah dan kuartil atas untuk data ini, yang ditunjukkan pada tabel di sebelah kanan.

Number in litter	Frequency
1	2
2	4
3	7
4	11
5	8
6	4
7	2
8	1

3. Sekelompok siswa mencatat denyut nadinya saat dalam keadaan rileks dan tenang. Hasilnya (dalam detak per menit), adalah:
   53 54 55 55 57 58 59 59 59 62 62 62
   62 62 63 63 63 64 64 65 65 67 67 67
   68 68 69 69 70 71 71 73 75 79 80 83
   Hitung
   a) median
   b) kisaran interkuartil dari denyut nadi ini.

4. Usia sekelompok 45 wanita adalah:
   17 17 17 19 19 19 20 22 22 22 23 23 24 25 25
   25 26 26 26 26 27 27 28 28 28 29 29 29 30 32
   32 32 34 34 35 35 35 35 36 37 38 38 44 45 48
   Hitung
   a) median
   b) rentang interkuartil usia mereka.

5. Di stasiun metro, penumpang reguler mencatat berapa lama (dalam detik) dia harus menunggu kereta tiba begitu dia sampai di peron. Hasilnya adalah:
   87 42 0 62 124 0 58 37 74 94
   182 23 17 62 29 17 82 54 0 45
   Temukan
   a) median
   b) rentang interkuartil dari waktu-waktu ini.

6. Lamanya waktu, dalam menit, yang dihabiskan pelanggan di kedai kopi dicatat.
   Hasilnya adalah:
   17, 15, 9, 31, 33, 41, 8, 14, 13, 22, 27, 43, 32, 14
   Temukan
   a) median
   b) rentang interkuartil dari waktu-waktu tersebut.

2.3 VARIANS DAN STANDAR DEVIASI

Rata-rata dari sekumpulan data diberikan oleh rumus

Rata-rata $= \bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ saat data ada dalam daftar, atau $\frac{\sum xf}{\sum f}$ ketika data dalam tabel frekuensi, di mana x adalah setiap nilai data, n adalah jumlah nilai data dan f adalah frekuensi.

Ingat sigma huruf Yunani, $\sum$, singkatan dari 'jumlah dari'. Sejauh ini Anda telah menemukan dua ukuran penyebaran: jangkauan dan jangkauan interkuartil. Masing-masing ukuran ini hanya menggunakan dua nilai. Ukuran penyebaran lainnya, yang menggunakan semua nilai data, adalah varians. Varian dari sekumpulan data didefinisikan sebagai rata-rata jarak kuadrat dari rata-rata.

$$\text{Variance} = \sum\frac{(x-\bar{x})^2}{n} \text{ or } \frac{\sum(x-\bar{x})^2 f}{\sum f}$$
$$= \frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2 \text{ or } \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \bar{x}^2$$

Versi kedua dari rumus ini umumnya paling mudah digunakan. Varians biasanya dilambangkan dengan σ^2. Untuk menunjukkan bahwa persamaan pertama sama dengan yang kedua, yang satu dapat diturunkan dari yang lain:

$$\begin{aligned} \sum\frac{(x-\bar{x})^2}{n} &= \sum\left(\frac{x^2 - 2x\bar{x} + \bar{x}^2}{n}\right) \\ &= \sum\left(\frac{x^2}{n}\right) - 2\bar{x}\sum\left(\frac{x}{n}\right) + \bar{x}^2 \\ &= \sum\left(\frac{x^2}{n}\right) - 2\bar{x}^2 + \bar{x}^2 \\ &= \frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2 \end{aligned}$$

Standar deviasi adalah akar kuadrat dari varians. Ini adalah ukuran seberapa tersebar kumpulan data, dan berada di unit yang sama dengan data.

σ^2 digunakan untuk menunjukkan standar deviasi.

Contoh 3

Temukan rata-rata dan standar deviasi dari kumpulan data
11, 13, 14, 16, 18

$\sum x = 11 + 13 + 14 + 16 + 18 = 72$ jadi meannya adalah $\bar{x} = \frac{72}{5} = 14.4$

$\sum x^2 = 11^2 + 13^2 + 14^2 + 16^2 + 18^2 = 1066$
jadi variannya adalah $\sigma^2 = \frac{1066}{5} - 14.4^2 = 5.84$ dan simpangan bakunya adalah
$\sigma = \sqrt{5.84} = 2.42\ (3\ s.f)$

Dimungkinkan juga untuk menggunakan bentuk kedua dari rumus varians:
$\sum (x - \bar{x})^2 = (11 - 14.4)^2 + (13 - 14.4)^2 + (14 - 14.4)^2 + (16 - 14.4)^2 + (18 - 14.4)^2$
$\sum (x - \bar{x})^2 = (-3.4)^2 + (1.4)^2 + (0.4)^2 + (1.6)^2 + (3.6)^2$

jadi variannya adalah $\sigma^2 = \frac{29.2}{5} = 5.84$

Anda dapat menggunakan fungsi statistik kalkulator untuk mendapatkan rata-rata dan deviasi standar. Kalkulator Anda biasanya memiliki dua versi, yang memberikan jawaban yang sedikit berbeda. Simpangan baku populasi adalah salah satu yang Anda inginkan, dan biasanya ditampilkan sebagai kalkulator atau langsung. Versi lainnya terkadang disebut sebagai contoh standar deviasi, dan biasanya ditampilkan sebagai s atau σ_{n-1}, tetapi Anda tidak perlu mengerjakannya saat ini.
Hanya satu yang dibahas di sini sehingga o dapat digunakan tanpa kebingungan.

Contoh 4

Jumlah anak, x, yang dimiliki setiap kelas yang terdiri dari 30 siswa dalam keluarganya dicatat. Carilah mean dan standar deviasi dari jumlah anak dalam sebuah keluarga untuk kumpulan data ini, diketahui bahwa $\sum x = 66$ dan $\sum x^2 = 165$
Rata-rata: $\bar{x} = \frac{66}{30} = 2.2$
Varians: $\sigma^2 = \frac{165}{30} - 2.2^2 = 0.66$
Jadi simpangan bakunya adalah $\sigma = \sqrt{0.66} = 0.812\ (3\ s.f)$

Contoh 5

Jumlah putt, x, yang dilakukan pegolf pada masing-masing 18 lubang dalam satu putaran dicatat. Carilah standar deviasi, a, dari jumlah putt yang dia lakukan pada setiap lubang, $\sum (x - \bar{x})^2 = 4.994$
Ada 18 lubang, jadi variannya adalah $\sigma^2 = \frac{4.944}{18} = 0.2746 \ldots$

dan simpangan bakunya adalah $\sigma = \sqrt{0.2746\ldots} = 0{,}524\ (3\ s.f.)$

Contoh 6

Tinggi tanaman 142 dicatat dalam tabel, di mana, misalnya, kelas 65-70 berarti tinggi minimal 65 cm dan kurang dari 70 cm.

Class	55–60	60–65	65–70	70–75	75–80	80–85	85–90
Frequency	2	11	37	54	28	9	1

Hitung perkiraan mean, 7, dan varians, 02, untuk tinggi tanaman.

Anda perlu menghitung titik tengah setiap kelas, dan tabel nilai adalah cara termudah untuk melakukannya:

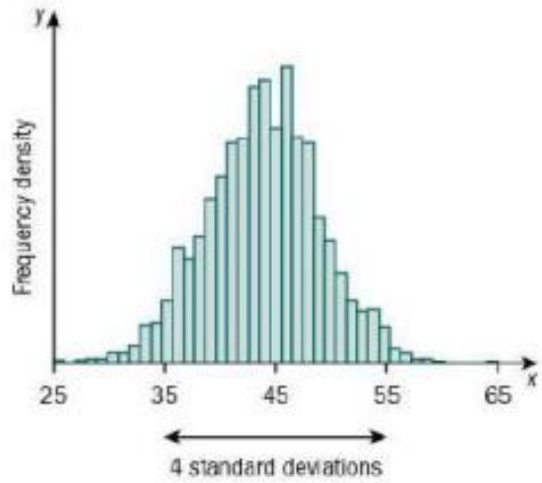
Class	Mid-point m	Frequency f	mf	m^2f
55–60	57.5	2	115	6612.5
60–65	62.5	11	687.5	42 968.75
65–70	67.5	37	2497.5	168 581.3
70–75	72.5	54	3915	283 837.5
75–80	77.5	28	2170	168 175
80–85	82.5	9	742.5	61 256.25
85–90	87.5	1	87.5	7656.25
		$\sum f = 142$	$\sum mf = 10\,215$	$\sum m^2 f = 739\,087.5$

Jadi $\bar{x} = \frac{10215}{142} = 71.9\ (\text{to 3 s.f.})$

dan variannya adalah $\sigma^2 = \frac{739087.5}{142} - \left(\frac{10.215}{142}\right)^2 = 30.0\ (3\ s.f.)$

Apa sebenarnya arti ***'deviasi standar'***?

Ide visual yang bagus tentang standar deviasi adalah membayangkan histogram data. Untuk distribusi yang kira-kira simetris, sebaran 4 standar deviasi mencakup kira-kira 95% pusat distribusi.



Gambar 2.4 Grafik standar deviasi berbanding frekuensi

Anda akan belajar tentang distribusi simetris yang sangat penting di Bab 9.

Latihan 2.3

1. Untuk setiap kumpulan data, hitung rata-rata dan simpangan baku. Anda harus melakukan ini menggunakan rumus, dan periksa menggunakan kalkulator Anda.

   a) 12 17 11 8 6 18 14 17
   11 15 16 18 9 15 20 14

   b)

x	4	5	6	7	8	9
f	12	18	35	28	16	9

2. Bentang sayap dari 352 Great Tits diukur. Informasi tersebut dirangkum dalam tabel.

Wingspan (cm)	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
Frequency	4	19	53	77	23	75	53	30	12	6

   Hitung mean dan standar deviasi lebar sayap Great Tit.

3. Burung beo abu-abu Afrika adalah spesies burung kecil yang terancam punah yang ditemukan di Afrika. Bobot (dalam gram, ke gram terdekat) dari 210 burung kakatua abu-abu Afrika diukur selama tahun 2014. Informasi tersebut dirangkum dalam tabel di bawah ini.

Weight (grams)	300–319	320–339	340–359	360–379	380–399
Frequency	3	45	149	11	2

   Hitung perkiraan rata-rata dan standar deviasi berat burung beo abu-abu Afrika.

Gambar 2.5 Burung Beo abu-abu Afrika

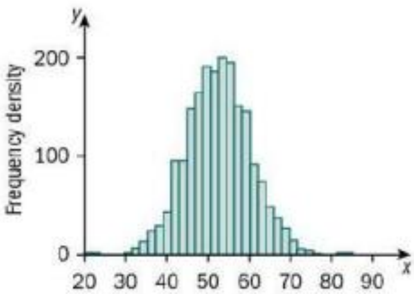
4. $\sum x = 75, \sum x^2 = 293,, n = 30$
   Tentukan rata-rata dan varian dari X.

5. $\sum x = 21, \sum x^2 = 83.1,\ n = 7$
   Tentukan mean dan standar deviasi dari X.

6. $\sum(x - \bar{x})^2 = 44.3, n = 16$
   Cari varians dari X. Varians dan standar deviasi

7. $\sum(x - \bar{x})^2 = 19\ 735.4, n = 37$
   Tentukan simpangan baku dari X.

8. Perkirakan simpangan baku dari distribusi ini.



2.4 RATA-RATA MANA YANG HARUS ANDA GUNAKAN?

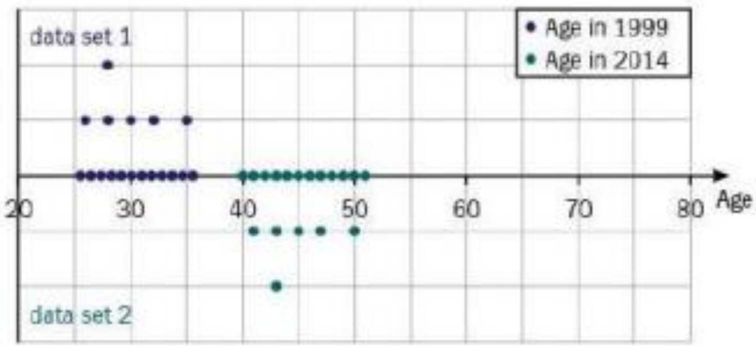
Jawaban sederhananya adalah bahwa jika satu ukuran selalu yang terbaik maka tidak akan ada kebutuhan untuk yang lain - jadi itu tergantung! Modus ini disebut sebagai rata-rata, tetapi ini bukan ukuran yang sama dengan median dan rata-rata, dan jika Anda hanya dapat memiliki salah satu dari ketiganya, modusnya bukanlah yang akan Anda pilih. Median adalah nilai tengah (`Mr Average') - setengah dari nilai lainnya lebih besar dan setengahnya lebih kecil - sedangkan rata-rata adalah nilai yang memberi setiap orang bagian yang sama. Ini menyarankan strategi untuk memutuskan ukuran mana yang akan digunakan: jika total nilai memberi tahu Anda sesuatu yang menarik, maka rata-ratanya mungkin lebih tepat.

Perhatikan bahwa total harus menunjukkan sesuatu yang menarik: jika Anda melihat upah yang dibayarkan di sebuah pabrik karena Anda berpikir untuk melamar pekerjaan di sana, median akan menjadi rata-rata yang tepat untuk dilihat, karena itu akan memberi tahu Anda berapa penghasilan pekerja pada umumnya; di sisi lain, jika Anda ingin membeli pabrik maka tagihan gaji total akan menarik, karena ini memberi tahu Anda tentang biaya operasional, dan oleh karena itu rata-rata akan lebih sesuai. Jadi rata-rata yang paling tepat bukan hanya soal apakah datanya simetris, atau ada outlier; menggunakan satu set data untuk tujuan yang berbeda dapat berarti bahwa rata-rata yang berbeda sesuai. Jika data kira-kira simetris maka median dan rata-rata akan berdekatan, jadi tidak masalah mana yang Anda hitung - yang memberi tahu Anda bahwa simetri bukanlah kriteria yang baik untuk memilih mana yang akan digunakan.

Namun, ada satu aturan emas: ukuran pusat dan sebaran tidak dapat dipertukarkan! Median sesuai dengan rentang interkuartil dan rata-rata sesuai dengan standar deviasi (atau varians).

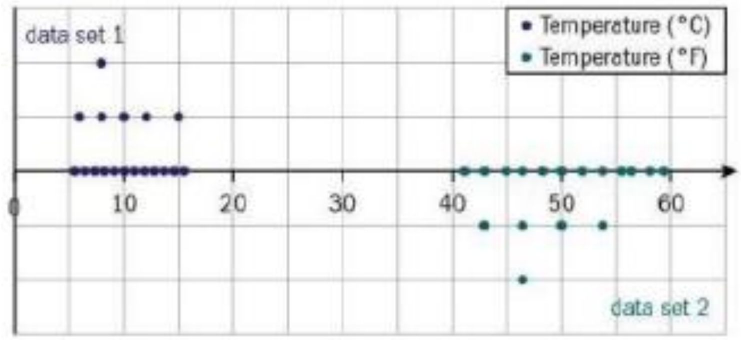
2.5 PENGKODEAN

Diagram menunjukkan dua kumpulan data:
Kumpulan data 1 mewakili umur, dalam tahun, dari sekelompok orang;
Kumpulan data 2 mewakili usia orang yang sama 15 tahun kemudian.



Semua nilai data telah bergeser sebesar 15, jadi
Mean of Data set 2 = (mean of Data set 1) + 15
dan tidak ada perubahan ukuran penyebaran.

Diagram berikutnya menunjukkan sekumpulan suhu dalam derajat Celcius (Kumpulan data 1) dan suhu yang sama dalam derajat Fahrenheit (Kumpulan data 2).



Untuk mendapatkan nilai dalam derajat Fahrenheit, semua nilai dalam derajat Celcius dikalikan dengan 1,8, lalu ditambahkan 32:
Rata-rata Kumpulan Data 2 = 1,8 x (rata-rata Kumpulan Data 1) + 32

Derajat sebaran tidak dipengaruhi oleh + 32.
Standar deviasi Himpunan Data 2 = 1,8 x (deviasi standar Himpunan Data 1), jadi varian Himpunan Da ta 2 = 1,82 x (varian Himpunan Data 1).

Jika sekumpulan nilai data X berhubungan dengan sekumpulan nilai Y sehingga Y= ax + b, maka: mean of Y= ax mean of X + b standar deviasi Y = a x standar deviasi dari X varians dari Y = a2 x varian dari X.

Anda dapat menggunakan ide ini untuk mengubah atau mengkodekan sekumpulan angka. Anda mungkin melakukan ini untuk membuat angka lebih mudah dikerjakan.

Kegunaan lain dari pengkodean adalah dalam menstandarkan kumpulan data yang berbeda untuk perbandingan.

Contoh 7

Berikut adalah data yang dikelompokkan dari Contoh 6, pada ketinggian 142 tanaman. (Ingat bahwa kelas 65-70, misalnya, berarti tinggi badan minimal 65 cm dan kurang dari 70 cm.) Gunakan pengkodean $M = \frac{m-57.5}{5}$ untuk mencari rata-rata dan varian dari data tersebut.

Class	m	f
55–60	57.5	2
60–65	62.5	11
65–70	67.5	37
70–75	72.5	54
75–80	77.5	28
80–85	82.5	9
85–90	87.5	1
		$\sum f = 142$

Perluas tabel:

Class	m	M	f	Mf	M^2f
55–60	57.5	0	2	0	0
60–65	62.5	1	11	11	11
65–70	67.5	2	37	74	148
70–75	72.5	3	54	162	486
75–80	77.5	4	28	112	448
80–85	82.5	5	9	45	225
85–90	87.5	6	1	6	36
			$\sum f = 142$	$\sum Mf = 410$	$\sum M^2 f = 1354$

Maka $\bar{M} = \frac{410}{142} = 2.887 \ldots. dan \quad \sigma_M^2 = \frac{1354}{142} - \bar{M} = 1.19857 \ldots = 1.20 \text{ (3 s.f)}$

Untuk mencari rata-rata dan varian dari data yang tidak dikodekan:

$\bar{m} = \bar{M}x\ 5 + 57.5 = 2.887\ x\ 5\ + 57.5\ = 71.9\ (3\ \text{s.f})$
$\sigma_m^2\ = 5^2 \text{x}\ \sigma_m^2 =\ 25\ \text{x}\ 1.19857 \ldots = 30.0\ (3\ \text{s.f})$
Bilangan berkode M lebih mudah daripada bilangan tak berkode m.

Tanpa coding:

$$\sum mf = 10215$$

$$\sum m^2 f = 739087.5$$

$$\bar{m} = \frac{10215}{142} =\ 71.9\ (3\ \text{s.f})$$

$$\sigma_m^2 = \frac{739\ 087.5}{142} - \left(\frac{10215}{142}\right)^2 = 30.0\ (3\ \text{s.f.})$$

Coding memberikan jawaban yang sama, tetapi menggunakan angka yang lebih kecil dan penekanan tombol yang lebih sedikit.

Latihan 2.4

1. Serangkaian pengamatan {x} dikodekan menggunakan
   $X = \dfrac{x - 62.5}{5}\ .\bar{X} = 3.6, Var(X) = 5.3$
   Hitung rata-rata dan varians dari kumpulan pengamatan asli.

2. Serangkaian pengamatan 14 x 10 diberi kode menggunakan
   $X = \dfrac{x - 1055}{10}\ .\bar{X} = 8.2, Var(X)\ = 3.22$
   Hitung rata-rata dan varians dari kumpulan pengamatan asli.

3. Suhu (dalam °F) di sebuah resor diukur pada waktu yang sama pada delapan hari Senin berturut-turut:
   50.0 53.6 52.7 55.4 55.4 57.2 59.9 62.6
   a) Hitung rata-rata suhu tersebut (dalam °F).
   b) Ubah setiap suhu menjadi °C menggunakan rumus $C = {(F - 32)}\big/{\tfrac{9}{5}}$
   c) Hitung rata-rata suhu ini (dalam °C).
   d) Periksa apakah suhu rata-rata dalam °F berubah menjadi rata-rata yang sama dalam °C.

4. Tabel tersebut menunjukkan informasi tentang waktu yang ditempuh sebuah bus untuk menempuh perjalanan dari rumah Nikki ke rumah neneknya.

Time (minutes)	Frequency
$8 \leq x < 10$	5
$10 \leq x < 12$	14
$12 \leq x < 14$	3
$14 \leq x < 16$	2

a) Hitung estimasi rata-rata dan varian waktu yang diambil oleh bus.

b) Beri kode kumpulan data ini menggunakan $X = \frac{x-9}{2}$

c) Carilah taksiran rata-rata dan varians dari data yang dikodekan.

d) Periksa bahwa rata-rata x adalah 9 lebih dari dua kali rata-rata X, dan varians x adalah empat kali varians X

5. Tabel tersebut menunjukkan informasi tentang gaji yang dibayarkan kepada karyawan perusahaan.

Salary	Frequency
$\$0 < x \leq \$10\,000$	12
$\$10\,000 < x \leq \$15\,000$	63
$\$15\,000 < x \leq \$20\,000$	32
$\$20\,000 < x \leq \$25\,000$	21
$\$25\,000 < x \leq \$30\,000$	8
$\$30\,000 < x \leq \$50\,000$	4

a) Beri kode data ini menggunakan $X = \frac{x-5000}{2500}$

b) Hitung taksiran rata-rata dan varian dari data yang dikodekan.

c) Gunakan jawaban Anda pada bagian (b) untuk memberikan estimasi rata-rata dan varian gaji di perusahaan.

6. Tabel tersebut menunjukkan informasi tentang waktu harian yang dihabiskan oleh seorang perawat dengan setiap pasien.

Time, t (minutes)	Frequency
$10 < t \leq 15$	312
$15 < t \leq 20$	479
$20 < t \leq 25$	243
$25 < t \leq 30$	119

a) Beri kode pada data ini menggunakan $T = \frac{t-12.5}{5}$

b) Hitung taksiran rata-rata dan varians dari data yang dikodekan.

c) Gunakan jawaban Anda pada bagian (b) untuk memberikan perkiraan rata-rata dan varian waktu harian yang dihabiskan oleh perawat dengan setiap pasien.

Latihan rangkuman 2

1. $\sum x = 150 \quad \sum x^2 = 1535 \quad n = 25$
   Tentukan mean dan varian dari X.

2. Rangkuman dari 20 pengamatan y memberikan informasi berikut
   $$\sum(y-a) = -37 \quad \sum(y-a)^2 = 1529$$
   Tentukan rata-rata dan standar deviasi y.

3. Berat (dalam kg) tas jinjing yang dibawa ke suatu penerbangan oleh 97 penumpang diringkas dengan $\sum(x-5) = 314 \quad \sum(x-5)^2 = 1623$, cari $\sum x$ dan $\sum x^2$

4. Skor tes, x, untuk kelas yang terdiri dari 14 siswa memberikan $\sum x = 919$ dan $\sum x^2 = 60773$
   a) Hitung rata-rata dan varian nilai untuk kelas ini.
   Kelas lain yang terdiri dari 15 siswa yang mengikuti tes yang sama mendapat nilai rata-rata 63,8, dengan standar deviasi 5,58.
   b) Hitung $\sum x^2 =$ untuk kelas kedua.
   c) Hitung nilai rata-rata untuk semua siswa di dua kelas.

5. Layanan bus bandara beroperasi dari pusat kota dan dari bandara setiap 10 menit pada siang hari. Jumlah penumpang pada sampel acak perjalanan dari bandara ditunjukkan di bawah ini.
   11, 3, 14, 34, 1, 6, 12, 15, 8, 4, 28, 7, 3, 0, 8, 12
   Hitung median dan jangkauan interkuartil dari jumlah penumpang.

6. Nilai siswa pada ujian sejarah adalah: 73, 67, 76, 63, 59.
   a) Hitung mean dan standar deviasi dari nilai tersebut.
   Untuk perbandingan dengan mata pelajaran lain, nilai harus diskalakan sehingga memiliki rata-rata 50 dan standar deviasi 10. Hal ini dilakukan dengan menggunakan transformasi $Y = \frac{X-a}{b}$ di mana X adalah nilai awal dan Y adalah nilai tanda yang ditransformasikan.
   b) Hitung nilai a dan b.

7. Rangkuman dari 20 pengamatan x memberikan informasi berikut:
   $$\sum(x-a) = -23.2 \quad dan \sum(x-a)^2 = 211.23$$
   Rata-rata nilai x ini adalah 8.95.
   i) Tentukan nilai konstanta a.
   ii) Temukan standar deviasi dari nilai-nilai x ini.

8. Arinda mengukur denyut nadi istirahat beberapa siswa. Hasilnya dicatat di bawah ini.
   68, 72, 67, 70, 74, 68, 72, 75, 67, 70

Cari mean dan standar deviasi dari denyut nadi ini.

9. Jumlah uang, x dolar, yang dimiliki 25 orang di saku mereka diringkas dengan $\sum(x-40) = -23 \quad dan \sum(x-40)^2 = 347$ Temukan $\sum x$ dan $\sum x^2$

10. Tabel tersebut menunjukkan rata-rata dan standar deviasi tinggi badan anak laki-laki dan perempuan dalam suatu kelas.

	Number of pupils	Mean (cm)	Standard deviation (cm)
Boys	15	172	5.38
Girls	12	167.5	5.65

i) Cari tinggi rata-rata dari semua 27 siswa di kelas.
ii) Tinggi badan individu laki-laki dilambangkan dengan h_b dan tinggi badan individu perempuan dengan h_g. Dengan terlebih dahulu menemukan $\sum h_b^2$ dan $\sum h_g^2$; tentukan simpangan baku dari tinggi badan semua 27 siswa di kelas tersebut.

11. Seorang perawat mencatat denyut nadi (dalam denyut per menit) sepuluh anak berusia 4 tahun dan sepuluh anak berusia 14 tahun.

4-year-olds	95	89	106	92	114	96	107	89	115	91
14-year-olds	72	83	67	75	80	87	68	76	91	72

Hitung mean dan standar deviasi dari denyut nadi untuk setiap kelompok umur. Gunakan hasil Anda untuk membandingkan distribusi.

Ringkasan bab

- Q, adalah median.
  Untuk mencari median, hitunglah $\frac{1}{2}$n.
  Jika $\frac{1}{2}$n bilangan bulat r maka Q_2 adalah titik tengah x_r dan x_{r+i}.
  Jika $\frac{1}{2}$n terletak di antara r dan r + 1 maka Q_2 adalah x_{r+1}.

- Qi adalah kuartil bawah dan Q_3 adalah kuartil atas.
  Untuk kumpulan data dengan n nilai (x_1, x_2,, x_n), untuk mencari Q_1, hitung $\frac{1}{4}$ n.
  Jika $\frac{1}{4}$ n adalah bilangan bulat r, maka Q_1 adalah titik tengah x_r dan x_{r+i}.
  Jika $\frac{1}{4}$ n terletak di antara r dan r + 1, maka Q_1 adalah x_{r+1}

- Proses yang sama digunakan untuk mencari Q_3, tetapi menggunakan in.

- Kisaran interkuartil (IQR) adalah perbedaan antara kuartil bawah dan atas:
  IQR = Q_3 - Q_1.

- Untuk sekumpulan data,

  Rata rata $= \bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ atau $\frac{\sum xf}{\sum f}$

  Dan

  Variant $= \sum \frac{(x - \bar{x})^2}{n}$ atau $\frac{\sum xf}{\sum f}$

  $= \frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2$ atau $\frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \bar{x}^2$

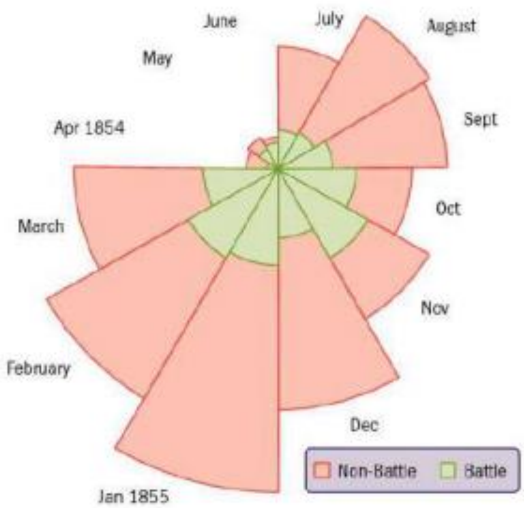
  Untuk data yang dikelompokkan, titik tengah interval digunakan untuk r dalam setiap kasus.

- Standar deviasi adalah akar pangkat dua dari varians dan merupakan ukuran penyebaran data. Ini diukur dalam satuan yang sama dengan data.

- Jika himpunan nilai data X berhubungan dengan himpunan nilai Y sehingga Y = aX + b, maka: rata-rata Y = a x rata-rata dari X + b, standar deviasi Y = a x standar deviasi dari X, dan vat- Ku-es dari Y = a^2 x varians dari X.

BAB 3
MEREPRESENTASIKAN DAN MENGANALISIS DATA

Florence Nightingale bekerja sebagai perawat dalam perang Krimea meskipun dilahirkan dalam keluarga Inggris yang kaya. Dia terkenal karena mereformasi kebersihan di rumah sakit ketika dia menemukan bahwa lebih banyak tentara yang meninggal karena penyakit di rumah sakit daripada luka pertempuran mereka. Kesuksesannya dalam mengkomunikasikan temuan ini dengan menggunakan diagram statistik inovatif (coxcombs - contoh pertama diagram lingkaran) yang memberikan penemuannya modal politik untuk membuat serangkaian reformasi kesehatan dan kebersihan mendasar. Akibatnya, dia adalah wanita pertama yang terpilih ke Royal Statistical Society, dan dia adalah wanita pertama yang menerima Order of Merit, yang merupakan kehormatan sipil tertinggi di Inggris.



Gambar 3.1 contoh pertama diagram lingkaran yang dibuat oleh Florence Nightingale

Tujuan

- Memilih cara yang sesuai untuk menyajikan data statistik mentah, dan mendiskusikan keuntungan dan/atau kerugian yang mungkin dimiliki oleh representasi tertentu.
- Buat dan interpretasikan diagram batang dan daun, plot kotak dan kumis, histogram, dan grafik frekuensi kumulatif.
- Gunakan grafik frekuensi kumulatif untuk memperkirakan nilai median, kuartil, dan rentang interkuartil dari sekumpulan data.

Catatan penting:

Anda harus mengetahui cara:

1. Menemukan median dan kuartil kumpulan data yang diberikan sebagai daftar, tabel frekuensi, dan tabel frekuensi yang dikelompokkan, mis. Carilah median dan kuartil dari kumpulan data berikut.

   a) 7, 7, 8, 9, 10, 12, 14

7, 7, 8, 9, 10, 12, 14 - mediannya adalah nilai tengah (9), kuartil bawah (7) adalah nilai tengah dari separuh bawah; dan kuartil atas (12) adalah bagian tengah dari separuh atas.

b)

Number of beans per pod	1	2	3	4	5
Frequency	2	5	8	6	4

Ada 2 + 5 + 8 + 6 + 4 = 25 nilai yang terangkum dalam tabel sehingga mediannya adalah yang ke-13, yaitu 3, kuartil bawah adalah yang ke-7, yaitu 2, dan kuartil atas adalah yang ke-19, yang merupakan 4.

Pemeriksaan keterampilan:

1. Untuk kumpulan data yang diberikan, temukan median dan kuartil.
   a) 8, 8, 9, 10, 11, 12, 16, 18, 19, 22, 23
   b)

Number of correct answers in short test	3	4	5	6	7
Frequency	4	7	6	3	1

3.1 DIAGRAM BATANG DAN DAUN

Diagram batang dan daun memberikan bentuk distribusi dengan cara yang sama seperti histogram dengan interval yang sama, tetapi juga menjaga agar detail tetap tersedia.

Pengurutan dalam diagram batang dan daun memudahkan untuk menemukan median dan kuartil, serta nilai tertinggi dan terendah. Diagram batang dan daun di bawah menunjukkan tinggi beberapa tanaman:

3	5	7	7			(3)
4	2	2	3	4	7	(5)
5	1	4	7	8		(4)
6	2					(1)

Kunci **5 | 2** rata-ratanya 52 cm

Ada 13 tumbuhan, jadi mediannya adalah yang ke-7 — ditunjukkan dengan warna merah (44 cm). Buatlah diagram batang-dan-daun dalam dua tahap:

(1) Pertama, berikan nilai ke tempat yang benar pada batang.

(2) Kemudian urutkan setiap 'daun' secara bergiliran.

Data dalam diagram ini mungkin disediakan persis seperti saat dikumpulkan: sebagai daftar data sederhana yang tidak terurut.

42, 57, 37, 62, 51, 42, 47, 35, 54, 43, 44, 58, 37

Dalam hal ini, setelah tahap pertama diagram akan menjadi:

3	7	5	7		
4	2	2	7	3	4
5	7	1	4	8	
6	2				

Ini berarti Anda akan dapat menggambar plot kotak-dan-kumis.

Maka mudah untuk mengurutkan setiap baris data untuk mendapatkan diagram batang-dan-daun akhir.

3	5	7	7			(3)
4	2	2	3	4	7	(5)
5	1	4	7	8		(4)
6	2					(1)

Kunci **5 | 2** Rata-ratanya 52 cm

Ada dua hal lain yang perlu diperhatikan dengan hasil akhir. Kuncinya wajib — dan harus menyertakan satuan apa pun yang digunakan dalam pengukuran. Angka dalam tanda kurung di akhir setiap baris bersifat opsional, tetapi buatlah pencarian median dan kuartil menjadi lebih mudah.

Di Bab 2, Anda mempelajari cara menemukan kuartil dan rentang interkuartil untuk sekumpulan data - di sini kuartil bawah (42 cm) dan kuartil atas (54 cm) disorot dengan warna biru, memberikan rentang interkuartil 12 cm. Dua set data terkait dapat ditampilkan sebagai diagram batang-dan-daun back-to-back, di mana batang umum digunakan dan dua set data pergi ke kiri dan kanan. Diagram batang-dan-daun back-to-back memungkinkan perbandingan distribusi dibuat.

Anda harus memberi komentar tentang lokasi dan penyebaran keduanya, tetapi cobalah untuk mendeskripsikannya dalam konteks daripada hanya mencantumkan nilai median dan rentang interkuartil, mis. jika tanaman jenis lain memiliki tinggi yang semuanya berkisar antara 50-70 cm dapat dikatakan bahwa jenis pertama cenderung lebih kecil dan lebih bervariasi tingginya dibandingkan jenis tanaman kedua.

Contoh 1

Ketinggian sampel dari dua jenis tumbuhan direpresentasikan dalam diagram batang-dan-daun back-to-back ini. Bandingkan tinggi kedua jenis tanaman tersebut.

	Type A							Type B						
							2	3	5	7	7			(4)
(2)					7	4	3	2	2	4	8	8	9	(6)
(6)	9	7	7	6	3	1	4	1	4	5	5	7		(5)
(5)		8	5	4	4	2	5	2	3					(2)
(3)				5	3	3	6							

Kunci **1 | 4 | 5** berarti 41 cm untuk tipe A dan 45 cm untuk tipe B

Median tipe A adalah 50,5 cm dan tipe B adalah 38. IQR untuk A adalah 12 dan untuk B adalah 13.

Tumbuhan tipe A rata-rata lebih tinggi daripada tumbuhan tipe B, dan kedua jenis tumbuhan tersebut memiliki variabilitas yang sama pada tingginya.

Saat membandingkan distribusi, Anda harus mengomentari rata-rata dan sebaran. Komentar harus dalam konteks data.

Jumlah kesalahan kecil pada tes mengemudi yang ditandai oleh penguji (A) tercantum di bawah ini.

12	8	11	14	18	14	15	11
9	7	12	18	11	17	16	10

Menggunakan dua batang dengan daun 0-4 dan 5-9 dan menugaskan setiap nilai data ke batang.

0	8	9	7					
1	2	1	4	4	1	2	1	0
1	8	5	8	7	6			

Kemudian memesan daun memberikan diagram batang-dan-daun akhir.

0	7	8	9					
1	0	1	1	1	2	2	4	4
1	5	6	7	8	8			

Kunci **1 | 6** Rata-rata kesalahan terkecil 16

Diagram batang-dan-daun biasanya hanya memiliki satu set daun untuk setiap nilai batang, tetapi dua atau lima set daun dimungkinkan (lima set sangat jarang).

Diagram batang dan daun ini menunjukkan jumlah kesalahan kecil yang dilakukan pada tes mengemudi yang ditandai oleh penguji lain, B.

0	1	4							(2)
0	5	7	7						(3)
1	0	0	1	2	3	3	4	4	(8)
1	6	7	8	8					(4)
2	0	1							(2)

Kunci **1 | 6** Rata-rata kesalahan terkecil 16

	Examiner A									Examiner B								
									0	1	4							(2)
(3)						9	8	7	0	5	7	7						(3)
(8)	4	4	2	2	1	1	1	0	1	0	0	1	2	3	3	4	4	(8)
(5)				8	8	7	6	5	1	6	7	8	8					(4)
									2	0	1							(2)

Kunci **2 | 1 | 5** Rata-rata 15 kesalahan terkecil untuk Examiner B
Dan 12 kesalahan terkecil untuk Examiner A

Kedua penguji tampaknya mengidentifikasi rata-rata jumlah kesalahan kecil yang sama, namun Penguji B memiliki jangkauan yang jauh lebih luas.

Perhatikan bahwa kecuali Anda tahu lebih banyak tentang kandidat, tidak mungkin untuk mengetahui apakah ini perbedaan dalam gaya penilaian atau karena grup tidak memiliki standar yang sebanding.

Latihan 3.1

1. Data di bawah mencatat massa, dalam biji-bijian, dari sampel 35 buah plum dari dua jenis yang berbeda.

Type A

(1)	2	5
(3)	3	0 2 4
(5)	3	5 5 7 7 9
(9)	4	1 2 2 2 2 4 4 4 4
(10)	4	5 5 6 6 6 7 7 7 7 8
(4)	5	0 1 2 2
(3)	5	7 8 9

Type B

(1)	4	4
(11)	4	5 6 7 7 8 8 8 9 9 9 9
(14)	5	0 0 0 0 1 1 1 1 1 2 2 3 3 4
(9)	5	5 5 6 6 7 7 8 9 9

Kunci **4 | 5** Berarti 45 Grm untuk masing-masing diagram

a) Untuk setiap jenis, tentukan median dan jangkauan interkuartil dari massa.
b) Gambarlah diagram batang-dan-daun berurutan untuk menunjukkan data ini dalam satu diagram.
c) Bandingkan ciri-ciri kedua jenis buah plum.
d) Jika Anda seorang penanam buah, manakah dari dua jenis yang akan Anda tanam? Berikan alasan.

2. Sekelompok siswa mengukur denyut nadi mereka pada awal pelajaran statistik. Mereka kemudian melakukan olahraga ringan selama lima menit dan mengukur denyut nadi mereka lagi. Hasilnya dirangkum di bawah ini:

	Before exercise		After exercise	
(3)	9 8 6	6		
(4)	7 5 4 2	7		
(4)	8 6 5 1	8	4 5 7 7 8	(5)
(3)	5 3 2	9	1 3 4 4 6 9	(6)
(1)	0	10	0 2 5 5	(4)

Kunci: **1 | 9 | 5** Berarti 91 denyut per menit sebelum ujian
Dan 95 denyut per menit setelah ujian

Bandingkan denyut nadi kelompok sebelum dan sesudah latihan.

3. Sampel bobot Dunnocks, burung kecil berwarna coklat, diambil pada bulan Januari (selama musim dingin) dan April (saat musim kawin dimulai).

	January		April	
		18	6	(1)
(1)	5	19	1 4 5 7 8	(5)
(4)	9 6 2 1	20	0 2 4 4 5 8 9	(7)
(7)	9 8 8 5 5 2 0	21	0 1 2 5 5 5 6 7 8 9	(10)
(8)	7 6 5 3 3 3 2 2	22	0 0 2 3 3 4 8 9	(8)
(8)	9 9 9 4 4 2 1 0	23	4	(1)
(5)	4 3 2 1 0	24	5 7	(2)
(1)	2	25		
(2)	2 0	26		

Kunci: **7 | 22 | 5** berarti 22.7 gram di bulan Januari dan 22.5 gram dibulan April

Bandingkan bobot Dunnocks pada bulan Januari dan April.

4. Bentang sayap dari sampel Eurasia Eagle-Owls jantan dan betina dikumpulkan, dan dirangkum dalam diagram di bawah ini.

	Male		Female	
(2)	9 7	15		
(5)	8 6 6 3 2	16	8 9	(2)
(6)	7 6 6 5 3 1	17	0 3 5 5 7	(5)
(1)	3	18	2 5 7 9 9	(5)
		19	0 3	(2)

Kunci: **1 | 17 | 5** Berarti 171 cm untuk Jantan dan 175 cm Untuk Betina

Bandingkan lebar sayap Eurasia Eagle-Owl jantan dan betina.

5. Jumlah gram karbohidrat dalam porsi tipikal beberapa buah dan sayur berbeda yang diberikan. Buatlah diagram batang-dan-daun back-to-back dan bandingkan jumlah karbohidrat dalam buah dan sayuran.

Fruit

34	3	30	12	23	12	20	19
15	26	13	19	11	26	21	

Vegetables

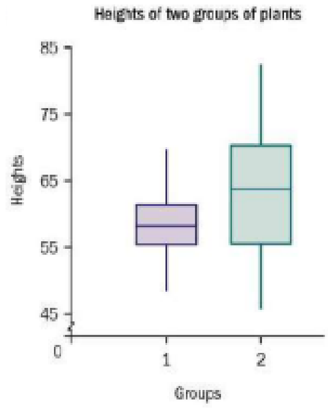
4	6	8	7	5	4	2	5
2	2	3	11	26	18	5	

3.2 PLOT KOTAK-DAN-KUMIS

Plot kotak-dan-kumis (terkadang disebut sebagai plot kotak) biasanya hanya menampilkan lima 'titik' dari distribusi — bagian atas dan bawah rentang, median, dan kuartil atas dan bawah (UQ dan LQ).

Kelima nilai ini kadang-kadang dikenal sebagai kuartil dan notasi Q_0, Q_1, Q_2, Q_3 dan Q_4 kadang-kadang digunakan untuk merujuk ke minimum, LQ, median, UQ dan maksimum. Sepasang plot kotak-dan-kumis di sebelah kanan menunjukkan ketinggian dua kelompok tanaman. Kami melihat bahwa tanaman Grup 1 jauh lebih konsisten tingginya daripada Grup 2, dan tanaman Grup 2 cenderung lebih tinggi.

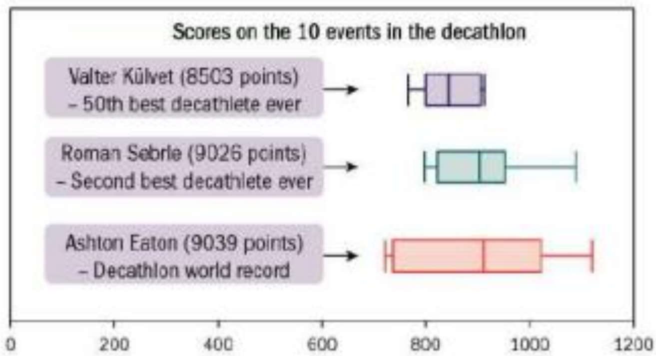
Catatan: Tidak ada detail untuk mengalihkan perhatian Anda dari gambaran besarnya.



Gambar 3.2 sepasang plot kota dan kumis

Dasalomba adalah serangkaian 10 pertandingan lari, lompat, dan lempar di mana para atlet diberikan poin di setiap pertandingan berdasarkan kinerja mereka. Total poin di 10 pertandingan menentukan hasil kompetisi decathlon. Tiga plot kotak-dan-kumis di bawah ini menunjukkan skor di 10 pertandingan untuk dua decathetes terbaik yang pernah ada (hingga Juni 2014), yang mencetak 9039 dan 9026 poin, dan yang terbaik secara pribadi dari decathetes terbaik ke-50 (8506 poin).

Kekuatan dan kelemahan plot kotak-dan-kumis diilustrasikan dengan jelas oleh contoh ini. 'Rata-rata' untuk dua decathletes terbaik sangat mirip - di tengah kotak - tetapi penampilan Roman Sebrle di 10 pertandingan jauh lebih konsisten daripada penampilan Ashton Eaton. Penampilan Valter Kiilvet bahkan lebih konsisten tetapi pada level yang jauh lebih rendah daripada dua lainnya. Kelemahannya adalah Anda tidak memiliki detail di luar lima statistik rangkuman - dan dalam hal ini berarti Anda tidak dapat membuat perbandingan performa apa pun di setiap acara.



Gambar 3.3 Skor 10 even dalam satu dekade

Outlier

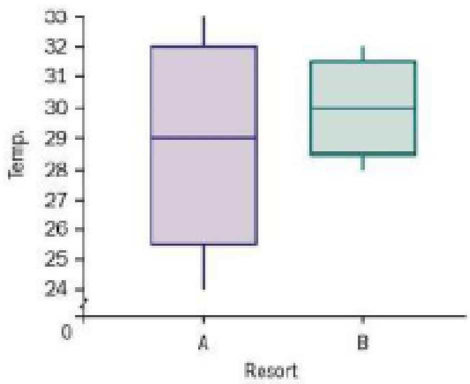
Outlier adalah nilai yang tidak biasa besar atau kecil untuk data. Salah satu definisi umum dari outlier adalah nilai yang lebih dari 1,5 x IQR di atas UQ atau di bawah LQ - batasan ini dikenal sebagai pagar.

$$x - Q_3 > 1.5 \text{ x } (Q_3 - Q_1)$$
$$Q_3 - x > 1.5 \text{ x } (Q_3 - Q_1)$$

Kita dapat melihat bahwa tidak ada outlier untuk salah satu dari tiga dasalomba yang ditunjukkan di atas - tidak ada kumis yang memanjang cukup jauh menjadi 1,5 kali lebar kotak. Pertanyaan 2 di bawah mewakili outlier dengan "s di luar kumis utama - memungkinkan Anda untuk melihat sebagian besar distribusi dan nilai besar atau kecil yang tidak biasa satu per satu. Karena jumlah pekerjaan yang terlibat dalam menghitung apa yang merupakan outlier dan dalam merencanakan, outlier adalah bukan bagian dari mata kuliah ini, tetapi komputer dapat diprogram untuk memplotnya secara otomatis, dan Anda harus terbiasa dengan idenya.

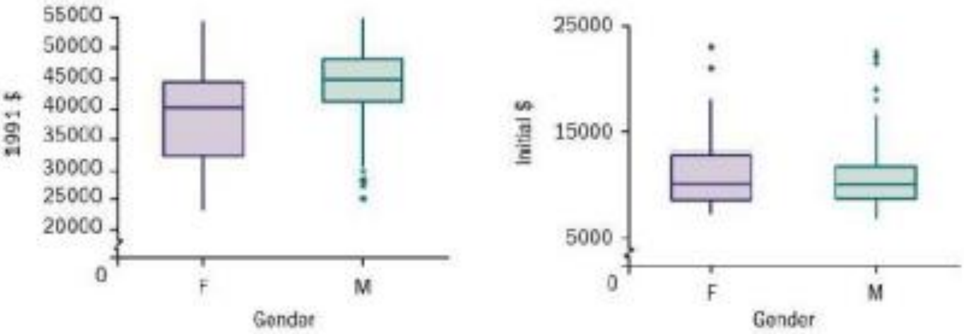
Latihan 3.2

1. Petak kotak-dan-kumis ini menunjukkan suhu harian rata-rata di dua resor liburan di bulan Juli. Bandingkan kedua resor tersebut sebagai tujuan liburan, dan komentari informasi lain yang mungkin ingin Anda ketahui.



   Ini adalah kumpulan data nyata yang digunakan dalam memerangi diskriminasi yang mengilustrasikan mengapa kumpulan data sederhana dalam konteks kompleks bisa sulit untuk ditafsirkan secara bermakna.

2. Dua plot kotak-dan-kumis di bawah ini berhubungan dengan gaji di sebuah perguruan tinggi kecil di Amerika Serikat.
   a) Yang pertama menunjukkan gaji yang dibayarkan selama tahun ajaran 1991-1992, terpisah untuk laki-laki dan perempuan. Apakah ada perbedaan perlakuan laki-laki dan perempuan di perguruan tinggi ini?



b) Yang kedua menunjukkan gaji awal anggota staf, pada tahun berapa pun mereka bergabung dengan staf, sekali lagi ditampilkan secara terpisah untuk pria dan wanita. Apakah informasi yang terkandung dalam diagram ini mengubah tampilan yang Anda bentuk dari kumpulan data pertama? Jika ya, jelaskan caranya.

3. Kuartil jumlah karyawan dalam sampel acak perusahaan pada tahun 2010 dan 2015 diberikan dalam tabel di bawah ini, bersama dengan outlier yang lebih dari 1,5 x rentang interkuartil di luar kuartil.

	Min	LQ	Median	UQ	Max	Outliers
2010	1	6	18	42	145	106, 131, 145
2015	1	3	13	35	160	95, 160

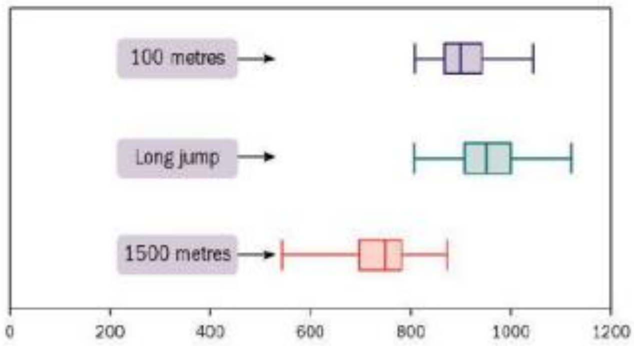
a) Buat plot kotak-dan-kumis untuk setiap tahun.
b) Bandingkan dan komentari kedua distribusi tersebut.

4. Tabel menunjukkan ukuran porsi yang digunakan Badan Pengawas Obat dan Makanan di Indonesia untuk 15 makanan di setiap lembar fakta nutrisi yang mereka terbitkan untuk buah, sayuran, dan makanan laut.

Fruit	242	30	126	134	126	134	148	154	147	166	112	161	147	140	280
Vegetables	93	148	148	78	99	110	99	84	89	85	84	148	148	90	148
Seafood	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84

a) Temukan kuartil untuk masing-masing dari tiga jenis makanan.
b) Mengapa Anda tidak menggambar petak kotak untuk ukuran porsi makanan laut?
c) Dengan menggunakan sumbu tunggal, buatlah plot kotak-dan-kumis untuk ukuran porsi buah dan sayuran di meja.

5. Diagram menunjukkan skor terdaftar untuk 100 meter, lompat jauh, dan 1500 meter dalam catatan terbaik pribadi untuk 75 decathlet teratas hingga Juni 2014. Bandingkan penampilan dalam 3 pertandingan.



3.3 HISTOGRAM

Dalam histogram, luas setiap batang sebanding dengan frekuensi dalam interval. Ketika interval tidak sama lebarnya, tinggi bar adalah kerapatan frekuensi dan harus diskalakan.

- Kepadatan frekuensi = $\frac{\text{frekuensi}}{\text{lebar interval}}$

Contoh 2

Tinggi badan anak-anak di sekolah diukur dengan benar hingga sentimeter terdekat dan dirangkum dalam tabel:

Height (cm)	120–129	130–139	140–144	145–149	150–154	155–159	160–169	170–179
Frequency	60	80	50	93	77	67	72	54

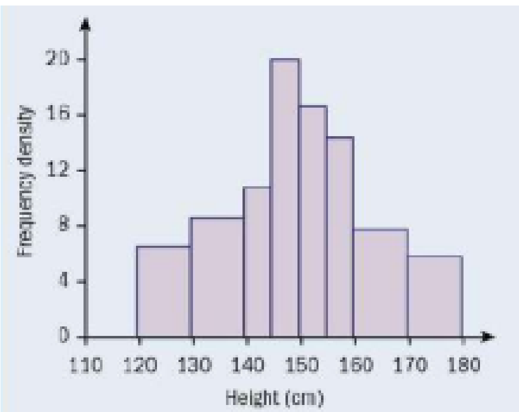
Gambar histogram untuk mewakili data ini.

Titik akhir interval adalah
119.5, 129.5, 135.5, 139.5, 144.5, 149.5, 154.5,
159.5, 169.5 dan 179.5
sehingga lebar interval adalah 10, 10, 5, 5, 5, 5, 10 dan 10.

Ketinggian balok kemudian menjadi

$$\frac{60}{10} = 6;\ \frac{80}{10} = 8;\ \frac{50}{5} = 5;\ \frac{93}{5} = 18.6;\ \frac{77}{5} = 15.4;\ \frac{67}{5} = 13.4;\ \frac{72}{10} = 7.2 \text{ dan } \frac{54}{10} = 5.4$$

dan histogramnya terlihat seperti ini:



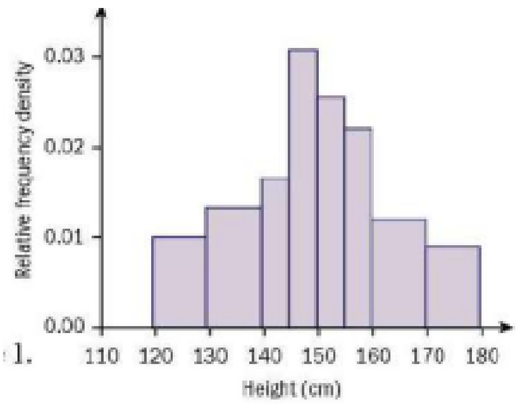
Adalah umum untuk memiliki interval yang lebih lebar ketika data yang dikumpulkan lebih sedikit. Ini 'menghaluskan' data dan memperkecil kemungkinan Anda akan menafsirkan secara berlebihan atau terlalu menekankan pengamatan data yang langka.

Sumbu horizontal harus digambar sebagai skala linier yang menunjukkan variabel.

Histogram frekuensi relatif

Di Bab 9 Anda akan menemukan distribusi normal, yang merupakan contoh distribusi probabilitas. Dalam histogram frekuensi relatif, luas total didefinisikan sebagai 1 unit persegi, dan luas histogram di antara dua nilai mana pun akan mewakili proporsi data yang terletak di antara kedua nilai tersebut.

Untuk menghitung ketinggian batang untuk histogram frekuensi relatif, Anda dapat membagi kerapatan frekuensi dengan frekuensi total - ini akan secara otomatis menskalakan luas total menjadi 1. Contoh sebelumnya terlihat seperti distribusi di sebelah kanan.



Gambar 3.4 Diagram Batang

Contoh 3

Usia anggota perkumpulan kriket dirangkum dalam tabel di bawah ini.

Age (years)	25–34	35–44	45–49	50–54	55–59	60–74
Frequency	6	9	13	9	7	6

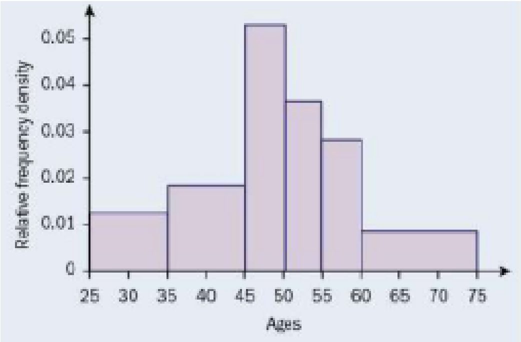
a) Gambarlah histogram frekuensi relatif untuk menampilkan informasi ini.

b) Hitung perkiraan jumlah anggota yang berusia antara 40 dan 52 tahun, inklusif.

Karena ini adalah usia, batas kelas atas dan bawah (UCB, LCB) dari interval pertama adalah 25 dan 35 dst. Tabel adalah cara terbaik untuk menunjukkan perhitungan.

Ages	Frequency	Interval width	LCB	UCB	Frequency density	Relative frequency density
25–34	6	10	25	35	0.6	0.012
35–44	9	10	35	45	0.9	0.018
45–49	13	5	45	50	2.6	0.052
50–54	9	5	50	55	1.8	0.036
55–59	7	5	55	60	1.4	0.028
60–74	6	15	60	75	0.4	0.008
Total	**50**					

Untuk memperkirakan jumlah anggota antara 40 dan 52, sertakan setengah dari interval 35-44, $\frac{3}{5}$ dari interval 50-54.
Mengambil proporsi yang sama dari angka dalam interval memberikan
0,5 x 9 + 13 + 0,6 x 9 = 22,9 sebagai perkiraan.



Latihan 3.3

1. Gambarlah histogram dari data berikut:

Length (cm)	20–50	50–60	60–65	65–70	70–80	80–90	90–110
Number of plants	27	18	16	15	22	14	14

2. Tabel tersebut memberikan asupan protein harian dari sampel 130 orang di suatu negara.

Protein (grams)	0–15	–25	–30	–35	–40	–45	–50	–55	–65
Number of people	18	14	11	16	21	18	15	11	6

   a) Gambarlah histogram untuk data ini.
   b) Hitung perkiraan rata-rata dan standar deviasi asupan protein harian orang-orang di negara tersebut.
   c) Data terkait dikumpulkan di negara lain. Rata-rata himpunan tersebut adalah 45,1 gram dan standar deviasinya adalah 5,9 gram. Apa artinya ini tentang pola makan kedua negara?

3. Sebuah pertanyaan dalam survei menanyakan kepada siswa berapa lama perjalanan mereka ke sekolah pada hari tertentu. Ringkasan hasil ditunjukkan di bawah ini.

Time (minutes, correct to the nearest minute)	Number of children
1–15	115
16–25	46
26–35	36
36–55	22
56–80	14

   Gambarkan data ini menggunakan diagram yang sesuai.

4. Tabel tersebut menunjukkan informasi tentang gaji yang dibayarkan kepada karyawan di suatu perusahaan.

Gaji	Frequency

Rp. 0 < x ≤ Rp. 1.000.000	7
Rp. 1.000.000 < x ≤ Rp. 1.500.000	82
Rp. 1.500.000 < x ≤ Rp. 2.000.000	45
Rp. 2.000.000 < x ≤ Rp. 2.500.000	24
Rp. 2.500.000 < x ≤ Rp. 3.000.000	13
Rp. 3.000.000 < x ≤ Rp. 5.000.000	4

Gambar histogram untuk mewakili data ini.

5. Lama waktu yang dibutuhkan siswa untuk menyelesaikan teka-teki matematika dirangkum dalam tabel.
   a) Gambarkan histogram frekuensi relatif untuk mewakili data ini.
   b) Hitung perkiraan jumlah siswa yang membutuhkan waktu lebih dari 10 menit, tetapi tidak lebih dari 15 menit, untuk menyelesaikan teka-teki tersebut.

Time, t (minutes)	Number of pupils
$0<t\leq 2$	6
$2<t\leq 5$	8
$5<t\leq 8$	15
$8<t\leq 12$	14
$12<t\leq 20$	7

3.4 GRAFIK FREKUENSI KUMULATIF

Saat data diberikan dalam tabel frekuensi yang dikelompokkan, Anda dapat menggunakan interpolasi untuk memperkirakan nilai kuartil.

Catatan: Biasanya Anda akan diminta untuk melakukan ini dengan menggambar grafik frekuensi kumulatif, tetapi contoh ini akan menunjukkan kepada Anda apa yang terjadi saat Anda menggunakan grafik CF.

Contoh 4

Sebuah pertanyaan dalam survei menanyakan kepada siswa berapa lama perjalanan mereka pada hari tertentu. Rangkuman hasil ditunjukkan di bawah ini ke sekolah mengambil

Time (minutes, correct to the nearest minute)	Number of students
1–15	115
16–25	46
26–35	36
36–55	22
56–80	14

Hitung perkiraan a) median dan b) kuartil atas untuk data ini.

Tulis ulang tabel dengan frekuensi kumulatif:

Time (minutes, correct to the nearest minute)	Number of students	LCB	UCB	Cumulative frequency
1–15	115	0.5	15.5	115
16–25	46	15.5	25.5	161
26–35	36	25.5	35.5	197
36–55	22	35.5	55.5	219
56–80	14	55.5	80.5	233

a) n = 233, dan mediannya adalah nilai ke-117; 117 adalah antara 115 dan 161, jadi mediannya terletak pada selang 16-25.

117 - 115 = 2 dan ada 46 siswa dalam selang waktu tersebut, jadi perkiraannya akan $\frac{2}{46}$ melewati selang waktu tersebut. Interval dimulai pada 15,5 dan lebarnya 10 menit jadi median

$$15.5 + \frac{2}{46}\text{ x } 10 = 15.93547 \ldots = 15.9 \text{ menit}$$

b) n = 233, dan kuartil atas adalah nilai ke-175 (233 x = 174,75);

175 berada di antara 161 dan 197, jadi kuartil atas terletak pada interval 26-35.

175 —161 = 14 dan ada 36 siswa dalam selang waktu tersebut, jadi perkiraannya adalah $\frac{14}{36}$ dari jalan melewati selang waktu tersebut. Interval dimulai pada 25,5 dan lebarnya 10 menit sehingga kuartil atas adalah

$$25.5 + \frac{14}{36}\text{ x } 10 = 29.3888 \ldots = 29.4 \text{ menit}$$

Anda mungkin lebih suka menggunakan rumus untuk interpolasi:

- Estimasi nilai kuartil =

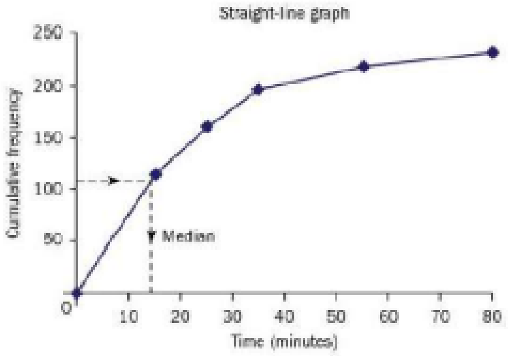
$$\text{batas kelas bawah} + \left(\frac{\text{Q} - \text{jumlah frequensi pada interval awal}}{\text{interval frequensi}}\right) \text{ x lebar interval}$$

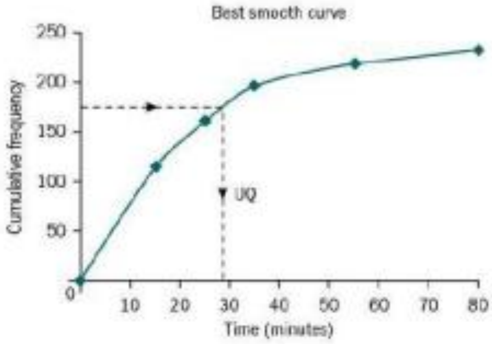
di mana Q adalah posisi kuartil yang diperlukan.

Pendekatan alternatif adalah memplot frekuensi kumulatif pada grafik, menggunakan titik akhir interval sebagai koordinat x dan frekuensi kumulatif sebagai koordinat y.

Jika kemudian Anda menggabungkan titik-titik ini dengan garis lurus, atau dengan menggambar kurva terhalus melalui titik-titik tersebut, Anda dapat menggunakan grafik untuk memperkirakan waktu bagi sejumlah siswa yang Anda minati, termasuk kuartil.

Poin yang akan diplot adalah (0,5, 0); (15.5, 115); (25.5, 161); (35.5, 197); (55.5, 219); (80.5, 233) — ingatlah untuk melihat dengan hati-hati seperti apa titik akhir intervalnya, biasanya mudah untuk melakukannya dengan benar asalkan Anda benar-benar memikirkan secara khusus tentang bagaimana data direkam dan pembulatan apa pun yang terjadi.





Anda dapat melihat bahwa, untuk kumpulan data ini, kedua grafik tidak jauh berbeda. Pendekatan mana pun dapat diterima untuk pemeriksaan ini, jadi pilihlah satu, patuhi, dan gambarlah dengan jelas.

- Grafik garis lurus secara efektif menempatkan semua nilai data dalam suatu interval secara merata, dan mengubah tingkat kejadian pada akhir setiap interval.
- Titik-akhir interval seringkali berupa cut-off arbitrer dan sebenarnya tidak ada perubahan dalam tingkat kejadian di sana - perubahannya lebih bertahap dan terjadi terus menerus.
- Kurva mulus terbaik mencoba menghasilkan kecocokan terbaik - ini memungkinkan interval sebelum dan sesudah memengaruhi apa yang menurut kami akan terjadi dalam suatu interval - misalnya jika ada 40 dalam suatu interval dan kemudian 75 dalam interval di atas tetapi hanya 6 pada yang di bawah, kami mengharapkan lebih dari 40 terjadi di ujung atas interval tengah itu.

Latihan 3.4

1. Sekelompok siswa mencatat denyut nadinya saat dalam keadaan rileks dan istirahat.

53	54	55	55	57	58	59	59	59	62	62	62
62	62	63	63	63	64	64	65	65	67	67	67
68	68	69	69	70	71	71	73	75	79	80	83

a) Hitung median dan kuartil dari denyut nadi ini.
b) Buatlah tabel frekuensi yang dikelompokkan untuk pulsa siswa, menggunakan interval 51-55; 56-60; 61-65; 66-70; 71-75; 76-80; 81-85.
c) Hitung perkiraan median dan kuartil dari denyut nadi ini menggunakan tabel di bagian (b) menggunakan interpolasi.

Kami biasanya hanya memiliki data frekuensi yang dikelompokkan, tetapi contoh-contoh ini akan memberi kami gambaran tentang seberapa bagus kemungkinan perkiraan ketika kami hanya bekerja dengan data yang diringkas.

2. Sekelompok 45 wanita pergi berlibur ski. Usia mereka tercantum di bawah ini.

17	17	17	19	19	19	20	22	22	22	23	23	24	25	25
25	26	26	26	26	27	27	28	28	28	29	29	29	30	32
32	32	34	34	35	35	35	35	36	37	38	38	44	45	48

a) Hitung median dan kuartil umur mereka.
b) b) Buatlah tabel frekuensi kelompok umur wanita, dengan interval 17-20; 21-24; 25-28; 29-32; 33-48.
c) Gambarkan grafik frekuensi kumulatif untuk tabel data pada bagian (b).
d) Gunakan grafik frekuensi kumulatif Anda untuk memperkirakan median dan kuartil usia mereka.

3. Tabel tersebut menunjukkan informasi tentang gaji yang dibayarkan kepada karyawan di suatu perusahaan.

Gaji	Frequency
Rp. 0 < x ≤ Rp. 1.000.000	24
Rp. 1.000.000 < x ≤ Rp. 1.500.000	127
Rp. 1.500.000 < x ≤ Rp. 2.000.000	45
Rp. 2.000.000 < x ≤ Rp. 2.500.000	24
Rp. 2.500.000 < x ≤ Rp. 3.000.000	13
Rp. 3.000.000 < x ≤ Rp. 5.000.000	4

a) Gambarkan grafik frekuensi kumulatif untuk data gaji.
b) Gunakan grafik Anda untuk memperkirakan median dan kuartil.
c) Perkirakan proporsi karyawan yang berpenghasilan lebih dari dua kali gaji rata-rata.

4. Lamanya waktu yang dibutuhkan siswa untuk menyelesaikan teka-teki matematika dirangkum dalam tabel.

Time, t (minutes)	Number of pupils
$0 \le t < 2$	6
$2 \le t < 5$	8
$5 \le t < 8$	15
$8 \le t < 12$	14
$12 \le t < 20$	7

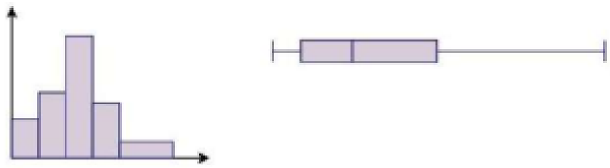
a) Gambarlah grafik frekuensi kumulatif untuk mewakili data ini. Hitung perkiraan
b) median
c) rentang interkuartil dari waktu yang diambil. Grafik frekuensi kumulatif

3.5 KEMIRINGAN

Skewness adalah istilah yang digunakan untuk menggambarkan kurangnya simetri dalam distribusi. Histogram dan plot kotak-dan-kumis dapat menunjukkan kecondongan dengan cukup baik, terutama jika data tidak simetris terhadap median.

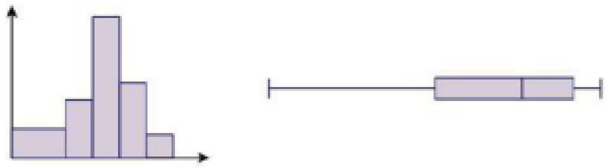
Distribusi miring positif memiliki:

- Ekor panjang ke kanan
- $Q_3 - Q_2 > Q_2 - Q_1$



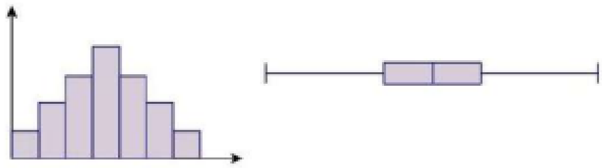
Distribusi miring negatif memiliki:

- Ekor panjang ke kiri
- $Q_3 - Q_2 < Q_2 - Q_1$



Distribusi simetris memiliki:

- Sama panjang ekor
- Q3 - Q2 ~ Q2 - Q1



Ada beberapa ukuran kemiringan yang umum:
Langkah-langkah ini mengukur kemiringan serta memberi tanda (positif atau negatif).

$$\frac{3 \text{ x } (\text{Mean} - \text{Median})}{\text{Standar Deviasi}} \text{ dan } \frac{\text{Mean} - \text{Mode}}{\text{Standar Deviasi}}$$

Koefisien skewness kuartil ditentukan oleh

$$\frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{Q_3 - Q_1} = \frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1}$$

Anda tidak perlu mempelajari ukuran-ukuran ini, Setiap pertanyaan yang menyertakan skewness secara formal akan memberikan rumus untuk menghitung koefisien skewness, tetapi Anda harus dapat mendeskripsikan skewness secara informal.

Semua ukuran ini memungkinkan perbandingan dibuat antara distribusi yang berbeda.

Contoh 5

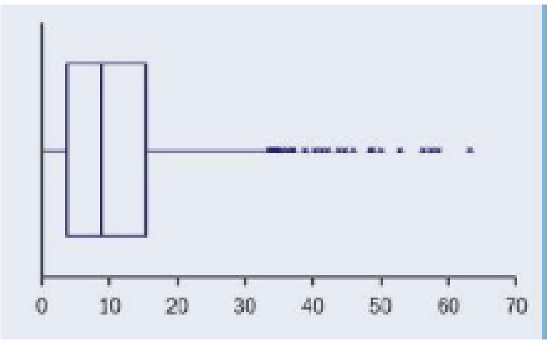
Berikut ringkasan statistik untuk beberapa data:
Mean = 10,7,
Standar deviasi = 9,3,

Kuartil bawah = 3,6,

Median = 8,6,

Kuartil atas = 15,4 dan

Modus = 2,7.



Boxplot ditampilkan di sebelah kanan.

a) Jelaskan kemiringan distribusi ini, berikan dua alasan.

b) Hitung koefisien skewness $\frac{3\,(Mean - median)}{Standar\ Deviasi}$ dan nyatakan artinya.

Jawab

a) Ada kemiringan positif karena

i) plot kotak menunjukkan ekor panjang ke kanan

ii) mode < median < rata-rata.

b) Koefisien skewness $= \frac{3\,(Mean - median)}{Standar\ Deviasi} = \frac{3 \text{ x } (10.7 - 8.6)}{9.3} = \frac{6.3}{9.3} = 0.68$

Nilai positif menunjukkan bahwa skew adalah positif.

Perhatikan bahwa dalam contoh terakhir Anda dapat menghitung koefisien skewness lainnya:

$$\frac{\text{Mean} - \text{Mode}}{\text{Standar Deviasi}} = \frac{10.7 - 2.7}{9.3} = \frac{8}{9.3} = 0.86$$

$$\frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{Q_3 - Q_1} = \frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1} = \frac{15.4 - 2 \text{ x } 8.6 + 3.6}{15.4 - 3,6} = \frac{1.8}{11.8} = 0.15$$

Nilai numerik dari setiap koefisien skewness berbeda Untuk membandingkan distribusi karena itu penting bahwa Anda menggunakan ukuran yang sama.

Outlier

Outlier adalah nilai ekstrem, dan umum dalam distribusi miring. Outlier sering dianggap sebagai:

- Setiap nilai yang lebih dari 1,5 x IQR di atas kuartil atas atau di bawah kuartil bawah:

  $x - Q_3 > 1.5 \text{ x } (Q_3 - Q_1)$

  $Q_3 - x > 1.5 \text{ x } (Q_3 - Q_1)$

  Atau...

- Setiap nilai yang lebih dari 2 simpangan baku di atas atau di bawah rata-rata: $\left|\frac{x-\bar{x}}{\sigma}\right| > 2$.

Latihan 3.5

1. Rangkuman statistik diberikan untuk tiga kelompok pada tabel di bawah ini.

	Group A	Group B	Group C
Mean	35.7	89.2	54.0
Standard deviation	6.4	11.3	7.2
Median	32.1	95.3	56.5
Lower quartile	28.3	81.6	47.2
Upper quartile	41.2	102.5	62.7
Mode	29.1	96.1	55.8

   a) Hitung koefisien kemiringan untuk masing-masing kelompok. standar deviasi
   b) Manakah dari tiga distribusi yang paling condong oleh ukuran ini?

2. Statistik ringkasan diberikan untuk tiga kelompok dalam tabel di bawah ini.

	Group A	Group B	Group C
Mean	84.1	79.3	56.1
Standard deviation	6.2	17.2	8.3
Median	85.1	84.2	52.1
Lower quartile	79.3	71.1	41.0
Upper quartile	90.1	102.7	59.3
Mode	86.2	85.3	53.1

   a) Hitung koefisien kemiringan $\frac{Q_3-2Q_2+Q_1}{Q_3-Q_1}$ untuk masing-masing kelompok. Q3 - Q
   b) Manakah dari tiga distribusi yang paling condong oleh ukuran ini?
   c) Apakah koefisien kemiringan $\frac{\text{Mean}-\text{Mode}}{\text{Standar Deviasi}}$ memberikan urutan kemiringan yang sama untuk kelompok ini?

3. Usia pemohon hipotek dicatat oleh agen perumahan. Hasilnya ditunjukkan di bawah ini.
   25, 29, 27, 32, 45, 34, 26, 28, 30, 42, 26, 51, 29, 27, 33, 27
   a) Hitung rata-rata dari data tersebut.
   b) Gambarlah diagram batang dan daun untuk mewakili data ini.
   c) Tentukan median dan kuartil dari data tersebut.
      Outlier adalah pengamatan yang berada 1,5 x (rentang interkuartil) di atas kuartil atas atau 1,5 x (rentang interkuartil) di bawah kuartil bawah.
   d) Tentukan apakah ada item data yang outlier atau tidak.
   e) Pada kertas grafik, gambarlah plot kotak untuk mewakili data ini. Tunjukkan skala Anda dengan jelas.
   f) Mengomentari kemiringan distribusi usia pemohon hipotek. Benarkan jawaban Anda.

4. Di stasiun metro, penumpang reguler menghitung waktu (dalam detik) berapa lama dia harus menunggu kereta tiba begitu dia sampai di peron. Data ini tercantum di bawah ini.
   87 42 0 62 124 0 58 37 74 94

182 23 17 62 29 17 82 54 0 45

a) Temukan median dan rentang interkuartil dari waktu tunggu.
   Outlier adalah pengamatan yang berada 1,5 x (rentang interkuartil) di atas kuartil atas atau 1,5 x (rentang interkuartil) di bawah kuartil bawah.
b) Gambarlah peta kotak untuk mewakili data ini, dengan jelas menunjukkan adanya outlier.
c) Mengomentari kecondongan data ini. Benarkan jawaban Anda. d) Jelaskan bagaimana waktu tunggu nol terjadi.

3.6 MEMBANDINGKAN DISTRIBUSI

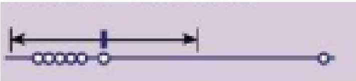
Ada berbagai ukuran rata-rata yang dapat Anda gunakan untuk membandingkan distribusi, dan Anda tidak diharapkan untuk menghitung semuanya.

Rata-rata menggunakan semua nilai data, tetapi dapat terdistorsi oleh outlier.

Median adalah nilai tengah, dan kurang dipengaruhi oleh outlier.

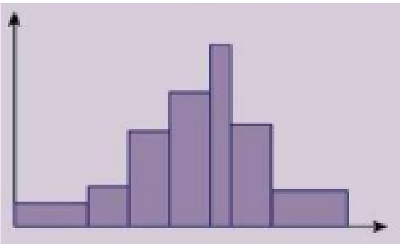
Demikian pula ada berbagai ukuran penyebaran juga.

Standar deviasi digunakan dengan rata-rata. Oleh karena itu dapat terdistorsi oleh outlier. Diagram menunjukkan satu standar deviasi di kedua sisi rata-rata.



Rentang interkuartil digunakan dengan median. Ini menyangkut 50% tengah, dan tidak terpengaruh oleh outlier.

Kelas modal memiliki kerapatan frekuensi tertinggi - dalam histogram, ini adalah interval dengan blok tertinggi.

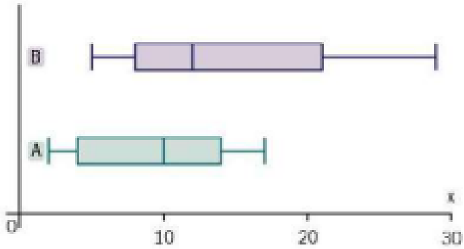


Range adalah selisih antara nilai tertinggi dan terendah, sehingga sangat dipengaruhi oleh nilai ekstrim.

- Jika Anda membandingkan distribusi,
  - buatlah perbandingan dalam konteks
  - buat referensi baik nilai rata-rata maupun sebarannya.

Lebih mudah membuat perbandingan antara dua distribusi daripada menggambarkan satu set data dari grafik. Histogram, diagram kotak-dan-kumis, dan batang-dan-daun semuanya menunjukkan nilai rata-rata, sebaran, dan apakah distribusi cukup simetris.

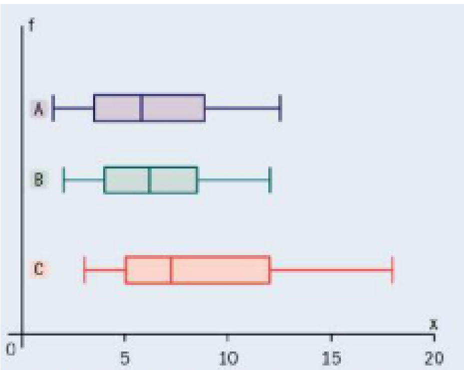
Data berikut merupakan nilai ujian dari 30 untuk dua kelas, A dan B.



Rata-rata, kelas B memiliki nilai lebih baik daripada kelas A. Ada penyebaran nilai yang jauh lebih besar di dass B daripada di kelas A. Fitur mencolok lainnya di sini adalah bahwa separuh nilai teratas di kelas B sangat tersebar jika dibandingkan dengan bagian bawah B dan kedua bagian A.

Contoh 6

Waktu yang diambil oleh siswa dari tiga sekolah (A, B, C) untuk menyelesaikan tantangan matematika dirangkum dalam plot kotak-dan-kumis di bawah ini. Bandingkan prestasi siswa di ketiga sekolah tersebut.

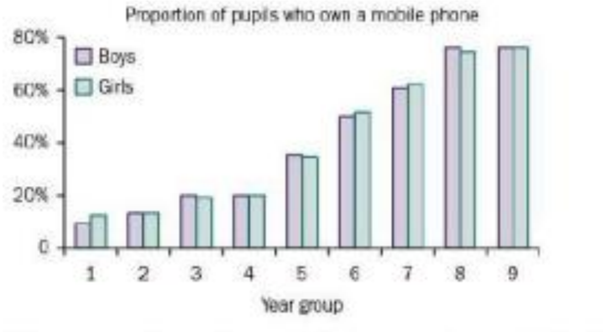


Murid di sekolah A dan B umumnya berprestasi lebih baik daripada sekolah C — mereka menyelesaikan teka-teki lebih cepat dan variasi waktu yang mereka ambil lebih sedikit. A memiliki murid tercepat tetapi juga memiliki murid lebih lambat dari murid B manapun.

Anda bisa mengatakan lebih banyak, tetapi berhati-hatilah untuk tidak terlalu detail.

Dalam grafik frekuensi kumulatif (CF), bentuk distribusinya kurang jelas, tetapi perlu diingat bahwa gradien grafik CF mewakili laju terjadinya pengamatan — yang merupakan ketinggian histogram pada titik tersebut di distribusi.

Dalam bagan batang komparatif, pastikan Anda berbicara tentang perbandingan antara masing-masing variabel - jadi jika Anda memiliki data anak laki-laki dan perempuan dari usia yang berbeda, bicarakan keduanya - bahkan jika tidak ada perbedaan di satu variabel. Proporsi siswa yang memiliki telepon genggam.



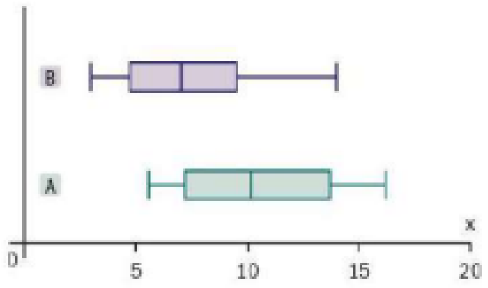
Proporsi anak laki-laki dan perempuan yang memiliki ponsel sangat mirip, tetapi siswa yang lebih tua cenderung memiliki ponsel.

Latihan 3.6

1. Sekelompok siswa mengukur denyut nadi mereka pada akhir pelajaran matematika. Rata-ratanya adalah 64,2 dan standar deviasinya adalah 63. Di akhir pelajaran berikutnya, yaitu PE, mereka mengukur kembali denyut nadinya. Rata-ratanya sekarang adalah 71,6 dan standar deviasinya adalah 9,1. Bandingkan denyut nadi sebelum dan sesudah pelajaran olahraga.

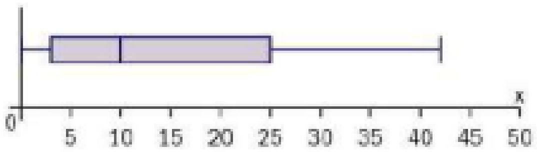
2. Diet baru diklaim dapat meningkatkan kecepatan penurunan berat badan. Sampel acak dari 12 sukarelawan mengikuti diet dan mencatat penurunan berat badan mereka dalam satu minggu. Hasilnya adalah (dalam kilogram):
   1,3 1,1 0,5 1,3 1,5 1,4 0,8 1,2 1,0 0,8 1,2 1,1
   a) Hitung mean dan varian penurunan berat badan dengan diet ini. Diet tradisional memiliki penurunan berat badan dengan rata-rata 0,8kg dan varians 0,1kg^2.
   b) Bandingkan penurunan berat badan dari kedua diet tersebut.

3. Plot kotak-dan-kumis menunjukkan panjang (dalam cm) dari jenis tanaman tertentu yang ditemukan di dua kebun. Bandingkan tanaman di kebun A dan B.



Latihan Tambahan

1. Kontrol lalu lintas udara di bandara mencatat keterlambatan waktu kedatangan penerbangan ke bandara. Dalam satu hari, 40% dari semua penerbangan tidak mengalami delay, delay terlama adalah 44 menit dan setengah dari semua penerbangan mengalami delay tidak lebih dari 4 menit. Seperempat dari semua penundaan setidaknya 18 menit, tetapi hanya satu yang lebih dari 25 menit. Outlier adalah pengamatan yang berada 1,5 x (rentang interkuartil) di atas kuartil atas atau 1,5 x (rentang interkuartil) di bawah kuartil bawah.
   a) Pada kertas grafik, gambarlah peta kotak untuk mewakili data ini.
   b) Mengomentari distribusi keterlambatan. Benarkan jawaban Anda.
   Plot box-and-whisker di bawah merangkum penundaan di bandara yang sama pada hari lain.



   c) Bandingkan penundaan penerbangan yang tiba di bandara pada dua hari tersebut.

2. Layanan bus bandara berangkat dari pusat kota, dan dari bandara, setiap 10 menit pada siang hari. Jumlah penumpang pada sampel acak perjalanan dari bandara ditunjukkan di bawah ini.
   11, 3, 14, 34, 1, 6, 12, 15, 8, 4, 28, 7, 3, 0, 8, 12.
   Gambarlah diagram batang dan daun untuk mewakili data ini.

3. Penumpang maskapai reguler mencatat jumlah waktu yang berlalu setelah pesawat mendarat sebelum dia mengambil tasnya dan keluar dari terminal. Waktu, hingga menit terdekat, untuk semua perjalanan yang dia lakukan dalam enam bulan terakhir dirangkum dalam tabel di bawah ini.

Time to exit terminal	Number of flights
5–6	12
7–9	15
10–14	12
15–19	8
20–29	11
30–49	14

a) Berikan alasan untuk mendukung penggunaan histogram untuk mewakili data tersebut.

b) Tuliskan batas kelas atas dan batas kelas bawah dari kelas 10-14.

c) Di atas kertas grafik, gambarlah histogram untuk mewakili data ini.

d) Hitung perkiraan rata-rata dan standar deviasi waktu untuk keluar dari terminal.

Pada penerbangan internasional, penumpang harus melalui pemeriksaan paspor dan imigrasi serta pengambilan bagasi sebelum keluar dari terminal. Waktu tersingkat yang dia ambil untuk keluar di salah satu dari 12 penerbangan internasional adalah 25 menit.

e) Sebutkan, dengan alasan, pengaruh apa yang tidak termasuk penerbangan internasional terhadap ukuran:

i) mean

ii) standar deviasi.

4. Sekelompok 79 siswa ingin mengikuti kompetisi pemecahan masalah. Waktu yang mereka ambil untuk menyelesaikan pertanyaan kualifikasi dirangkum dalam tabel di bawah ini.

Time (to nearest second)	15–20	21–30	31–35	36–45	46–60
Frequency	18	24	10	12	15

i) Gambarlah histogram pada kertas grafik untuk mewakili informasi ini.

ii) Hitung estimasi rata-rata waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah ini.

iii) Sebutkan kelas mana yang berisi kuartil bawah dan kelas mana yang berisi kuartil atas. Oleh karena itu, temukan nilai terkecil dari rentang interkuartil.

5. Diagram batang-dan-daun back-to-back berikut menunjukkan waktu untuk memuat program pada 25 komputer desktop dan 31 tablet.

	Desktop computer		Tablet	
(4)	9 8 7 5	2		
(7)	9 7 6 4 3 2 1	3	7 8	(2)
(6)	9 8 5 3 1 1	4	0 2 5 8 9	(5)
(5)	8 6 3 1 1	5	1 1 3 5 6 7 8 9	(8)
(3)	4 3 1	6	1 2 2 4 5 6 7 8 9	(9)
		7	0 1 1 2 4 5 8	(7)

Kunci: **8 | 4 | 5** berarti 0,48 detik untuk komputer desktop dan 0,45 detik untuk tablet

i) Temukan median dan kuartil untuk komputer desktop. Diketahui bahwa median, kuartil bawah, dan kuartil atas untuk tablet masing-masing adalah 0,61 detik, 0,51 detik, dan 0,69 detik.
ii) Sajikan data dengan menggambar sepasang plot kotak-dan-kumis dalam satu diagram di atas kertas grafik.
iii) Bandingkan waktu pemuatan untuk kedua jenis komputer ini

6. Tabel berikut memiliki beberapa data statistik untuk 18 negara terkait tahun 2012, yang diterbitkan oleh UNICEF.

UNICEF statistics	Infant (under 1) mortality rate (deaths per thousand births), 2012	Total population (thousands) 2012	GNI per capita (US$) 2012	Life expectancy at birth (years) 2012	Total adult literacy rate (%) 2008–2012
Bangladesh	33	154695.4	840	70.3	57.7
Brunei Darussalam	7	412.2	–	78.4	95.4
China	12	1377064.9	5740	75.2	95.1
Egypt	18	80721.9	3000	70.9	73.9
India	44	1236686.7	1530	66.2	62.8
Indonesia	26	246864.2	3420	70.6	92.8
Malaysia	7	29239.9	9800	74.8	93.1
Mauritius	13	1239.6	8570	73.5	88.8
Nepal	34	27474.4	700	68	57.4
New Zealand	5	4459.9	30620	81	–
Pakistan	69	179160.1	1260	66.4	54.9
Saudi Arabia	7	28287.9	18030	75.3	87.2
South Africa	33	52385.9	7610	56.3	93
Trinidad and Tobago	18	1337.4	14400	69.8	98.8
United Arab Emirates	7	9205.7	36040	76.7	90
United Kingdom	4	62783.1	38250	80.4	–
United States	6	317505.3	50120	78.8	–
Zimbabwe	56	13724.3	680	58.1	83.6

a) Buatlah diagram batang-dan-daun untuk angka kematian bayi di negara-negara tersebut.
b) Buatlah diagram batang-dan-daun untuk tingkat melek huruf total orang dewasa (dibulatkan ke persen terdekat) untuk negara-negara ini.
c) Bangun plot kotak-dan-kumis untuk harapan hidup saat lahir untuk negara-negara ini. Menggambarkan kemiringan data.
d) Bangun plot box-and-whisker untuk GM (Pendapatan Nasional Bruto) per kapita untuk negara-negara tersebut. Jelaskan kemiringan data e) Buatlah plot kotak-dan-kumis untuk total populasi negara-negara ini. Menggambarkan kemiringan data.

7. Dalam satu minggu tertentu, seorang perawat klinik merawat sejumlah pasien. Lamanya waktu, hingga menit terdekat, untuk setiap perawatan pasien dirangkum dalam tabel di bawah ini.

Time (minutes)	3–6	7–8	9–10	11–12	13–15	16–20
Number of patients	15	12	17	15	16	15

Gambarlah histogram untuk mengilustrasikan data ini.

8. Tabel di bawah menunjukkan poin yang dicetak untuk tiga disiplin pertama dari dua puluh penampilan decathlon pribadi terbaik sepanjang masa. Bangun plot kotak-dan-kumis dari data untuk 100 meter, lompat jauh dan tembakan yang dimasukkan ke dalam satu diagram dan bandingkan poin yang dicetak dalam tiga disiplin.

Athlete	100 m	Long	Shot
Ashton Eaton	1044	1120	741
Roman Šebrle	942	1089	810
Tomaš Dvorak	966	1035	899
Dan O'Brien	992	1081	894
Daley Thompson	989	1063	834
Jürgen Hingsen	929	1000	877
Bryan Clay	1001	908	800
Erki Nool	952	967	784
Uwe Freimuth	847	1007	870
Trey Hardee	987	1017	810
Tom Pappas	910	1050	869
Siegfried Wentz	885	932	811
Eduard Hämäläinen	975	876	854
Dmitri Karpov	975	1012	847
Aleksandr Apaichev	870	952	851
Frank Busemann	952	1079	704
Dave Johnson	870	918	766
Grigori Degtyaryov	890	915	853
Chris Huffins	1020	1000	816
Torsten Voss	931	1030	788

Kumpulan data lengkap dapat ditemukan di bagian akhir buku ini.

Ringkasan Bab

- Diagram batang-dan-daun memberikan bentuk distribusi dengan cara yang sama seperti histogram dengan interval yang sama, tetapi juga tetap menyediakan detailnya.
- Back-to-back diagram batang-dan-daun memungkinkan distribusi untuk dibandingkan mengutip posisi pusat dan menyebar dalam konteks.
- Plot kotak-dan-kumis menunjukkan hanya lima 'poin' dari distribusi, sehingga bagus untuk ikhtisar dalam membandingkan distribusi tetapi detailnya sangat singkat.
- Dalam histogram, luas setiap batang sebanding dengan frekuensi dalam interval. Ketika interval tidak sama lebarnya, tinggi bar adalah kerapatan frekuensi yang harus dihitung.

- Grafik frekuensi kumulatif memplot titik akhir interval sebagai koordinat x dan frekuensi kumulatif sebagai koordinat y. Titik-titik ini dapat digabungkan dengan garis lurus atau kurva halus dan digunakan untuk memperkirakan median dan kuartil.
- Skewness adalah istilah yang digunakan untuk menggambarkan kurangnya simetri dalam distribusi.
  - Sebuah distribusi miring positif memiliki ekor panjang ke kanan.
  - Distribusi miring negatif memiliki ekor panjang ke kiri.
  - Distribusi simetris memiliki ekor yang sama panjang.
- Jika Anda membandingkan distribusi,
  - buatlah perbandingan dalam konteks
  - buat referensi baik nilai rata-rata maupun sebarannya.

Matematika dalam kehidupan nyata

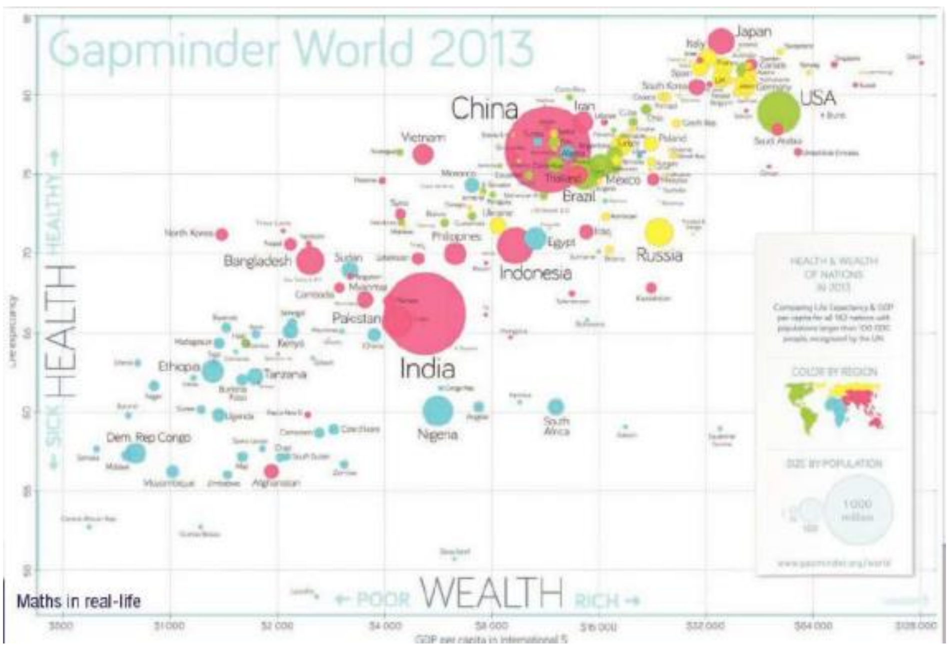
Melihat kayu dan pepohonan

Dunia adalah tempat yang kompleks dan hampir semua masalah menarik dalam masyarakat melibatkan banyak faktor. Seringkali hubungan tidak linier dan ada interaksi antar efek.

Statistik menjadi lebih kompleks karena teknologi memungkinkan:

- lebih banyak data yang dikumpulkan
- analisis data dalam jumlah besar dilakukan pada skala waktu yang berguna - siapa yang menginginkan prakiraan cuaca yang akurat berdasarkan data meteorologi yang berumur enam hari?
- teknik analisis data baru yang bergantung pada properti data dan bukan pada asumsi dalam model yang hanya merupakan perkiraan terhadap distribusi
- cara baru untuk memvisualisasikan hubungan yang kompleks dan menampilkan lebih banyak variabel secara bersamaan.

Tampilan ini menunjukkan dengan jelas bagaimana kesehatan dan kekayaan negara berkorelasi kuat, tetapi juga mengandung lebih banyak informasi. Warna mengidentifikasi benua dan ukuran gelembung menunjukkan populasi negara tersebut.



Gambar 3.5 Penerapan Statistika perhitungan kesehatan dari berbagai benua

Sistem Informasi Geografis (GiS) semakin banyak digunakan untuk menampilkan komponen data spasial di mana ini mengkomunikasikan fitur penting dari kumpulan data lengkap. Statistik yang dihasilkan oleh UNICEF ini menunjukkan proporsi wanita berusia 20-24 di setiap negara yang menikah atau bersatu sebelum usia 18 tahun. Infografis adalah kata kunci ketika berbicara tentang mewakili data. Ini berarti mengkomunikasikan informasi secara visual melalui penggunaan grafik (tidak selalu grafik - tetapi gambar apa pun). Menurut definisi, infografis harus mengkomunikasikan informasi dengan cepat dan jelas, misalnya grafik di sebelah kanan memberi kita beberapa fakta bahasa yang cepat dan menarik. Infografis ini adalah cara mudah untuk mendapatkan ikhtisar informasi, meskipun, seperti yang kita lihat di pengantar Bab 2, kita harus berhati-hati untuk tidak terlalu bergantung pada statistik ringkasan karena ini mungkin tidak memberi kita gambaran keseluruhan. Pengembangan alat gratis yang mudah digunakan telah membuat infografis lebih mudah tersedia untuk umum. Melalui media sosial, seperti Facebook dan Twitter, infografis kini dapat dibagikan dan disebarkan dengan cepat ke banyak orang, di seluruh dunia.

BAB 4
PROBABILITAS

Tes untuk penyakit dapat mengembalikan hasil positif palsu (hasil positif ketika pasien tidak memiliki penyakit) serta hasil positif untuk pasien yang memiliki penyakit tersebut. Probabilitas bersyarat memungkinkan dokter untuk mengetahui kemungkinan pasien benar-benar menderita penyakit ketika hasil positif terjadi. Kesalahpahaman tentang probabilitas bersyarat telah menyebabkan kegagalan keadilan yang serius; misalnya, di Inggris, Sally Clark dinyatakan bersalah karena membunuh kedua putranya yang meninggal karena sindrom bayi kematian mendadak.

Gambar 4.1 ilustrasi pemilihan probabilitas

Tujuan

- Mengevaluasi probabilitas dalam kasus-kasus sederhana dengan cara pencacahan kejadian elementer yang dapat diimbangi (misalnya untuk skor total ketika dua dadu adil dilempar).
- Gunakan penjumlahan dan perkalian probabilitas, sebagaimana mestinya, dalam kasus sederhana.
- Memahami arti peristiwa eksklusif dan independen, serta menghitung dan menggunakan probabilitas bersyarat dalam kasus sederhana, misalnya. situasi yang dapat diwakili oleh diagram pohon

Catatan

Anda harus tahu cara:

1. Bekerja dengan pecahan, misal hitung

a) $\frac{7}{12}+\frac{1}{3}$ **b)** $\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}$

a) $\frac{7}{12}+\frac{1}{3}=\frac{7+4}{12}=\frac{11}{12}$ **b)** $\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{12}$

2. Identifikasi hasil dasar dari percobaan sederhana, misal
   Berapa banyak pasangan huruf berbeda yang dapat dibuat dari kata DICE?
   DI, DC, DE, IC, YAITU, CE

Latihan:
1. Hitung a) -Ha b) x 4 3 4 3
   a) $\frac{1}{4}+\frac{2}{3}$ **b)** $\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}$
2. Buatlah daftar hasil yang mungkin terjadi ketika sebuah koin dilempar dua kali.

4.1 KONSEP DASAR DAN BAHASA PROBABILITAS

Eksperimen probabilitas memiliki hasil yang terjadi secara tidak terduga. Bayangkan sebuah percobaan di mana Anda melempar dadu 500 kali, dan Anda melihat 74 kali! Frekuensi relatif atau probabilitas percobaan melempar lima dalam percobaan adalah $\frac{74}{500} = 0.148$ Namun, asalkan dadu itu adil, probabilitas teoretis untuk melempar lima adalah $\frac{1}{6} = 0.1666 \ldots$ Jadi, jika dadu itu adil, rata-rata 'Anda akan melihat juga $\frac{1}{6}$ dari 500 ≈ 83 % muncul angka 5. Dapat dikatakan bahwa dadu yang digunakan dalam percobaan sedikit bias terhadap putaran lima, tetapi bukti untuk ini tidak terlalu kuat. Saat percobaan dibuat ulang, jumlah balita sangat bervariasi. Agar lebih percaya diri, Anda harus melempar dadu lebih sering: 7416 lima dalam 50.000 lemparan akan menjadi bukti yang lebih kuat bahwa dadu itu tidak adil daripada 74 lima dalam 500 lemparan, meskipun proporsi limanya hampir sama.

Probabilitasnya adalah $\frac{1}{6}$ karena ada enam kemungkinan skor saat melempar dadu.

Frekuensi relatif dari suatu peristiwa yang terjadi dapat digunakan sebagai perkiraan probabilitas terjadinya peristiwa itu. Estimasi lebih cenderung mendekati probabilitas sebenarnya jika percobaan telah dilakukan berkali-kali.

Suatu peristiwa adalah serangkaian hasil yang mungkin dari percobaan.
Jadi untuk melempar sebuah dadu, Anda dapat mengatakan:
A adalah kejadian dilemparnya angka lima.
B adalah kejadian dilemparnya sebuah bilangan genap.
C adalah kejadian pelemparan sebuah bilangan ganjil.

$A \cup B$ adalah gabungan kejadian A dan B.
Artinya A atau B atau keduanya bisa terjadi.
Gulungan 2, 4, 5, 6 adalah hasil yang memenuhi $A \cup B$.

$A \cap C$ adalah perpotongan kejadian A dan C.
Ini berarti A dan C harus terjadi.
Rolling 5 adalah satu-satunya hasil yang memenuhi $A \cap C$.

A' berarti kejadian 'A tidak terjadi.
Ini adalah kejadian komplementer, dan P(A') = 1 - P(A).
Rolling 1, 2, 3, 4, 6 adalah hasil yang memenuhi A '.
Perhatikan bahwa B ∩ C tidak memiliki hasil yang memuaskan - tidak ada angka yang genap dan ganjil.
Ini dapat ditulis sebagai B ∩ C = ∅ atau B ∩ C = {} dan disebut sebagai himpunan nol atau himpunan kosong.
Terkadang probabilitas komplementer jauh lebih mudah untuk dikerjakan secara langsung.

Latihan 4.1

1. Sebuah dadu biasa dilempar. Peristiwa A, B, C dan D didefinisikan sebagai:
   A: Sebuah faktor 4 terlihat.
   B: Sebuah bilangan kuadrat terlihat.
   C: Bilangan prima terlihat.
   D: Kelipatan 3 terlihat.
   a) Untuk setiap kejadian A, B, C dan D, tuliskan hasil yang memenuhinya.
   b) Berikan probabilitas setiap kejadian A, B, C dan D.
   c) Buatlah daftar hasil yang memenuhi A ∩ C.
   d) Tuliskan P(A ∩ C).
   e) Cari P(A ∩ D).
   f) Cari P(A ∪ B).

2. Sebuah huruf dipilih secara acak dari kata CAMBRIDGE. Peristiwa A, B, C dan D didefinisikan sebagai:
   A: Sebuah vokal dipilih.
   B: Huruf B dipilih.
   C: Sebuah huruf di paruh pertama alfabet dipilih.
   D: Sebuah huruf dipilih yang hanya memiliki satu huruf di sampingnya.
   a) Jelaskan peristiwa A' dengan kata-kata.
   b) Untuk setiap kejadian A, B, C dan D, tuliskan hasil yang memenuhinya.
   c) Berikan probabilitas setiap kejadian A, B, C dan D.
   d) Buat daftar hasil yang memenuhi A ∩ C.
   e) Tuliskan P(A ∩ C).
   f) Cari P(A ∩ D).
   g) Cari P(A ∪ B).

3. a) Lempar koin 20 kali dan hitung berapa kali koin itu menunjukkan kepala.
   b) Lempar koin lagi 20 kali dan hitung berapa kali koin itu menunjukkan kepala.
   c) Berapa kali Anda 'berharap' melihat kepala dalam 20 lemparan?
   d) Apakah Anda mendapatkan ini di kedua set lemparan 20 koin?

e) Jika Anda juga memiliki akses ke sejumlah hasil orang lain - seberapa sering Anda melihat 'jumlah kepala yang diharapkan'?

4. a) Melemparkan sebuah dadu sebanyak 30 kali dan hitung berapa kali dadu tersebut menunjukkan angka lima.
   b) Berapa kali Anda 'berharap' melihat lima dari 30 gulungan?
   c) Gulingkan dadu lagi 20 kali dan hitung berapa kali angka itu menunjukkan angka lima.
   d) Berapa kali Anda 'berharap' melihat lima dari 20 gulungan?
   e) Jika Anda juga memiliki akses ke sejumlah hasil orang lain - seberapa sering Anda melihat jumlah lima yang 'diharapkan':
   i) dalam 30 gulungan
   ii) dalam 20 gulungan?

P(A ∩ C) singkatan dari `probabilitas bahwa A dan C keduanya terjadi.'

4.2 DUA (ATAU LEBIH) PERISTIWA

Ada banyak konteks di mana Anda tertarik pada hasil dari lebih dari satu hal pada satu waktu — yaitu peristiwa majemuk. Dalam kasus sederhana dimungkinkan untuk membuat daftar semua hasil yang mungkin. Agar lebih mudah melacaknya, biasanya hasilnya ditulis sebagai pasangan terurut (atau kelompok yang lebih besar, jika diperlukan lebih banyak suku) di dalam tanda kurung, ( ), dan untuk meletakkan seluruh daftar di dalam tanda kurung kurawal, {}. Daftar ini disebut ruang sampel percobaan. Jadi untuk melempar koin dua kali, ruang sampelnya adalah: {(H, H); (H, T); (TH); (T, T)}

Dalam konteks di mana dua hal terjadi dan Anda menggabungkannya menurut beberapa aturan, sering kali membantu membuat tabel yang menunjukkan hasil yang mungkin. Ini kadang-kadang disebut diagram ruang sampel (juga disebut sebagai diagram ruang kemungkinan). Misalnya, situasi di mana dua dadu dilemparkan dan jumlah skor diambil direpresentasikan dalam tabel dua arah yang ditunjukkan di sini.

		Score on second die					
	Sum	1	2	3	4	5	6
Score on first die	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

Ini membantu untuk menulis daftar ruang sampel dalam urutan yang logis dan metodis. Untuk pelemparan koin tiga kali ruang sampel dapat ditulis sebagai: {(-1, H, 11); (H. H, (H, 1,11); (H, L T); (T, H, H); (T, H, T); (T, T, H); (T, T, Dalam hal ini ruang sampel, daftar pelemparan koin dua kali muncul dua kali—pertama dengan warna merah dengan 'H' di depan dan kemudian dengan warna biru dengan 'T' di depan. Daftar delapan hasil dari pelemparan koin tiga kali ini kemudian dapat menjadi dasar dari enam belas hasil untuk melempar koin empat kali Ini dibuat dengan meletakkan ekstra 'H' di depan dan kemudian ekstra 'T' di depan, pada gilirannya dapat digunakan untuk daftar untuk melempar koin lima kali, dan seterusnya.

Sel biru mewakili pasangan terurut (1,5) — seperti yang ditunjukkan oleh judul baris dan kolom — tetapi Anda kemudian dapat memasukkan nilai yang diinginkan ke dalam sel; dalam hal ini Anda dapat memasukkan jumlah dari dua skor, yaitu 6. Karena semua 36 sel dalam tabel memiliki kemungkinan hasil yang sama, Anda dapat menggunakan tabel untuk menghitung probabilitas mendapatkan jumlah 5 (contoh dari jumlah 5 berada dalam sel abu-abu):

$$\mathrm{P}\ (\mathrm{jumlah} = 5) = \frac{4}{36}$$

Keuntungan dari pendekatan ini adalah bahwa pasangan (baris, kolom) mengidentifikasi apa yang sebenarnya terlihat dalam percobaan, sedangkan isi sel menunjukkan hasil dari pasangan hasil yang berurutan ini, sesuai dengan aturan tertentu yang akan diterapkan.

Aturan ini bisa berubah. Misalnya, dua dadu dilemparkan lagi, tetapi kali ini skor yang lebih tinggi dari kedua dadu tersebut diambil:

High	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	2	3	4	5	6
3	3	3	3	4	5	6
4	4	4	4	4	5	6
5	5	5	5	5	5	6
6	6	6	6	6	6	6

Anda dapat menggunakan tabel ini untuk menghitung probabilitas skor yang lebih tinggi menjadi 5:

$$\mathrm{P}\ (\mathrm{tertinggi} = 5) = \frac{9}{36}$$

Tabel dua arah dapat digunakan untuk menunjukkan kemungkinan hasil dari peristiwa gabungan seperti melempar dua dadu.

Latihan 4.2

1. Ada tiga starter pada menu restoran: pakora sayur (V), bhaji bawang (0) dan tikka ayam (C). Jen dan Kay masing-masing memesan makanan pembuka. Buat daftar ruang sampel dari kemungkinan pesanan.
2. Dalam pertanyaan 1, jika hanya ada satu dari masing-masing permulaan yang tersisa, tuliskan ruang sampel dari kemungkinan pesanan.
3. Satu set enam kartu menunjukkan angka 1 sampai 6. Dua kartu diambil secara acak. Salin dan lengkapi diagram ruang sampel untuk menunjukkan jumlah angka pada kartu.

Sum	1	2	3	4	5	6
1			4			
2						
3						
4						
5						
6		8				

Tentukan peluang bahwa skor totalnya adalah

a) 5 b) 4 c) 2.

4. Sebuah koin dilempar dan sebuah dadu dilempar. Kepala mendapat skor 1 dan ekor mendapat skor 2.
   a) Buatlah daftar semua hasil yang mungkin dalam ruang sampel.
   b) Buatlah diagram ruang sampel untuk menunjukkan skor total untuk percobaan ini.

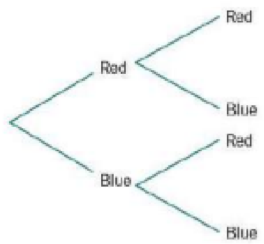
5. Dua buah dadu dilempar.
   a) Buatlah diagram ruang sampel untuk menunjukkan hasil kali skor pada kedua dadu.
   b) Carilah probabilitas bahwa skornya adalah
      i) 3 ii) 5 iii) 6 iv) 10.

6. Dua buah dadu dilempar.
   a) Buatlah diagram ruang sampel untuk menunjukkan skor yang lebih rendah dari kedua dadu.
   b) Carilah probabilitas bahwa skornya adalah
      i) 3 ii) 5 iii) 6.

7. Dua buah dadu dilempar.
   a) Buatlah diagram ruang sampel untuk menunjukkan perbedaan (tidak bertanda) antara skor pada dua dadu.
      b) Tentukan peluang selisihnya adalah
         i) 3 ii) 5 iii) 6.

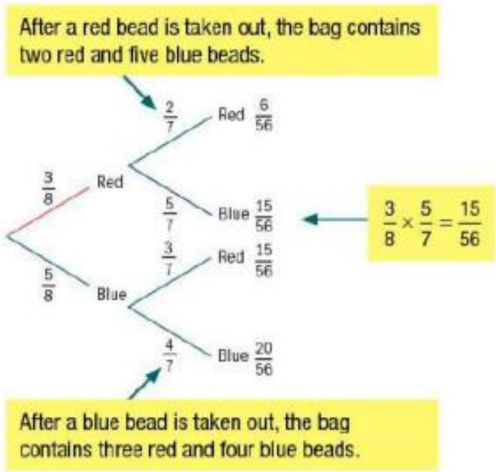
4.3 DIAGRAM POHON

Pertimbangkan tas yang memiliki tiga manik-manik merah dan lima manik-manik biru di dalamnya. Jika Anda mengambil sebuah manik secara acak, dan kemudian mengambil yang lain tanpa mengganti yang pertama, Anda dapat merepresentasikan hasil yang mungkin dalam diagram pohon kemungkinan, seperti yang ditunjukkan di sebelah kanan.



Gambar 4.2 ilustrasi Diagram Pohon

Anda dapat menempatkan probabilitas pada cabang untuk melengkapi diagram:



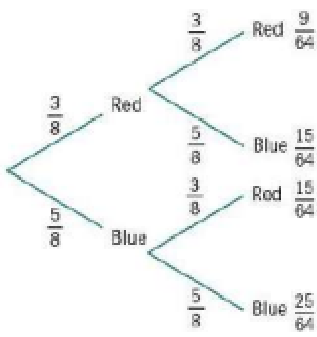
P(kedua manik berwarna sama) = P(kedua manik berwarna merah) + P(kedua manik berwarna biru)

$$= \left(\frac{3}{8} \times \frac{2}{7}\right) + \left(\frac{5}{8} \times \frac{4}{7}\right)$$
$$= \frac{6}{56} + \frac{20}{56}$$
$$= \frac{26}{56}$$
$$= \frac{13}{28}$$

Think × for 'and', and + for 'or'.
So (red *and* red) OR (blue *and* blue)
= (red × red) + (blue × blue)

Pengambilan sampel dengan penggantian

Jika manik pertama dikembalikan ke tas sebelum yang kedua dipilih, probabilitas merah atau biru akan menjadi $\frac{3}{8}$ dan $\frac{5}{8}$ pada tahap kedua, serta yang pertama.

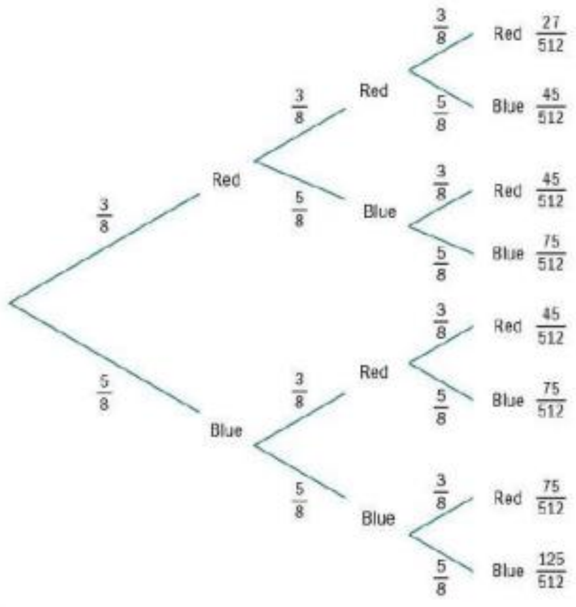


Sekarang, P(kedua manik berwarna sama) = P(kedua manik berwarna merah.) + P(kedua manik berwarna biru)

$$= \frac{9}{64} + \frac{25}{64}$$

$$= \frac{34}{64}$$

Jika manik pertama dan kedua dikembalikan ke tas, dan manik ketiga dikeluarkan, diagram pohon akan terlihat seperti ini:



Contoh 1

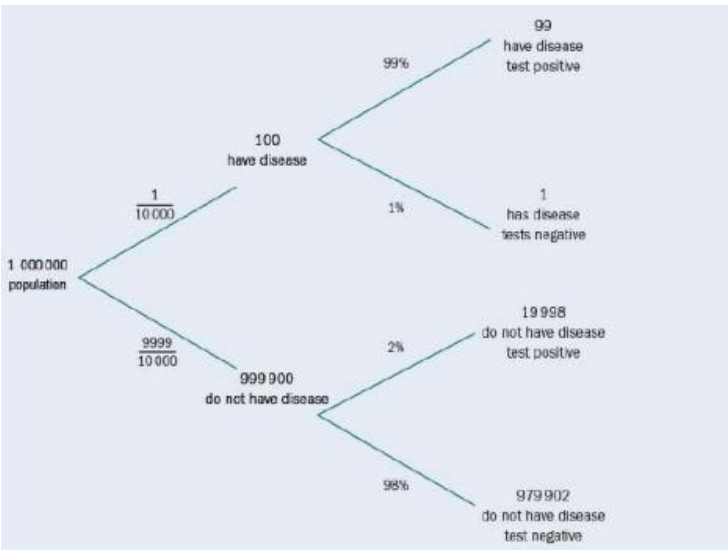
Suatu penyakit diketahui menyerang 1 dari 10.000 orang. Ini bisa berakibat fatal, tetapi bisa diobati jika terdeteksi dini. Tes skrining untuk penyakit ini menunjukkan hasil positif untuk 99% orang dengan penyakit tersebut. Tes menunjukkan positif untuk 2% orang yang tidak memiliki penyakit.

Untuk populasi satu juta orang,

a) berapa banyak yang Anda harapkan memiliki penyakit dan hasil tesnya positif
b) berapa banyak yang Anda harapkan untuk dites positif?

Tes skrining akan mendeteksi keberadaan zat dalam tubuh manusia yang hampir selalu menyertai penyakit, tetapi juga terjadi secara alami pada sebagian kecil orang.

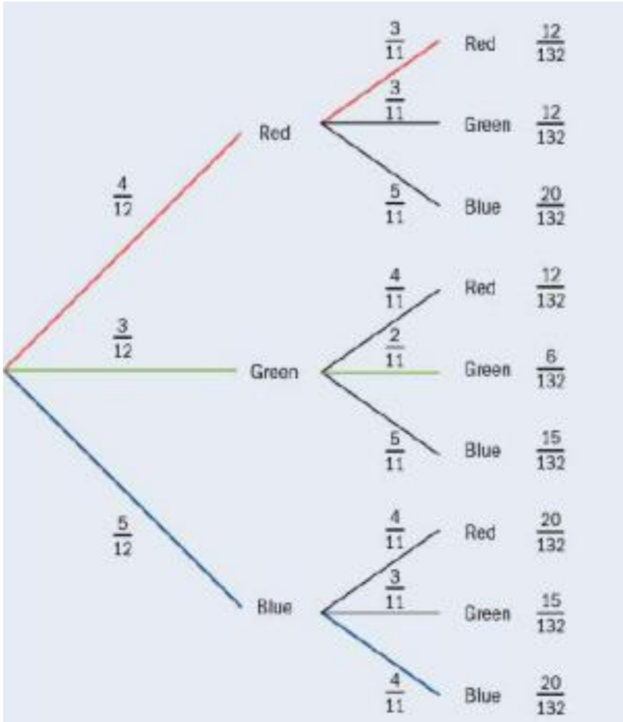
Pertama menggambar diagram pohon:



Jadi kemungkinan ada sekitar 99 tes positif dari orang dengan penyakit ini, dan sekitar 99 + 19.998 = 20.097 tes positif secara keseluruhan. Dalam skenario ini, kurang dari 1 dari 200 tes positif berasal dari orang yang menderita penyakit tersebut, meskipun tesnya sangat akurat.

Diagram pohon yang lebih kompleks
Contoh 2
Terdapat empat cakram merah, tiga cakram hijau, dan lima cakram biru dalam sebuah kantong. Dua disk ditarik keluar. Temukan probabilitas bahwa dua disk dengan warna yang sama diambil.

Pertama gambar diagram pohon - ada tiga hasil pada setiap tahap:



P(warna yang sama)

$$= \frac{12}{132} + \frac{6}{132} + \frac{20}{132} = \frac{38}{132} = \frac{19}{66}$$

Meskipun beberapa pecahan dapat disederhanakan, jauh lebih mudah untuk mempertahankan penyebut yang sama untuk probabilitas di setiap tahap.

Diagram pohon berguna saat Anda mengetahui probabilitas setiap tahap peristiwa majemuk. Anda mengalikan sepanjang cabang untuk mendapatkan probabilitas jalur, dan probabilitas jalur yang berbeda dapat ditambahkan.

Latihan 4.3

1. Sebuah tas berisi lima bola biru dan tiga bola hijau. Aula dipilih secara acak dan warnanya dicatat, lalu bola dikembalikan ke tas.

Bola kedua dipilih.

a) Hitunglah peluang terambilnya dua bola yang berbeda warna.
b) Jika bola pertama tidak dikembalikan ke tas, berapa peluang kedua bola berbeda warna?

2. Di gym, 60% anggotanya adalah laki-laki. Sepertiga pria menggunakan gym setidaknya seminggu sekali. Tiga perempat wanita menggunakan gym setidaknya sekali seminggu. Seorang anggota dipilih secara acak. Carilah peluang bahwa
   a) seorang pria yang tidak berolahraga paling sedikit sekali seminggu
   b) seorang pria yang berolahraga paling sedikit sekali seminggu.

3. Untuk seseorang yang tinggal di kota tertentu, peluang bahwa dalam jangka waktu satu tahun mereka akan memulai pekerjaan baru adalah 0,06. Probabilitas mereka akan dipecat dari suatu pekerjaan adalah 0,03.

   Asumsikan peristiwa-peristiwa ini independen, gambarlah diagram pohon untuk merepresentasikan informasi ini.

   Carilah peluang bahwa selama satu tahun seseorang yang dipilih secara acak tinggal di kota itu
   a) tak satu pun dari peristiwa ini terjadi
   b) tepat salah satu dari peristiwa ini terjadi
   c) kedua peristiwa ini terjadi.

4. Sebuah koin dilempar tiga kali. Carilah peluang bahwa
   a) tampak kepala pada ketiga lemparan
   b) tampak sama pada ketiga lemparan
   c) tidak tampak sama pada dua kali lemparan berturut-turut.

5. Sebuah tas berisi sepuluh loket: empat putih, tiga hijau, dan tiga merah. Penghitung dihapus satu per satu secara acak, tanpa penggantian. Hitunglah peluang bahwa
   a) penghitung pertama yang ditarik berwarna merah
   b) tiga penghitung pertama yang ditarik semuanya putih
   c) tiga penghitung pertama yang ditarik semuanya berbeda warna.

4.4 PROBABILITAS BERSYARAT

Dalam Contoh 1 Anda mempertimbangkan tes skrining untuk suatu penyakit dan menemukan bahwa, meskipun tes tersebut sangat akurat, fakta bahwa penyakit itu jarang - ada lebih banyak orang yang tidak menderita daripada orang yang melakukannya - berarti lebih sedikit dari 1 dari 200 dari mereka yang dites positif benar-benar mengidap penyakit tersebut. 19 998 dari 20 097 hasil tes positif berasal dari orang sehat, jadi probabilitas bersyarat bahwa seseorang sehat jika diketahui hasilnya positif adalah

$$\mathrm{P}\ (\text{kesehatan}\ |\text{hasil Positif}) = \frac{19\,998}{20\,097} = 0.9951$$

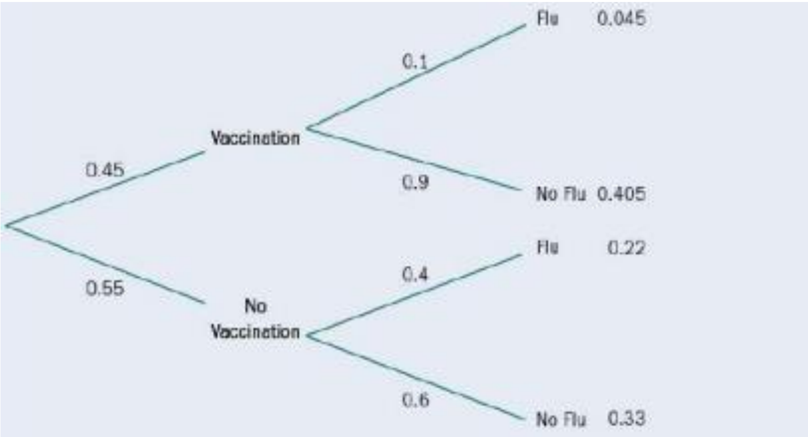
Probabilitas bersyarat dari suatu peristiwa A terjadi mengingat peristiwa B telah terjadi dapat ditulis sebagai P $(A|B)$.

Dalam situasi seperti ini, penting agar seseorang yang dites positif tidak diberi tahu bahwa mereka mengidap penyakit hanya berdasarkan hasil tes.

Contoh 3

Sebuah pusat kesehatan mendorong orang lanjut usia untuk mendapatkan vaksinasi flu setiap tahun. Vaksinasi mengurangi kemungkinan terkena flu dari 40% menjadi 10%. Jika 45% orang lanjut usia yang mengunjungi pusat itu telah divaksinasi, carilah peluang bahwa seorang lanjut usia terpilih secara acak

a) terkena flu
b) mendapat vaksinasi, mengingat mereka terkena flu.



a. $P(F) = 0.045 + 0.22$ b. $P(V|F) = \frac{P(V \cap F)}{P(F)} = \frac{0.045}{0.265} = 0.170\ (3\ \text{s.f.})$

Simbol tersebut berarti 'mengingat', yaitu P(V I F) berarti probabilitas dari V, mengingat bahwa F telah terjadi.

Probabilitas bersyarat dari V mengingat F adalah $P(V|F) = \frac{P(V \cap F)}{P(F)}$

Latihan 4.4

1. Dari sampel yang diambil, 95% pengemudi mobil memakai sabuk pengaman, 60% pengemudi mobil yang terlibat kecelakaan serius meninggal jika tidak memakai sabuk pengaman, dan 80% pengemudi yang memakai sabuk pengaman bertahan hidup.
   a) Gambarlah diagram pohon untuk menunjukkan informasi ini.
   b) Berapa peluang seorang pengemudi dalam suatu kecelakaan serius tidak memakai sabuk pengaman dan selamat?

   Berhati-hatilah untuk menentukan probabilitas V dan F terjadi secara langsung dan bukan dari probabilitas V dan F terjadi

2. Seorang penjaga toko membeli sepertiga stok bola lampunya dari Perusahaan X, dan sisanya dari Perusahaan Y. Sebuah laporan independen menyatakan bahwa 3% bola lampu dari Perusahaan X rusak dan 2% dari Perusahaan Y rusak.
   a) Jika penjaga toko memilih bola lampu secara acak dari stoknya dan mengujinya, berapa peluang lampu tersebut rusak?
   b) Jika bola lampu rusak, berapa peluang bahwa itu berasal dari Perusahaan Y? Probabilitas bersyarat

3. Buku harian pekerjaan rumah dan pekerjaan rumah yang diselesaikan dari dua siswa, A dan B, diperiksa. Ada kemungkinan 0,4 bahwa Siswa A tidak membuat catatan di buku hariannya tentang kumpulan pekerjaan rumah. Dia selalu mengerjakan PR jika ditulis di buku hariannya, tetapi tidak pernah mengerjakan PR jika tidak ditulis. Ada peluang 0,8 bahwa Siswa B menulis PR yang diberikan di buku hariannya. Ketika dia melakukan ini, dia akan mengerjakan pekerjaan rumahnya 90% dari waktu. Jika dia tidak menulis apa pun di buku hariannya, maka dia memeriksanya dengan seorang teman, siapa yang tahu apa pekerjaan rumahnya 50% dari waktunya; Siswa B selalu mengerjakan PR jika disuruh oleh temannya. Gambarlah diagram pohon yang mewakili informasi ini.
   a) Hitunglah peluang Siswa B mengerjakan pekerjaan rumahnya pada malam tertentu.
   b) Carilah peluang bahwa kedua siswa tersebut mengerjakan pekerjaan rumahnya pada malam tertentu.
   c) Jika satu pekerjaan rumah diberikan kepada seorang siswa tetapi tidak dikerjakan, hitunglah peluang bahwa pekerjaan rumah itu diberikan kepada siswa A.

4. Di sebuah sekolah terdapat 542 siswa, 282 di antaranya perempuan. Dari 542 siswa, 364 berjalan kaki ke sekolah, dan 153 di antaranya perempuan. Carilah peluang bahwa seorang siswa yang dipilih secara acak
   a) berjenis kelamin laki-laki
   b) berjenis kelamin laki-laki yang tidak berjalan kaki ke sekolah
   c) tidak berjalan kaki ke sekolah jika mereka laki-laki
   d) berjenis kelamin perempuan jika mereka berjalan kaki ke sekolah sekolah.

5. Jumlah siswa dalam satu tahun di sebuah sekolah adalah 173 orang. Sejak tahun itu, 25 siswa bermain hoki, dan 7 di antaranya tergabung dalam tim hoki sekolah. Temukan probabilitas bahwa seorang siswa yang dipilih dari tahun secara acak
   a) bermain hoki
   b) bermain di tim sekolah, mengingat mereka bermain hoki.

6. Dari pekerja di sebuah pabrik besar, seperenam pergi bekerja dengan bus, sepertiga dengan kereta api, dan sisanya dengan mobil. Mereka yang bepergian dengan bus memiliki probabilitas $\frac{1}{4}$ dari terlambat, mereka yang bepergian dengan kereta api akan

terlambat dengan probabilitas $\frac{1}{5}$, dan mereka yang menggunakan mobil akan terlambat $ dengan probabilitas $\frac{1}{10}$

Gambar dan lengkapi diagram pohon untuk menunjukkan informasi ini. Hitung probabilitas bahwa seorang karyawan yang dipilih secara acak akan terlambat.

7. Sebuah perusahaan asuransi memisahkan pengemudi mobil menjadi tiga kategori: Kategori X adalah `berisiko rendah; dan kategori ini mewakili 20% pengemudi yang diasuransikan dengan perusahaan; Y adalah 'risiko sedang' dan mewakili 70% pengemudi yang diasuransikan; Z adalah 'risiko tinggi. Probabilitas bahwa seorang pengemudi Kategori X mengalami satu atau lebih kecelakaan dalam periode 12 bulan adalah 2%, dan probabilitas yang sesuai untuk pengemudi dalam Kategori Y dan Z masing-masing adalah 5% dan 9%.
   a) Temukan probabilitas bahwa seorang pengemudi yang diasuransikan dengan perusahaan, dipilih secara acak, dinilai sebagai risiko Kategori Y dan mengalami satu atau lebih kecelakaan dalam periode 12 bulan.
   b) Carilah peluang bahwa seorang pengemudi yang diasuransikan dengan perusahaan, yang dipilih secara acak, mengalami satu atau lebih kecelakaan dalam periode 12 bulan. c) Jika seorang pelanggan mengalami kecelakaan dalam periode 12 bulan, berapa peluang bahwa mereka adalah pengemudi Kategori Y?

8. Dua kantong identik masing-masing berisi 12 cakram, yang identik kecuali warnanya. Kantong A berisi 6 cakram merah dan 6 cakram biru. Kantong B berisi 8 cakram merah dan 4 cakram biru.
   a) Sebuah tas dipilih secara acak dan sebuah disk dipilih darinya. Gambarlah diagram pohon yang mengilustrasikan situasi ini dan hitung probabilitas bahwa cakram yang ditarik akan berwarna merah.
   b) Cakram yang dipilih dikembalikan ke kantong yang sama, bersama dengan dua cakram lain dengan warna yang sama, dan cakram lain dipilih dari kantong itu. Carilah peluang bahwa

      i) warnanya sama dengan cakram pertama yang ditarik

      ii) kantong A digunakan, mengingat dua cakram dengan warna yang sama telah dipilih.

4.5 HUBUNGAN ANTAR KEJADIAN

Kejadian sering dihubungkan satu sama lain oleh beberapa jenis hubungan. Berikut ini adalah jenis utama.

Saling bebas

Catatan: ⇔ berarti 'menyiratkan dan tersirat oleh', yaitu p ⇔ q berarti jika p, maka q; dan jika q, sepuluh p (p sama dengan q).

Dua peristiwa, A dan B, adalah independen jika hasil A tidak mempengaruhi hasil B, dan sebaliknya.

$P(A \mid B) = P(A) \Leftrightarrow$ A dan B saling bebas, dan

P(B ❙ A) = P(B) ⇔ B dan A saling bebas.

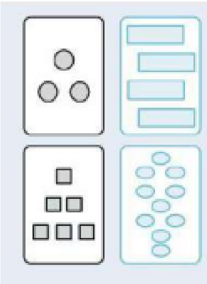
Bersama dengan definisi probabilitas bersyarat, ini memberikan hukum perkalian untuk kejadian-kejadian yang saling bebas: Jika A dan B saling bebas, P(A ∩ B) = P(A) x P(B). Probabilitas A terjadi mengingat bahwa B telah terjadi hanya akan menjadi probabilitas A.

Contoh 4

Seperangkat 40 kartu menunjukkan angka, dari 1 sampai 10, dari salah satu dari empat simbol geometris. Lingkaran dan kotak ditampilkan dalam warna abu-abu, persegi panjang dan elips berwarna biru. Paket kartu dikocok dan kartu teratas dibalik. Biarkan C menjadi acara 'kartu menunjukkan lingkaran; F kejadian 'kartu menunjukkan 5 simbol' dan G kejadian 'kartu berwarna abu-abu.

a) Tunjukkan bahwa C dan F adalah kejadian yang saling bebas.

b) Tunjukkan bahwa C dan G bukan kejadian yang saling bebas.



Jawab:

a) P(C) = $\frac{10}{40}$ (ada 10 kartu lingkaran)

P(F) = $\frac{4}{10}$ (ada 4 kartu dengan 5 simbol)

P(C ∩ F) =-1:40 (hanya ada satu kartu dengan 5 lingkaran)

$$\mathrm{P}(\mathrm{C}\ |F) = \frac{\mathrm{P}\ (\mathrm{V}\ \cap\ \mathrm{F})}{\mathrm{P}(\mathrm{F})} = \frac{\frac{1}{40}}{\frac{4}{40}} = \frac{1}{4} = \mathrm{P}(\mathrm{C})$$

Karena P(C ❙ F) = P(C), C dan F adalah kejadian saling bebas.

b) P(G ❙ C) = 1, karena jika diketahui kartu tersebut memiliki lingkaran maka diketahui bahwa kartu tersebut berwarna abu-abu

P(G) = 0.5

Jadi P(G ❙ C) # P(G), dan kejadian G dan C tidak saling bebas.

Mengetahui bahwa F telah terjadi tidak memberikan informasi tambahan mengenai apakah C mungkin terjadi atau tidak.

Penjumlahan hukum probabilitas Jika kita mengambil semua hasil yang memenuhi A, dan kemudian semua hasil yang memenuhi B, maka setiap hasil yang memenuhi keduanya akan dihitung dua kali, jadi $\mathrm{P}\ (\mathrm{A}\ \cup \mathrm{B}) = \mathrm{P}(\mathrm{A}) + \mathrm{P}(\mathrm{B}) - \mathrm{P}(\mathrm{A}\ \cap \mathrm{B})$

Artinya, probabilitas A atau B dapat ditemukan dengan menjumlahkan probabilitas A dan B, lalu mengurangkan apa yang dihitung ganda.

Jika A kejadian dadu adil menunjukkan faktor 6 dan B kejadian dadu adil menunjukkan bilangan kuadrat, maka 1, 2, 3 dan 6 memenuhi A, sedangkan 1 dan 4 memenuhi B. A dan B terpenuhi dengan 1, dan A atau B dipenuhi dengan 1, 2, 3, 4 dan 6.

$$P(A \cup B) = \frac{5}{6}; P(A) = \frac{4}{6}; P(B) = \frac{2}{6}; P(A|B) = \frac{1}{6}.$$

$$\frac{5}{6} = \frac{4}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6}$$

Anda dapat memeriksa ini berfungsi dalam contoh sederhana seperti peristiwa berdasarkan lemparan dadu, tetapi logika mengatakan itu akan selalu benar, bahkan dalam situasi di mana peristiwa tidak sama kemungkinannya atau di mana Anda tidak dapat membuat daftar semua kemungkinan hasil.

Hukum penjumlahan untuk probabilitas adalah:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Saling eksklusif

Dua kejadian A dan B saling lepas jika keduanya tidak dapat terjadi secara bersamaan. A dan B adalah kejadian disjoin jika saling lepas.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Lengkap

Serangkaian peristiwa bersifat lengkap jika mencakup semua kemungkinan hasil.

Tapi ingat bahwa hubungan umumnya adalah

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Contoh 5

Dua dadu yang adil dilemparkan. Dari peristiwa-peristiwa yang terdaftar, berikan dua yang, jika disatukan, adalah

a) saling lepas
b) lengkap
c) tidak berdiri sendiri.

A: Kedua dadu menunjukkan angka yang sama.

B: Jumlah dari kedua skor tersebut paling sedikit adalah 5.

C: Setidaknya salah satu dari kedua angka tersebut adalah 5 atau 6.

D: Jumlah dari kedua skor tersebut adalah ganjil.

E: Angka terbesar yang ditampilkan adalah 6.

F: Jumlah kedua skor kurang dari 8.

a) A dan D saling lepas: jika kedua dadu menunjukkan angka yang sama, jumlahnya harus genap.

b) B dan F adalah lengkap: satu-satunya hasil yang tidak ada di B adalah bahwa jumlahnya adalah 2, 3 atau 4 dan semuanya ada di F.
c) A dan D tidak independen (karena saling lepas). C dan E tidak independen, karena P(C | E) = 1 (jika E terjadi, maka Anda tahu C harus terjadi).

Ada kemungkinan lain untuk bagian (c).

Berikut adalah beberapa istilah lain yang perlu Anda ketahui tentang Pemisahan: sekelompok himpunan yang lengkap dan saling eksklusif membentuk partisi. Seluruh ruang hasil telah dipecah menjadi kejadian-kejadian terpisah, sehingga probabilitasnya berjumlah 1, dan tidak ada tumpang tindih di antara pasangan mana pun. Peristiwa majemuk dapat dievaluasi hanya dengan menelusuri grup dan melihat apakah setiap himpunan akan disertakan. Acara pelengkap adalah kasus khusus dari partisi; mereka adalah partisi dua peristiwa. Jika A dan B komplementer maka P(B) = 1 - P(A). Cara paling sederhana untuk merepresentasikan pasangan komplementer adalah sebagai 'A dan "bukan A".

Contoh 6

Selama satu musim, tim hoki memainkan 40 pertandingan, dalam kondisi berbeda, dengan hasil sebagai berikut.

		Weather		Total
		Good	Poor	
Result	Win	13	6	19
	Draw	5	3	8
	Loss	7	6	13
Total		25	15	40

Untuk pertandingan yang dipilih secara acak dari musim:
G adalah kejadian 'Cuaca bagus'
W adalah kejadian 'Tim menang'
D adalah kejadian 'Tim seri'
L adalah kejadian 'Tim kalah.

a) Temukan probabilitas dalam setiap kasus.
   i) P(G) ii) P(G ∩ D) iii) P(D | G)

b) Apakah kejadian D dan G saling bebas?

Ini adalah tabel dua arah.

a) Selama musim, 25 pertandingan dimainkan dalam cuaca baik, jadi $P(G) = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$

   $G \cap D$ adalah seri yang dimainkan dalam cuaca baik, dan ada 5 pertandingan, jadi $P(G \cap D) = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$

   $$P(D|G) = \frac{P(G \cap D)}{P(G)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{5}{8}} = \frac{1}{5}$$

b) $P(D) = \frac{8}{40} = \frac{1}{8}$ Karena P(D | G) = P(D) kejadian D dan G saling bebas.
Namun, perhatikan bahwa W&G tidak independen dan L&G juga tidak independen.

Latihan 4.5

1. A dan B adalah kejadian yang saling bebas. P(A) = 0,7, P(B) = 0,4
   Tentukan:
   a) P(A ∩ B) b) P(A ∪ B) c) P(A' ∩ B).

2. $P(A) = 0.7, P(B) = 0.4, P(A \cup B) = 0.82$
   Tunjukkan bahwa A dan B saling bebas.

3. $P(A) = 0.5, P(B \mid A) = 0.6, P(B') = 0.7$
   Tunjukkan bahwa A' dan B saling lepas.

4. X dan Y adalah kejadian saling bebas dengan P(X) = 0,4 dan P(Y) = 0,5.
   a) Tuliskan P(X | Y). b) Tuliskan P(Y | X). c) Hitung P(X' ∩ Y) .

5. Hasil survey warna dan jenis mobil tertera pada tabel.

	Saloon	Hatchback
Silver	65	59
Black	27	22
Other	16	19

   Satu mobil dipilih dari grup secara acak.
   a) Carilah peluang bahwa mobil yang dipilih adalah
      i) sebuah hatchback perak
      ii) sebuah hatchback
      iii) sebuah hatchback, dengan diketahui bahwa itu adalah perak.
   b) Tunjukkan bahwa jenis mobil tidak terlepas dari warnanya.

6. Pertimbangkan hasil yang mungkin dari pelemparan dadu biru dan dadu putih berikut ini:
   A: Totalnya adalah 2.
   B: Dadu putih menunjukkan kelipatan 2.
   C: Totalnya kurang dari 10.
   D: Dadu putih menunjukkan kelipatan 3.
   E: Jumlahnya lebih besar dari 7.
   F: Jumlahnya lebih besar dari 9.
   Manakah dari pasangan peristiwa berikut ini yang lengkap? Manakah yang saling eksklusif?
   a) A, B
   b) A, D

c) C, E
d) C, F
e) B, D
f) A, E

7. Dua sisi koin dikenal sebagai 'kepala' dan `ekor; Empat koin berisi dilempar bersama-sama. Kejadian yang mungkin terjadi adalah:
   A: Tidak ada kepala.
   B: Setidaknya satu kepala.
   C: Tidak ada ekor.
   D: Setidaknya dua ekor.
   Katakan apakah setiap pernyataan benar atau salah, berikan alasan untuk jawaban Anda.
   a) A dan B saling lepas.
   b) A dan B lengkap.
   c) B dan D lengkap.
   d) A' dan Cr saling lepas.
   Ingatlah bahwa X' berarti 'bukan X'.

Latihan lanjutan

1. Sebuah kantong berisi delapan bola ungu dan dua bola merah muda. Sebuah bola diambil secara acak dari kantong dan dicatat warnanya. Bola tidak diganti. Bola kedua dipilih secara acak dan dicatat warnanya.
   a) Gambarlah diagram pohon untuk mewakili informasi ini. Hitunglah peluang bahwa
   b) terambil bola kedua berwarna ungu
   c) terambil kedua bola berwarna ungu, diketahui bahwa terambil bola kedua berwarna ungu.

2. Penyakit Walker adalah penyakit tropis langka, yang diketahui hanya ada pada 0,1% populasi. Tes skrining baru telah dianalisis, dan ada kemungkinan 98% hasil tes positif saat orang yang dites mengidap penyakit tersebut, dan hanya 0,2% kemungkinan hasil tes positif saat orang tersebut tidak mengidap penyakit tersebut.
   Seseorang dipilih secara acak dari populasi dan diberi tes penyaringan.
   a) Berapa peluang bahwa orang tersebut akan dinyatakan positif?
   b) Berapa peluang bahwa orang tersebut tidak mengidap penyakit, jika hasil tesnya positif?
   c) Jane adalah seorang dokter yang tidak senang dengan pedoman yang mengatakan bahwa pasien harus segera diberi tahu jika hasil tesnya positif. Jelaskan bagaimana dia dapat menggunakan jawaban bagian (b) untuk menyatakan bahwa pedoman ini tidak sesuai.

3. Dua kejadian A dan B saling lepas. $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}$
   a) Tentukan P(A | B).
   b) Cari P(A ∪ B).
   c) Apakah kejadian A dan B saling bebas? Berikan alasan untuk jawaban Anda.

4. Kejadian A dan B sedemikian sehingga $P(A) = \frac{5}{12}, P(B) = \frac{2}{3}$ dan $P(A' \cap B') = \frac{1}{12}$
   a) Tentukan:
      i). $P(A \cap B')$ ii). $P(A \mid B)$ iii). $P(B \mid A)$
   b) Sebutkan, berikan alasan, apakah A dan B i) saling lepas ii) mandiri atau tidak.

5. Sistem pengujian berbasis komputer memberi pengguna pertanyaan sulit jika pertanyaan sebelumnya benar dan pertanyaan mudah jika pertanyaan sebelumnya salah. Soal pertama dipilih secara acak menjadi sulit atau mudah. Peluang Benni menjawab benar soal mudah adalah $\frac{2}{3}$ dan peluang Benni menjawab benar soal sulit adalah $\frac{1}{4}$
   a) Gambarlah diagram pohon untuk mewakili apa yang bisa terjadi untuk dua pertanyaan pertama yang didapat Benni dalam sebuah ujian.
   b) Tentukan peluang Benni menjawab dua pertanyaan pertamanya dengan benar.
   c) Temukan probabilitas bahwa pertanyaan pertama itu sulit, mengingat bahwa Benni menjawab kedua pertanyaan pertamanya dengan benar.

6. Di sebuah pabrik, mesin X, Y, dan Z semuanya memproduksi batang logam yang identik. Mesin X menghasilkan 25% batang, mesin Y menghasilkan 45% dan sisanya diproduksi oleh mesin Z. Produksi batang dari mesin X, Y dan Z masing-masing 4%, 5% dan 2% cacat.
   a) Gambarlah diagram pohon untuk mewakili informasi ini.
   b) Tentukan peluang bahwa batang yang dipilih secara acak
      i) diproduksi oleh mesin Y dan tidak rusak
      ii) tidak rusak.
   c) Mengingat sebuah tongkat yang dipilih secara acak tidak cacat, hitunglah peluang bahwa tongkat itu diproduksi oleh mesin Y.

7. Seorang pegolf mengikuti dua turnamen. Dia memperkirakan probabilitas bahwa dia memenangkan turnamen pertama adalah 0,6, dia memenangkan turnamen kedua adalah 0,4 dan dia memenangkan kedua turnamen adalah 0,35.
   a) Temukan peluang bahwa dia tidak memenangkan salah satu turnamen.
   b) Tunjukkan, dengan perhitungan, bahwa memenangkan turnamen pertama dan memenangkan turnamen kedua bukanlah kejadian yang berdiri sendiri.
   c) Turnamen dimainkan dalam beberapa minggu berturut-turut. Jelaskan mengapa akan mengejutkan jika ini adalah peristiwa independen.

8. Kejadian A dan B saling bebas sehingga P(A) = $\frac{1}{2}$ dan P(B) =$\frac{1}{3}$.

Carilah:
a) $P(A \cap B)$
b) $P(A' \cap B')$
c) $P(A \mid B)$.

9. Sebuah dadu adil memiliki enam muka, bernomor 4, 4, 4, 5, 6 dan 6. Dadu dilempar dua kali dan angka yang muncul di muka paling atas dicatat setiap kali. Temukan probabilitas bahwa jumlah dari dua angka yang dicatat setidaknya 14.

10. Kejadian A, B dan C didefinisikan dalam ruang sampel S.
Diketahui P(A) = 0,3, P(B) = 0,4 dan P(A) = 0,65, tentukan
a) $P(A \cap B)$
b) $P(A \mid B)$. A dan C saling lepas dan P(C) = 0,5.
c) Cari $P(A \cup C)$.

11. a) Jika A dan B adalah dua kejadian yang secara statistik independen, tuliskan pernyataan untuk $P(A \cap B)$ dan $P(A \cup B)$ dalam bentuk P(A) dan P(B).
b) Setiap hari Jumat, Anji dan Katrina memutuskan sendiri apakah akan pergi ke bioskop. Pada hari Jumat tertentu, peluang keduanya pergi ke bioskop adalah I, dan peluang pada pukul 3 paling tidak salah satunya adalah 5. 6 Temukan nilai yang mungkin untuk peluang Anji pergi ke bioskop pada hari Jumat tertentu.

12. Dari siswa yang mengambil bahasa Inggris di sekolah tertentu selama satu tahun, 60% dari mereka mengambil Sejarah, 30% dari mereka mengambil Biologi, dan 10% mengambil Sejarah dan Biologi. Salah satu siswa yang mengambil bahasa Inggris dipilih secara acak.
a) Hitunglah peluang bahwa siswa tersebut tidak mengambil mata pelajaran Sejarah maupun Biologi
b) Mengingat bahwa siswa tersebut hanya mengambil salah satu mata pelajaran Sejarah dan Biologi, tentukan peluangnya adalah Sejarah.

13. Agneska punya tiket cadangan untuk konser besok dan menelepon temannya Venus. Kemungkinan besar Venus akan segera menjawab atau telepon akan dihubungi pesan suara. Jika telepon masuk ke pesan suara, ada kemungkinan 0,7 bahwa Venus menelepon kembali Agneska hari ini. Jika Venus berbicara dengan Agneska hari ini, dia akan menghadiri konser tersebut.
i) Carilah peluang Venus menghadiri konser tersebut.
ii) Temukan probabilitas bersyarat bahwa Agneska meninggalkan pesan suara mengingat Venus menghadiri konser tersebut. Berikan jawaban Anda dengan benar hingga 2 tempat desimal.

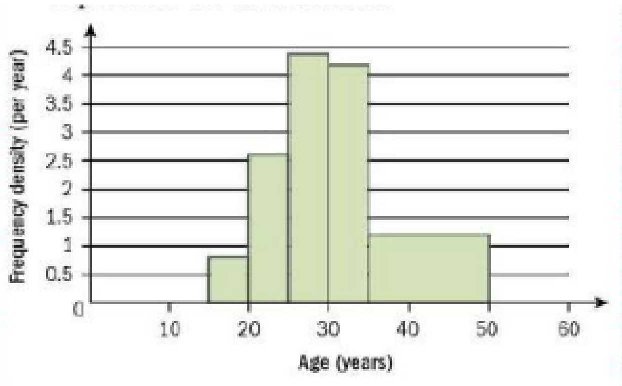
14. Jamie melempar koin bias dan melempar dua dadu yang adil. Probabilitas koin menunjukkan kepala adalah $\frac{1}{3}$. Setiap dadu memiliki enam sisi, 3 bernomor 1, 1, 2, 3, 3, dan 4. Skor Jamie dihitung dari angka pada sisi tempat dadu mendarat, sebagai berikut:
   - jika koin menunjukkan kepala, dua angka dari dadu dijumlahkan;
   - jika koin menunjukkan ekor, dua angka dari dadu dikalikan bersama. Temukan probabilitas bahwa koin menunjukkan kepala jika Jamie mendapat skor 6.

15. Data tentang usia laki-laki dan perempuan di daerah pedesaan kecil ditunjukkan pada tabel.

	Under 35	35 and over
Male	345	380
Female	362	472

Seseorang dari daerah ini dipilih secara acak. Misal M kejadian bahwa orang tersebut adalah laki-laki dan Y adalah kejadian bahwa orang tersebut berusia di bawah 35 tahun.
i) Tentukan P(M).
ii) Cari P(M dan Y).
iii) Apakah kejadian M dan Y saling bebas? Benarkan jawaban Anda.
iv) Mengingat bahwa orang yang dipilih berusia di bawah 35 tahun, tentukan peluang bahwa orang tersebut adalah perempuan.

16. Setiap ibu dari sampel acak ibu ditanya berapa umurnya ketika anak pertamanya lahir. Histogram berikut mewakili informasi.



i) Apa itu kelompok usia modal?
ii) Berapa banyak ibu yang berusia antara 20 dan 25 tahun ketika anak pertama mereka lahir?
iii) Berapa jumlah ibu dalam sampel?
iv) Temukan peluang bahwa seorang ibu, yang dipilih secara acak dari kelompok, berusia antara 20 dan 25 tahun ketika anak pertamanya lahir, berikan bahwa usianya tidak lebih dari 25 tahun.

Ringkasan Bab

- Frekuensi relatif terjadinya suatu peristiwa dapat digunakan sebagai perkiraan probabilitas terjadinya peristiwa tersebut. Estimasi lebih cenderung mendekati probabilitas sebenarnya jika percobaan telah dilakukan berkali-kali.
- Tabel dua arah dapat digunakan untuk menunjukkan hasil yang mungkin dari kejadian gabungan seperti skor total saat melempar dua dadu.
- Diagram pohon berguna saat Anda mengetahui probabilitas setiap tahapan peristiwa majemuk. Anda mengalikan sepanjang cabang untuk mendapatkan probabilitas jalur, dan probabilitas jalur yang berbeda dapat ditambahkan.
- Probabilitas bersyarat dari A diberikan B adalah P(A | B)= $\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ Berhati-hatilah untuk menentukan probabilitas A dan B terjadi secara langsung dan bukan dari probabilitas A dan B terjadi secara terpisah.
- Dua kejadian A dan B saling bebas jika P(A | B) = P(A), tetapi jika A dan B adalah kejadian saling bebas maka P(A ∩ B)=P(A) x P(B). Artinya, mengetahui bahwa B telah terjadi tidak memberikan informasi tentang kemungkinan terjadinya A, dan sebaliknya.
- Hukum penjumlahan probabilitas adalah:
  $P\ (A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- Dua kejadian A dan B saling lepas jika tidak dapat terjadi pada waktu yang sama:
  $P\ (A \cup B) = P(A) + P(B)$
- Serangkaian kejadian dikatakan lengkap jika mencakup semua kemungkinan hasil.

BAB 5
DISTRIBUSI PROBABILITAS DAN VARIABEL ACAK DISKRIT

Simulasi sekarang digunakan secara luas untuk memodelkan apa yang diharapkan terjadi jika strategi yang berbeda digunakan dalam menghadapi suatu masalah. Misalnya, stasiun metro dan kereta bawah tanah di seluruh dunia seringkali harus melakukan pekerjaan teknik penting. Penggunaan variabel acak (baik diskrit maupun kontinu) dan distribusi probabilitasnya merupakan bagian integral untuk mengembangkan model perilaku orang yang baik sehingga pekerjaan pemeliharaan menyebabkan gangguan dan ketidaknyamanan sesedikit mungkin.

Tujuan

- Mampu mendefinisikan variabel acak diskrit.
- Buat tabel distribusi probabilitas yang berkaitan dengan situasi tertentu yang melibatkan variabel acak diskrit X.
- Hitung E(X), nilai rata-rata atau harapan dari X.
- Hitung Var(X), varians dari X.

Catatan

Anda harus mengetahui cara:

1. Mensubstitusi ke dalam ekspresi sederhana, mis. temukan nilai dari pernyataan $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}$ ketika x = 2 maka

   $$\frac{1}{2}+\frac{1}{(2+1)}+\frac{1}{(2+2)}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{6+4+3}{12}=\frac{13}{12}=1\frac{1}{12}$$

2. Selesaikan persamaan simultan linier, mis. selesaikan persamaan simultan
   $x + 3y = 9$ (1)
   $2x - y = 4$ (2)
   Kalikan (1) dengan 2: $2x + 6y = 18$ (3)
   Persamaan (3) - Persamaan (2): $7y = 14 \Longrightarrow y = 2$
   Gantikan 2 fory dalam (1): $x + 6 = 9 \Longrightarrow x = 3$

Pemeriksaan keterampilan:

1. Tuliskan nilai $\frac{12}{x}$ untuk x= 1, 2, 3 dan 4.
2. Selesaikan persamaan simultan
   $0.6 + a + b = 1$
   $3.2 + 2a + 4b = 4.6$

5.1 VARIABEL ACAK DISKRIT

Variabel acak adalah kuantitas yang nilainya ditentukan oleh hasil dari peristiwa acak. Variabel acak dapat muncul dari eksperimen probabilitas.
Misalnya, ketika Anda melempar dua dadu,
X = jumlah skor adalah variabel acak.
Demikian pula,
Y = produk dari skor, dan
Z = Lebih besar dari skor juga merupakan variabel acak.
Variabel acak dapat muncul dari pengamatan kehidupan nyata. Contoh: X = jumlah panggilan telepon yang tiba di switchboard antara pukul 10 dan 10.30 pagi.

Ketika nilai suatu variabel memiliki probabilitas yang melekat, mereka membentuk distribusi probabilitas. X adalah variabel acak diskrit jika X mengambil nilai x_1, x_2, x_3, dan $\mathrm{P}(\mathrm{X} = x_i) = p_i$ dimana semua $p_i \geq 0$ dan $.\sum p_i = 1.$

Perhatikan bahwa ini berarti X hanya dapat mengambil nilai yang berbeda, semua probabilitas X harus non-negatif dan jumlahnya adalah 1.

Demikian pula, ketika nilai memiliki frekuensi yang terpasang, mereka membentuk distribusi frekuensi.

Contoh 1

X adalah variabel acak dengan distribusi probabilitas yang diberikan oleh:

x	-2	-1	0	1	2
$\mathrm{P}(X = x)$	0.1	0.1	0.4	a	0.1

Temukan nilai a.

$.\sum p_i = 1$

$1 - (0.1 + 0.1 + 0.4 + 0.1) = 0.3$

$\mathrm{S}_{o.a} = 0.3$

Distribusi probabilitas dapat berbentuk tabel.

Contoh 2

Jika X = jumlah skor pada dua dadu, ruang sampel untuk X adalah:

X	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Temukan distribusi probabilitas untuk X.

Distribusi probabilitas untuk X adalah:

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X = x)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

Latihan 5.1

1. Temukan mana dari berikut ini yang merupakan variabel acak diskrit, berikan alasan untuk yang bukan.

a)

x	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	0.2	0.3	0.4	0.3	0.2

b)

x	−2	−1	0	1	2
$P(X = x)$	0.2	0.3	0.1	0.3	0.1

c)

x	5	7	10	15	20
$P(X = x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

d)

x	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	0.2	0.3	0.4	0.3	−0.2

2. Sebuah dadu yang adil dilempar. Sebutkan distribusi probabilitas untuk variabel acak berikut:
   a) X = skor pada dadu
   b) Y = 2 x skor pada dadu
   c) Z = kuadrat skor pada dadu
   d) $W = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$
   0 jika skor pada dadu merupakan faktor dari 6
   1 jika tidak

3. Dua koin dilempar. Jika X = jumlah kepala yang terlihat, tuliskan distribusi probabilitas untuk X.

4. a)

x	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	0.2	0.1	0.3	a	0.1

i) Find a. **ii)** Find $P(X \geq 2)$.

b)

x	−2	−1	0	1
$P(X = x)$	k	$2k$	$2k$	k

i) Find k. **ii)** Find $P(X \leq 0)$.

c)

x	5	6	8	9	12
$P(X = x)$	0.4	0.2	0.3	a	0.1

i) Find a. **ii)** Find $P(X \geq 9)$.

5.2 FUNGSI PROBABILITAS, *P(X)*

Anda dapat menulis distribusi probabilitas dari variabel acak diskrit sebagai diagram ruang kemungkinan- tabel nilai dengan probabilitas terkaitnya fungsi probabilitas - rumus p(x). Berikut contoh fungsi probabilitas:

$P(X = r) = kr \qquad r = 1, 2, 3, 4$

Artinya variabel acak X dapat mengambil nilai 1, 2, 3 atau 4 dengan probabilitas k, 2k, 3k dan 4k. Anda kemudian dapat membuat tabel yang menunjukkan semua probabilitas secara eksplisit:

r	1	2	3	4
Probability	0.1	0.2	0.3	0.4

Probabilitas total harus 1 Ketika Anda menjumlahkan ini, Anda mendapatkan 10k, jadi k 0,1.

Fungsi probabilitas seringkali memiliki konstanta yang tidak diketahui dalam ekspresinya, yang dapat ditemukan dengan menetapkan probabilitas total sama dengan 1.

Contoh 3

- $\Pr(X = r) = \left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^{r-1} \qquad r = 1, 2, 3, 4, \ldots.$

a) Tuliskan peluang bahwa X = 1, X = 2 dan X = 3.
b) Hitung peluangnya bahwa X ≥ 4.

Jawab:

a) - $\Pr(X = 1) = \left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^{0-1} = \frac{1}{6}$

- $\Pr(X = 2) = \left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^{1} = \frac{5}{36}$

- $\Pr(X = 3) = \left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^{2} = \frac{25}{216}$

b) $\Pr(X \geq 4) = 1 - \mathrm{P}(\mathrm{X} = 1,2,3) = 1 - \left(\frac{1}{6} + \frac{5}{36} + \frac{25}{216}\right) = \frac{125}{216}$

Contoh 4

Variabel acak X memiliki fungsi probabilitas

$$\mathrm{P}(X = k) = \begin{cases} \dfrac{k-1}{36} \text{ Untuk } k = 2,3,4,5,6,7 \\ \dfrac{13-k}{36} \text{Untuk } k = 8,9,10,11,12 \end{cases}$$

Temukan: a) P(X = 3) b) P(X < 5).

a) $\mathrm{P}(X = 3) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

b) $\mathrm{P}(X < 3) = \mathrm{P}(X = 2,3 \; atau \; 4) = \frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{3}{36} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

Fungsi probabilitas ini menggambarkan jumlah skor pada dua dadu yang adil.

Latihan 5.2

1. Manakah dari berikut ini yang bukan merupakan fungsi probabilitas dari variabel acak? Untuk yang bisa, temukan distribusi probabilitasnya.

   a) $P(X = r) = kr$ for $r = 1, 2, 3, 4, 5$

   b) $P(X = r) = \frac{k}{r}$ for $r = 1, 2, 3, 4$

   c) $P(X = r) = \frac{k}{r-1}$ for $r = 1, 2, 3, 4$

   d) $P(X = r) = \frac{k}{r+1}$ for $r = 1, 2, 3, 4$

2. Untuk setiap fungsi probabilitas 5101 berikut, tuliskan distribusi probabilitasnya

   a) $P(Z = z) = \frac{5-z}{10}$ for $z = 1, 2, 3, 4$

   b) $P(Y = y) = \frac{1}{5}$ for $y = 1, 2, 3, 4, 5$

   c) $P(W = w) = \begin{cases} k(w-1) & \text{for } w = 2, 3, 4, 5, 6, 7 \\ k(13-w) & \text{for } w = 8, 9, 10, 11, 12 \end{cases}$

   d) $P(H = r) = k(2r - 1)$ for $r = 1, 2, 3, 4$

3. X adalah variabel acak diskrit dengan fungsi probabilitas

   $P(X = x) = \frac{x}{15}$ for $x = 1, 2, 3, 4, 5.$

   A adalah kejadian X > 3 dan B adalah kejadian X < 4.
   Tentukan

   a) $P(A)$ **b)** $P(B)$ **c)** $P(A \cap B)$ **d)** $P(A|B)$ **e)** $P(B|A)$.

4. Z adalah variabel acak diskrit dengan fungsi probabilitas

   $P(Z = z) = \frac{k}{z}$ for $z = 1, 2, 3, 4.$

   a) Tunjukkan bahwa k = 0,48.
   b) Temukan

      i) $P(Z > 1)$ **ii)** $P(Z = 4 \mid Z > 1)$.

5. $P(Y = y) = cy^2\ untuk\ y = 1,2,3,4$
   Temukan nilai c dan temukan P(Y < 3).

5.3 EKSPEKTASI VARIABEL ACAK DISKRIT

Rata-rata atau nilai yang diharapkan dari distribusi probabilitas didefinisikan sebagai $\mu = E\ (X) = \sum x_i p_i$

Ini berarti bahwa kita: mengalikan setiap nilai dengan probabilitasnya dan menjumlahkan semua nilai yang mungkin dari variabel acak.

Ingat di Bagian 2.1 Anda menemukan rata-rata distribusi frekuensi — dan jika Anda menganggap probabilitas p sebagai frekuensi relatif dari nilai x, maka definisi ini sejajar dengan definisi sebelumnya:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{n} = \sum \left\{ x \left(\frac{f}{n} \right) \right\} = \sum px$$

Dalam Bagian 5.4 ekstensi serupa berlaku untuk perhitungan varians dan standar deviasi distribusi probabilitas.

Contoh 5

Anggota perpustakaan umum dapat meminjam hingga lima buku sekaligus. Banyaknya buku yang dipinjam oleh seorang anggota pada setiap kunjungan merupakan peubah acak, X, dengan distribusi probabilitas sebagai berikut:

X	0	1	2	3	4	5
Probability	0.24	0.12	0.14	0.30	0.05	0.15

Carilah rata-rata dari X.

E(X = (0 x 0.24) + (1 x 0.12) + (2 x 0.14) + (3 x 0.30) + (4 x 0.05) + (5 x 0.15) = 2.25

Kami mengalikan setiap nilai dengan probabilitasnya, dan menjumlahkannya.'Nilai yang diharapkan' tidak harus menjadi hasil yang mungkin.

Contoh 6

X adalah variabel acak diskrit dengan distribusi probabilitas

x	1	2	3	4
p	$5k$	$2k$	k	$2k$

Tunjukkan bahwa k= 0,1 dan hitung E(X).

$$5k + 2k + k + 2k = 10k = 1 \quad \Rightarrow \quad k = 0.1$$

Jadi

x	1	2	3	4
p	0.5	0.2	0.1	0.2

E(X = (1 x 0.5) + (2 x 0.2) + (3 x 0.1) + (4 x 0.2) = 2

Jumlah dari semua probabilitas akan sama dengan 1, sehingga kita dapat menggunakan ini untuk mencari nilai k. Sekarang setelah kita memiliki nilai untuk setiap probabilitas, kita dapat mencari rata-ratanya dengan menggunakan metode di atas.

Untuk menemukan E(X^2) - yang akan berguna di bagian selanjutnya - Anda dapat membuat daftar nilai X^2 dengan distribusi probabilitas X.

Jadi, untuk buku perpustakaan dari Contoh 5:

X^2	0	1	4	9	16	25
Probability	0.24	0.12	0.14	0.30	0.05	0.15

$$E(X^2) = \sum x_i^2 p_i$$

$$E(X^2) = (0 \times 0.24) + (1 \times 0.12) + (4 \times 0.14) + (9 \times 0.30) + (16 \times 0.05) + (25 \times 0.15) = 7.93$$

Contoh 7

X merupakan variabel acak diskrit dengan distribusi probabilitas

x	1	2	3	4
p	a	0.3	b	0.2

E(X) = 2,7. Carilah nilai a dan b

$a + 0.3 + b + 0.2 = 1$ dan $\mathrm{E(X)} = a + 0.6 + 3b + 0.8 = 2.7$

Jadi

$a + b = 0.5$

$a + 3b = 1.3$

Dan

$2b = 0.8$

$b = 0.4$

$a = 0.1$

Selesaikan kedua hasil sebagai persamaan simultan.

Latihan 5.3

1. Untuk distribusi probabilitas berikut, hitung ekspektasi dari X. a)

a)

x	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	0.2	0.1	0.2	0.3	0.2

b)

x	−2	−1	0	1	2
$P(X = x)$	0.2	0.3	0.1	0.3	0.1

c)

x	5	7	10	15	20
$P(X = x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

2. Untuk setiap fungsi probabilitas berikut, hitung rata-ratanya.

a) $P(Z = z) = \frac{5 - z}{10}$ for $z = 1, 2, 3, 4$.

b) $P(Y = y) = \frac{1}{5}$ for $y = 1, 2, 3, 4, 5$.

3. Jawablah pertanyaan berikut ini

a)

x	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0.3	0.2	0.1	a	0.1

i) Find a. ii) Find $E(X)$. iii) Find $E(X^2)$.

b)

x	5	6	8	12
$P(X=x)$	k	$2k$	$2k$	k

i) Find k. ii) Find $E(X)$. iii) Find $E(X^2)$.

4. Y adalah skor terbesar yang ditunjukkan saat dua dadu dilempar. Hitung E(Y).

5. X adalah fungsi distribusi probabilitas dan E(X) = 3.4.

x	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0.1	0.2	0.1	a	b

Temukan a dan b.

6. X adalah variabel acak dan E(X) = 7.4.

x	4	6	7	10	11
$P(X=x)$	0.2	a	0.3	b	0.2

Temukan a dan b. Temukan probabilitas bahwa X > E(X).

5.4 VARIAN DARI VARIABEL ACAK DISKRIT

Varian dari distribusi probabilitas didefinisikan sebagai $\mathrm{Var(X)} = \mathrm{E}[\{X - \mathrm{E}(X)\}^2]$

Versi alternatif (yang lebih mudah digunakan dalam praktik) adalah
$\mathrm{Var(X)} = \mathrm{E}(X^2) - \{\mathrm{E}(X)\}^2$
.$\mathrm{E}(X^2) = \sum px^2$

Artinya, kalikan semua nilai x2 dengan probabilitasnya, lalu temukan totalnya. Oleh karena itu
. $\mathrm{Var}(X) = \sum px^2 - (\sum px)^2$

Cara mudah untuk mengingat versi alternatifnya adalah:
Temukan rata-rata kuadrat, lalu kurangi kuadrat rata-rata.

Contoh 8

X adalah variabel acak dengan distribusi probabilitas

x	1	2	3	4
p	a	0.2	$3a$	0.2

a) Tentukan nilai a.
b) Hitung E(X) dan Var(X).

a) Karena $\sum p = 1$,
$4a + 0.4 = 1$ Maka $a = 0.15$

b) Dalam bentuk tabel:

x	p	px	px^2
1	0.15	0.15	0.15
2	0.2	0.4	0.8
3	0.45	1.35	4.05
4	0.2	0.8	3.2
		$\sum px = 2.7$	$\sum px^2 = 8.2$

$.\text{E(X)} = \sum px = 27$
$.\text{Var(X)} = \text{E}(X^2) - \{\text{E}(X)\}^2 = 8.2 - \ 2.7^2 = 0.91$

Var(X) = 0,91 memberikan ukuran seberapa tersebar nilai-nilai X.

Standar deviasi adalah akar kuadrat dari varians.
Jadi pada Contoh 8 adalah $\sqrt{0.91} = 0{,}954$.
Kita sering menggunakan simbol Yunani sebagai notasi untuk rata-rata populasi, varians dan standar deviasi:
$\text{E(X)} = \mu$
$\text{Var(X)} = \sigma^2$
Standar deviasi dari X = σ

Anda telah menemukan simbol untuk varians dan standar deviasi, masing-masing σ^2 dan σ, di Bab 2.

Contoh 9
X merupakan variabel acak dengan distribusi probabilitas

x	1	2	3	4
p	a	0.2	b	0.2

Jika E(X) = 2,6, hitung
a) nilai a dan b
b) Var(X) dan standar deviasi X.

a) Jumlah semua probabilitas sama dengan 1
$a + b + 0.4 = 1$
$a + b = 0.6$

Kita tahu bahwa rata-rata sama dengan jumlah nilai dikalikan dengan probabilitas.

$a + 0.4 + 3b + 0.8 = 2.6$

$a + 3b = 1.4$

jadi

$2b = 0.8$

$b = 0.4$

$a = 0.2$

Dengan menyelesaikan secara bersamaan.

b) Dalam bentuk tabel:

x	p	px	px^2
1	0.2	0.2	0.2
2	0.2	0.4	0.8
3	0.4	1.2	3.6
4	0.2	0.8	3.2
		$\sum px = 2.6$	$\sum px^2 = 7.8$

$\mathrm{Var(X)} = \mathrm{E}(X^2) - \{\mathrm{E(X)}\}^2 = 7.8 - 2.6^2 = 1.04$

Simpangan baku $= \sqrt{1.04} \approx 1.02$

Varians adalah kuadrat dari standar deviasi.

Latihan 5.4

1. Untuk setiap distribusi probabilitas, hitunglah E(X) dan Var(X). sebuah)

a)

x	5	6	7	8	9
$\mathrm{P}(X = x)$	0.1	0.2	0.3	0.3	0.1

b)

x	-2	-1	0	1	2
$\mathrm{P}(X = x)$	0.1	0.2	0.3	0.3	0.1

c)

x	1	2	3	4	5
$\mathrm{P}(X = x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

2. Untuk setiap fungsi probabilitas, hitung mean dan varians.

a) $\mathrm{P}(Z = z) = \frac{6 - z}{15} \quad z = 1, 2, 3, 4, 5$

b) $\mathrm{P}(Y = y) = \frac{1}{6} \quad y = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

c) $\mathrm{P}(W = w) = \begin{cases} k(w-1) & \text{for } w = 2, 3, 4, 5, 6, 7 \\ k(13 - w) & \text{for } w = 8, 9, 10, 11, 12 \end{cases}$

3.

a)

x	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0.2	0.2	0.2	a	0.1

i) Find a. ii) Find $E(X)$ and $Var(X)$.

b)

x	3	4	5	6
$P(X=x)$	k	$2k$	$2k$	k

i) Find k. ii) Find $E(X)$ and $Var(X)$.

4. Y adalah skor terkecil pada saat dua buah dadu dilempar. Hitung E(Y) dan Var(Y).

5. X adalah variabel acak dan E(X) = 3.7.

x	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0.1	0.2	0.1	a	b

Cari a, b dan Var(X).

6. X adalah variabel acak dan E(X) = 5.7.

x	1	2	4	8	16
$P(X=x)$	0.1	a	0.3	b	0.1

Cari a, b dan Var(X).

Latihan rangkuman 5

1. Variabel acak X memiliki fungsi probabilitas

$$P(X=x) = \frac{k}{x} \qquad x = 1,2,3,4,$$

a) Tunjukkan bahwa k = $\frac{12}{25}$

Temukan

b) P(X < 3)

c) E(X).

2. Variabel acak X memiliki fungsi probabilitas

$$P(X=x) = \begin{cases} kx & untuk\ x = 3,4,5 \\ k(11-x) & untuk\ x = 6,7,8 \end{cases}$$

di mana k adalah konstanta.

a) Tunjukkan bahwa k = $\frac{1}{24}$

b) Tentukan nilai eksak dari E(X).

c) Temukan Var(X).

3. Variabel acak diskrit X memiliki distribusi probabilitas yang ditunjukkan pada tabel.

x	8	10	15
$P(X=x)$	0.4	a	$0.6-a$

a) Diketahui E(X) = 10.2, tentukan a.
b) Temukan Var(X).
c) Cari P(X< μ — a).

4. Sebuah dadu berisi dilempar. Untuk setiap pernyataan berikut, nyatakan apakah peubah acak merupakan distribusi seragam diskrit.
X = Berapa kali dadu dilempar sampai angka enam.
Y = Skor yang terlihat pada sisi atas saat dadu dilempar.
Z = 7 — skor yang ditampilkan di sisi atas saat dadu digulirkan.
Distribusi diskrit yang seragam mengambil semua nilai dalam ruang hasil dengan probabilitas yang sama.

5. Sebuah variabel acak diskrit X memiliki distribusi probabilitas yang ditunjukkan pada tabel di bawah ini

x	6	7	8	9
$P(X = x)$	0.1	0.2	0.3	0.4

Temukan:
a) P(*X=8*)
b) E(*X*)
c) Var(*X*)
d) E(*5-2x*)
e) Var(*5-2X*)

6. a) Seorang pelanggan tetap di sebuah toko mengamati bahwa jumlah pelanggan, X, di sebuah toko ketika dia masuk memiliki distribusi probabilitas sebagai berikut.

No. of customers	0	1	2	3	4
Probability	0.1	0.25	0.3	0.25	0.1

i) Cari mean dan standar deviasi dari X.
Pelanggan yang sama juga mengamati bahwa waktu tunggu rata-rata, Y, sebelum dilayani adalah sebagai berikut:

No. of customers	0	1	2	3	4
Average wait (minutes)	0	2	5	8	11

ii) Temukan waktu tunggu rata-rata.
b) Pelanggan memutuskan bahwa, di masa mendatang, jika ada lebih dari dua pelanggan yang menunggu saat dia tiba, dia akan pergi dan kembali di lain hari. Pada kunjungan kembali, dia akan tetap tinggal berapa pun panjangnya antrian.
i) Berapa peluang dia meninggalkan toko tanpa menunggu kunjungan pertamanya?

ii) Berapa peluang bahwa ada lebih banyak pelanggan di toko ketika dia kembali untuk kunjungan kedua, setelah dia pergi tanpa menunggu?

7. Variabel acak X memiliki distribusi probabilitas

x	7	8	9	10	11
$P(X = x)$	0.2	a	0.3	0.1	b

   a) Diketahui E(X) = 9,05, tuliskan dua persamaan yang melibatkan a dan b. Tentukan
   b) nilai a dan nilai b
   c) Var(X).

8. Variabel acak X memiliki fungsi probabilitas
   .$P(X = x) = \frac{11-2x}{25} \quad x = 1,2,3,4,5.$
   Temukan
   a) Buat tabel distribusi probabilitas dari X.
   b) P(2 < X < 5)
   c) E(X) d) Var(X).

9. Variabel acak X memiliki distribusi probabilitas kumulatif

x	10	12	15	16	18	20	24	25
$P(X \leq x)$	0.1	0.3	0.35	0.4	0.6	0.7	0.9	1

   Tentukan
   a) distribusi probabilitas dari X
   b) E(X)
   c) Var(X).

10. Variabel acak diskrit X memiliki fungsi probabilitas
   .$P(X = x) = kx^2 \quad x = 1,2,3,4.$
   di mana k adalah konstanta positif.
   a) Tunjukkan bahwa k = 30
   b) Tentukan E(X) dan tunjukkan bahwa E(X2) = 11,8.
   c) Temukan Var(X).

11. Penasihat keuangan independen merekomendasikan investasi dalam tujuh opsi yang diperdagangkan. Angka dari mana klien mendapat untung dapat dimodelkan oleh variabel acak diskrit X dengan fungsi probabilitas
   .$P(X = x) = kx \quad x = 0,1,2,3,4,5,6,7.$
   di mana k adalah konstanta.
   a) Carilah nilai k.
   b) Temukan E(X) dan Var(X).

12. Total investasi adalah Rp. 400.000.000 dan pengembalian setiap opsi yang berhasil adalah Rp. 15.000.000. Buatlah distribusi probabilitas baru yang menunjukkan untung dan rugi daripada jumlah opsi yang berhasil.
    a) Temukan probabilitas bahwa klien mengalami kerugian secara keseluruhan
    b) Temukan rata-rata dan varians dari keuntungan yang diperoleh klien.

13. Sebuah dadu yang adil memiliki angka 1, 2, 2, 3, 3, 3 pada enam sisinya. Dadu dilempar dua kali dan X adalah jumlah dari kedua nilai tersebut.
    i) Buatlah tabel yang menunjukkan distribusi probabilitas dari X.
    ii) Hitung E(X) dan Var(X).
    iii) Temukan probabilitas bahwa X lebih dari satu standar deviasi jauhnya dari rata-rata.

14. Sekelompok kartu berwarna memiliki 3 kartu merah, 3 hijau, dan 4 biru. Marcus memilih 2 kartu secara acak tanpa pengembalian.
    i) Buat tabel distribusi probabilitas untuk jumlah kartu hijau yang dipilih Marcus.
    ii) Hitung rata-rata jumlah kartu hijau yang dipilih Marcus.

Ringkasan Bab

- Sebuah variabel acak adalah kuantitas yang dapat mengambil nilai apapun yang ditentukan oleh hasil dari peristiwa acak.
- X adalah variabel acak diskrit jika X memiliki nilai x_1, x_2, x_3, ..., dan $P(X = x_i) = p_i$. di mana semua $p_i \geq 0$ dan $\sum \mathrm{pi} = 1$.
- Sebuah fungsi probabilitas akan sering memiliki konstanta yang tidak diketahui dalam ekspresinya, yang dapat ditemukan dengan menetapkan probabilitas total sama dengan 1.
- Nilai rata-rata atau harapan dari distribusi probabilitas didefinisikan sebagai $\mu = \mathrm{E}(X) = \sum x_1 p_1$
- Varian dari distribusi probabilitas didefinisikan sebagai $\mathrm{Var}(X) = E[\{X - \mathrm{E}(X)\}^2]$ Versi alternatifnya (yang lebih mudah digunakan dalam praktik) adalah $\mathrm{Var}(X) = \mathrm{E}(X^2) - \{\mathrm{E}(X)\}^2$
- Standar deviasi adalah akar kuadrat dari varians.

BAB 6
PERMUTASI DAN KOMBINASI

Campanology adalah seni membunyikan lonceng - biasanya lonceng gereja. Lonceng ini sangat berat dan setiap lonceng membutuhkan seseorang untuk mengayunkannya. Kelembaman lonceng sangat besar sehingga pendering hanya memiliki kemampuan terbatas untuk memajukan atau memperlambat lonceng mereka dalam urutan yang dibunyikan. Dalam kebanyakan kasus, jumlah lonceng terbatas (enam umum) sehingga jumlah yang tersedia catatan terbatas, serta kemampuan untuk mengubah urutan. Studi tentang permutasi telah menonjol dalam evolusi dering lonceng sejak abad ketujuh belas. 'Sejauh' adalah urutan di mana semua permutasi yang mungkin dari n lonceng di menara telah dibunyikan masing-masing tepat satu kali. Dengan enam lonceng, perpanjangan akan memakan waktu sekitar setengah jam, tetapi waktu yang dibutuhkan untuk perpanjangan bertambah sangat cepat karena jumlah lonceng bertambah - dengan delapan lonceng akan memakan waktu hampir sehari semalam penuh. Pada saat ada 12 lonceng, itu berarti sekitar 30 tahun!

Gambar 6.1 lonceng 12 yang menandakan waktu

Tujuan

- Memahami istilah permutasi dan kombinasi, dan memecahkan masalah sederhana yang melibatkan pemilihan.
- Memecahkan masalah tentang pengaturan objek dalam satu baris, termasuk yang melibatkan:
    - pengulangan (mis. jumlah cara menyusun huruf dari kata 'NEEDLESS')
    - pembatasan (mis. jumlah cara beberapa orang dapat berdiri dalam satu baris jika dua orang tertentu harus - atau tidak boleh - berdiri berdampingan).
- Mengevaluasi probabilitas dengan perhitungan menggunakan permutasi dan kombinasi.

Catatan:

Anda harus mengetahui cara:

1. Membuat daftar kemungkinan hasil dalam situasi tertentu, mis. Tiga koin dilempar. Daftar hasil yang mungkin.
   HHH, HHT, HTH, HTT, THH, Tar, TTH, TTT

Pemeriksaan keterampilan:

1. Dua koin dilempar. Daftar hasil yang mungkin.
2. Sebuah koin dilempar dan sebuah dadu dilempar. Daftar hasil yang mungkin.

6.1 PERMUTASI DARI N OBJEK BERBEDA DALAM SEBUAH GARIS

Jika kita ingin mengetahui berapa banyak cara dua benda dapat disusun, mudah untuk melihat bahwa ada dua kemungkinan urutan - dalam bentuk AB dan BA. Jika kita memiliki tiga objek, kita dapat berargumen bahwa ada tiga cara untuk menempatkan objek pertama. Kami kemudian memiliki dua objek yang tersisa untuk ditempatkan secara berurutan, dan kami sudah tahu bahwa itu dapat dilakukan dengan dua cara, yang memberi kami total enam kemungkinan pesanan. Kita dapat membuat daftar enam permutasi ini dengan mudah, namun ketika kita memiliki jumlah pesanan yang lebih banyak, itu menjadi lebih memakan waktu. Penalaran yang digunakan di atas (dikenal sebagai penalaran induktif) sangat kuat dan lebih cepat - kami akan segera menggunakannya untuk menggeneralisasi hasil ini guna memberikan ekspresi untuk jumlah pesanan objek yang berbeda. Jika kita menerapkan penalaran yang sama pada contoh pertama, di mana kita hanya memiliki dua objek, kita dapat mengatakan bahwa kita memiliki dua cara untuk memasukkan huruf pertama dari barisan dan kemudian hanya satu cara untuk memasukkan huruf yang tersisa sehingga jumlah permutasi dua benda berbeda adalah 2 x 1 = 2.

A	B	C
A	C	B
B	A	C
B	C	A
C	A	B
C	B	A

Untuk masing-masing dari tiga huruf awal, dua huruf yang tersisa adalah yang pertama dalam urutan abjad dan kemudian dalam urutan terbalik. Jumlah permutasi dari tiga objek berbeda kemudian 3 x (2 x 1) = 6. Penalaran induktif sekarang mari kita berargumen bahwa jumlah permutasi dari empat objek berbeda dalam satu baris adalah 4 x 6 = 24, seperti yang dapat kita masukkan objek pertama dalam empat cara, dan kita tahu tiga lainnya kemudian dapat diatur dalam enam cara dalam setiap kasus. Untuk n kecil, menuliskannya secara lengkap cukup sederhana, tetapi butuh waktu lama sehingga matematikawan memperkenalkan notasi yang disebut faktorial untuk mempersingkatnya:

Inilah mengapa Anda mengalikan 4 dengan 6. Jadi hasilnya adalah 4 x(3x(2 x1))=24.

n! = n(n - 1)(n - 2)... 3.2.1,
di mana ini adalah bilangan bulat positif. Untuk alasan yang akan segera menjadi jelas, akan lebih mudah untuk mendefinisikan 0! =1.

Banyaknya cara menyusun n benda berlainan dalam suatu garis adalah n!

Kita membaca ini sebagai 'n faktorial'.

Anda harus mengetahui beberapa faktorial pertama (1, 2, 6, 24) dan kalkulator Anda akan memberikan yang lainnya. Namun, karena angka tumbuh begitu cepat, kalkulator akan menampilkannya dalam bentuk standar setelah tidak memiliki cukup ruang untuk menampilkan angka secara penuh - misalnya kalkulator biasanya menunjukkan 13! sebagai 6 227 020 800 dan 14! sebagai 8,717829 12 x 10^{10}.

Perhatikan bahwa jika Anda membagi faktorial besar dengan yang lebih kecil, Anda dapat menghapus banyak suku:

$6! = 6 \text{ x } 5 \text{ x } 4 \text{ x } 3 \text{ x } 2 \text{ x } 1$

$\quad = 6 \text{ x } 5 \text{ x } 4!$, jadi

$\frac{6!}{4!} = 6 \text{ x } 5 = 30$

Anda akan menemukan ini berguna nanti di bab ini.

Contoh 1

a) Berapa banyak cara lima orang dapat duduk pada deretan lima kursi?
b) Sebuah perlombaan memiliki empat pelari. Berapa banyak pesanan yang dapat mereka selesaikan jika semuanya selesai pada waktu yang berbeda?
c) Berapa banyak cara menyusun huruf-huruf dari kata CAMBRIDGE?

Jawab

a) 5! = 120
b) 4! = 24
c) 9! = 362880

Tidak masalah apakah itu orang atau surat yang harus dia atur — untuk semua ini, itu mengatur n 'objek' yang berbeda dalam satu baris.

Latihan 6.1

1. Hitung

   a) 6! b)3! c)12!

2. Hitung

   a) $\frac{7!}{6!}$ b) $\frac{5!}{3!}$ c) $\frac{8!}{8!}$

3. Berapa banyak susunan huruf dari kata TAHUN?
4. Ada delapan atlet dalam suatu perlombaan. Asumsikan mereka semua menyelesaikan perlombaan dan mereka semua selesai pada waktu yang berbeda, berapa banyak hasil perlombaan yang mungkin?

5. Satu set delapan kartu masing-masing memiliki warna yang berbeda. Kartu-kartu tersebut dikocok secara acak dan kemudian ditata dalam satu baris. Berapa banyak susunan berbeda yang mungkin?

6. Berapa banyak bilangan berbeda yang dapat dibuat dengan menggunakan masing-masing angka 1 sampai 5 masing-masing tepat satu kali?

7. Berapa banyak susunan huruf dari kata MATEMATIKA?

8. Dalam berapa cara sepuluh orang dapat duduk pada deretan sepuluh kursi?

6.2 PERMUTASI K OBJEK DARI N OBJEK BERBEDA DALAM SATU BARIS

Sementara dalam beberapa konteks urutan penuh objek mungkin menarik, seringkali tidak semua objek akan dibutuhkan. Misalnya dalam kompetisi mungkin ada medali untuk tiga tempat pertama dan urutannya hanya penting untuk beberapa tempat pertama.

Contoh 2

Dalam perlombaan dengan delapan peserta, berapa banyak cara medali emas, perak, dan perunggu dapat diberikan?

8 x 7 x 6 = 336

Emas bisa salah satu dari 8, lalu perak salah satu dari 7 sisanya dan perunggu salah satu dari 6. Kami berbicara tentang permutasi 3 dari 8 item berbeda untuk menjelaskan hal di atas, dan rumus umumnya adalah:

Jumlah permutasi k objek dari n objek berbeda dalam satu baris diberikan oleh ${}^{n}P_{k} = \frac{n!}{(n-k)!}$

Yang pertama bisa salah satu dari n, lalu yang berikutnya dari n-1 dan seterusnya sampai kth bisa salah satu dari n-k+ 1- yang bisa diekspresikan dengan rapi seperti ini menggunakan faktorial.

Kalkulator akan memiliki kombinasi tombol fungsi untuk ${}^{n}P_{i}$ atau Anda dapat menghitungnya menggunakan faktorial (atau dengan membatalkan jika k mendekati

Matematikawan mendefinisikan 0! menjadi 1.

Banyaknya permutasi dari 8 objek dari 8 adalah 8!, tetapi menggunakan rumus di atas akan menjadi ${}^{n}P_{8} = \frac{8!}{0!}$ yang hanya akan sama dengan 8! jika 0! mengambil nilai 1.

Latihan 6.2

1. Hitung, tanpa menggunakan kalkulator

   a) $\frac{8!}{7!}$ **b)** $\frac{15!}{13!}$ **c)** $\frac{120!}{119!}$ **d)** $\frac{6!}{3!}$

2. Gunakan kalkulator Anda untuk menghitung:

   a) $\frac{18!}{12!}$ **b)** ${}^{15}P_{12}$

   Ini sangat mirip dengan mendefinisikan x^0 sama dengan 1 untuk setiap $x \neq 0$, yang berarti bahwa hukum indeks $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$ berlaku saat m = n di mana ruas kiri sama dengan 1 karena bagian atas dan bawah pecahan adalah sama (dan bukan 0).

3. Alur banyak pengaturan lima huruf yang berbeda dapat dibuat menggunakan huruf-huruf di CAMBRIDGE.

4. Berapa banyak bilangan berbeda yang terdiri dari empat angka yang dapat dibuat dari angka 1 sampai 9 paling banyak satu kali?

5. Sepuluh orang laki-laki berada di ruang tunggu dokter yang memiliki deretan delapan kursi. Berapa banyak susunan yang berbeda bagi laki-laki yang duduk di kursi?

6. Ada delapan atlet dalam suatu perlombaan. Asumsikan mereka semua menyelesaikan perlombaan dan setiap atlet menyelesaikan pada waktu yang berbeda, berapa banyak hasil dari lima finisher teratas yang mungkin?

7. Satu set delapan kartu masing-masing memiliki warna yang berbeda. mereka dikocok secara acak dan kemudian tiga di antaranya disusun dalam satu baris. Berapa banyak susunan berbeda yang mungkin?

8. Seorang kandidat dalam ujian harus menjawab empat pertanyaan dari enam pilihan, dan dapat menjawabnya dalam urutan apa pun. Berapa banyak urutan yang berbeda yang dapat diisi oleh kandidat dengan jawabannya?

6.3 MENGIZINKAN KENDALA PADA PERMUTASI (UNTUK N OBJEK BERBEDA)

Seringkali ada kendala ditempatkan pada permutasi membutuhkan sesuatu terjadi (atau tidak terjadi).

Contoh 3

Disini ada enam orang termasuk sepasang suami istri, dan satu deret enam kursi. Berapa banyak cara mereka dapat duduk jika suami dan istri i) duduk bersama dan ii) tidak duduk bersama?

Pikirkan pasangan suami istri sebagai satu 'objek' — jadi ada lima objek yang harus diurutkan. Namun untuk setiap posisi pasangan yang bisa tampil, ada dua urutan untuk suami dan istri.

i) 2 x 5! = 240
ii) 6! 720
   2 x 5! = 240
   720 – 240 = 480

Ada 6! cara enam orang bisa duduk tanpa kendala.
Dari 6 ini! permutasi, 2 x 5! minta pasangan yang sudah menikah duduk bersama.
Jadi dalam kasus lainnya mereka tidak duduk bersama.

Anda biasanya tidak akan diminta untuk menghitung keduanya - tetapi jika Anda diminta bagian (ii) Anda akan disarankan untuk menemukan berapa kali mereka bersama karena mencoba mencari cara untuk menghitung seberapa sering mereka berpisah secara langsung adalah sangat sulit.

Bagian yang sulit dari masalah ini adalah mengidentifikasi bagaimana menempatkan objek atau memilih objek untuk memenuhi kendala yang diberikan.

Coba pikirkan proses fisik untuk menetapkan objek ke posisi — seperti yang dijelaskan dalam kotak komentar putih di atas — sebelum melihat angkanya.

Contoh 4
Delapan buku disusun di rak buku. Tiga dari buku-buku itu ditulis oleh penulis yang sama. Berapa banyak cara buku-buku dapat disusun di rak buku jika buku-buku dari penulis yang sama harus tetap bersama?
3! x 6! = 6 x 720 = 4320

Perhatikan bahwa Anda mengalikan 6 dengan 720 karena Anda mendapatkan 6 cara untuk setiap satu dari 720 pesanan yang telah Anda identifikasi.

Pertama-tama perlakukan 3 buku oleh penulis yang sama sebagai satu 'objek' —dan atur 6 objek di rak buku. Kemudian untuk masing-masing susunan tersebut, ada 3! = 6 urutan di mana 3 buku dari penulis yang sama dapat disusun.

Contoh 5
Berapa banyak huruf dari kata NEPAL yang dapat dia susun sehingga tidak ada huruf vokal di kedua ujungnya?
3x2x3! = 36 cara.

Kita perlu menempatkan konsonan di tempat pertama (3 cara); kemudian konsonan di tempat terakhir (2 cara) dan kemudian isi 3 spasi yang tersisa dengan 3 huruf yang tersisa (3! cara).

Contoh 6

Berapa banyak bilangan genap lima digit yang lebih besar dari 40.000 yang dapat disusun menggunakan angka 1 sampai 5 masing-masing tepat satu kali?

(1 x 3!) + (1 x 2 x 3!) = 6 + 12 = 18.

Di sini kita perlu mempertimbangkan dua kasus secara terpisah. Pertama kita perlu mempertimbangkan mulai dengan 4 dan dengan 5 secara terpisah, karena ketika angka dimulai dengan 4 maka harus diakhiri dengan 2 menjadi genap, jadi ada 3! cara memasukkan 1, 3 dan 5. Jika dimulai dengan 5 maka ada pilihan 2 digit (2 atau 4) untuk diakhiri, lalu anda harus memasukkan 3 digit lainnya.

Latihan 6.3

1. Sekelompok enam orang terdiri dari dua pria. Berapa banyak cara dia dapat duduk dalam deretan enam kursi sehingga kedua pria itu duduk berdampingan?

2. Sekelompok delapan orang terdiri dari dua pasangan suami istri. Berapa banyak cara mereka dapat duduk pada deretan delapan kursi jika
   a) tidak ada batasan
   b) masing-masing pasangan suami istri duduk di samping pasangannya?

3. Sepuluh buku harus disusun di rak buku. Tiga di antaranya adalah puisi. Dalam berapa cara mereka dapat disusun pada rak buku jika a) ketiga buku puisi harus disatukan b) buku puisi adalah koleksi Jilid I, II dan III dan harus muncul secara berurutan?

4. Berapa banyak susunan lima huruf yang dimulai dengan konsonan yang dapat dibuat dari huruf-huruf kata MATEMATIKA?

5. Berapa banyak susunan lima huruf yang diakhiri dengan huruf vokal yang dapat dibuat dari huruf-huruf kata MATEMATIKA?

6. Berapa banyak bilangan ganjil lima angka lebih besar dari 30.000 yang dapat disusun dari angka 1 sampai 5?

7. Lima angka 1, 2, 3, 4, 5 dapat disusun menjadi banyak angka lima angka yang berbeda.
   a) Berapa banyak bilangan lima digit berbeda yang ganjil?
   b) Berapa banyak dari mereka yang dimulai dengan 4?

8. Izzy memiliki 14 CD berbeda, tiga di antaranya soundtrack film, lima jazz, dan enam klasik. Berapa banyak susunan yang berbeda dari 14 CD jika
   a) CD klasik disimpan berdampingan
   b) CD dari masing-masing jenis disimpan bersama?

9. Seorang penyanyi memiliki tujuh lagu dalam set yang akan dibawakannya. Tiga di antaranya adalah balada yang harus dibawakan bersama-sama di akhir set. Berapa banyak aransemen lagu yang berbeda yang dapat dia miliki?

6.4 PERMUTASI KETIKA BEBERAPA OBJEK TIDAK DAPAT DIBEDAKAN

Jika kita ingin menyusun huruf-huruf MATEMATIKA, semua hurufnya berbeda dan kita tahu ada 5! cara untuk melakukan ini. Berapa banyak cara menyusun huruf-huruf STATS yang huruf-hurufnya tidak berbeda semua?

Ini jauh lebih mudah daripada yang terlihat jika kita bernalar sebagai berikut: misalkan semua huruf dapat dibedakan (anggap saja sebagai $S_1T_1AT_2S_2$. Maka kita tahu bahwa ada 5! permutasi yang mungkin. Di antaranya, Ts muncul sebagai T1 diikuti oleh T2 dan juga sebagai T2 diikuti dengan T1. Jadi kita dapat membagi jumlah pesanan (5!) dengan 2! — jumlah pesanan dari dua T yang identik. Kita kemudian dapat melakukan hal yang sama di tempat munculnya dua huruf S, dan membagi lagi dengan 2 !, jadi akan ada — 30 cara menyusun huruf $\frac{5!}{2!2!}$ dari STATS.

Banyaknya permutasi dari n objek, p identik satu sama lain, q sisanya identik satu sama lain, dan seterusnya (dengan p + q + … = n, dan nilai p, q dst bisa 1) diberikan oleh $\frac{n!}{p!q!r!s!}$

Contoh 7

Tentukan banyaknya permutasi berbeda dari huruf-huruf dari kata-kata

a) OXFORD
b) MISSISSIPPI

Jawab

a) 2 = 360
b) 4!4!2! — 34 650

Di sini ada enam huruf dengan dua yang sama.
Disini ada 11 huruf sekaligus dengan 4, 4, 2 dan 1 dari I, S, P dan M berturut-turut.

Latihan 6.4

1. Temukan banyaknya permutasi berbeda dari huruf-huruf dari kata-kata
   a) TRINIDAD
   b) TOBAGO.

2. Temukan jumlah permutasi yang berbeda dari huruf-huruf dari kata-kata
   a) MEMBANTU
   b) HINDER.

3. Angka 3, 3, 3, 5, 6, 6, 7, dan 7 digunakan untuk membuat kode delapan digit. Berapa banyak kode berbeda yang ada?

4. Kode delapan digit lainnya terdiri dari tiga 'Vs dan lima Vs. Berapa banyak kode berbeda yang ada?

5. Kode 16 digit terdiri dari dua blok delapan. Yang pertama berisi dua T dan enam '0' dan yang kedua berisi empat 'l' dan empat 'O'. Berapa banyak kode berbeda yang ada?

6. Kode 16 digit lainnya berisi enam T dan sepuluh V. Berapa banyak kode berbeda yang ada?

7. Terdapat sepuluh tempat parkir sepeda di sebuah sekolah. Ada enam sepeda pada hari tertentu. Berapa banyak cara untuk menempatkan enam sepeda ini ke dalam sepuluh ruang jika
   a) tidak ada batasan
   b) empat ruang kosong harus berdampingan?

6.5 KOMBINASI

Dalam banyak kasus, urutan pemilihan penting (seperti yang telah dibahas pada bagian sebelumnya), tetapi dalam kasus lain urutan pemilihan tidak menjadi masalah. Ketika urutan pemilihan tidak menjadi masalah, kami mengacu pada jumlah kombinasi - atau jumlah cara untuk memilih k objek dari n.

Banyaknya cara untuk memilih k dari ti objek berbeda adalah ${}^{n}C_{k} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ Anda dapat melihat mengapa ini terjadi dengan mempertimbangkan permutasi k dari n objek berbeda, yang mana n! adalah ${}^{n}P_{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ tapi sekarang masing-masing kelompok dari k objek yang dipilih akan muncul di k! perintah yang berbeda, memberi $\frac{\frac{n!}{(n-k)!}}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ sebagai jumlah pilihan k objek dari n.

Contoh 8

Panitia yang terdiri dari lima orang akan dipilih dari delapan sukarelawan. Berapa banyak komite berbeda yang mungkin?

$$\binom{8}{5} = \frac{8!}{5!\,3!} = 56$$

Memilih lima dari delapan tanpa batasan selalu $\binom{8}{5}$ merupakan cara terbaik.

Contoh 9

Panitia yang terdiri dari lima orang harus dipilih dari tujuh laki-laki dan enam perempuan. Berapa banyak panitia berbeda yang mungkin terdiri dari tiga pria dan dua wanita?

$\binom{7}{3} \text{x} \binom{6}{2} = 35 \text{ x } 15 = 525$

Kami harus memilih tiga dari tujuh pria dan dua dari enam wanita.
Catatan: Ini harus dikalikan karena setiap kelompok laki-laki dapat dicocokkan dengan salah satu dari 15 kemungkinan kombinasi perempuan di panitia.
Permutasi dan kombinasi

Contoh 10

Panitia yang terdiri dari lima orang harus dipilih dari tujuh laki-laki dan enam perempuan. Berapa banyak komite yang berbeda akan memiliki mayoritas laki-laki?

$\binom{7}{3} \text{x} \binom{6}{2} + \binom{7}{4} \text{x} \binom{6}{1} + \binom{7}{5} \text{x} \binom{6}{0} = (35\text{x}15) + (35x6) + (21\text{x}1) = 525 + 210 + 21 = 756$

Seperti pada Contoh 9, mereka perlu mempertimbangkan susunan komite yang berbeda secara terpisah. 3,4 atau 5 orang akan memberikan mayoritas. Masing-masing kasus tersebut dihitung dengan cara yang mirip dengan Contoh 9.

Contoh 11

Sekelompok enam wanita dan empat pria akan mendengarkan presentasi. Kursi diatur dalam dua baris lima. Dalam berapa cara mereka dapat duduk sehingga terdapat mayoritas wanita pada setiap baris?

Jika Anda memilih 3 wanita dan 2 pria untuk duduk di barisan depan maka akan ada juga 3 wanita dan 2 pria di baris kedua. Kemudian untuk masing-masing pilihan orang dalam barisan tersebut, 5 orang dalam barisan tersebut dapat disusun menjadi 5! =120 cara (untuk setiap baris). Memilih 3 perempuan (dari 6) dan 2 laki-laki (dari 4) dapat dilakukan dalam ${}^{6}C_{3}$ x ${}^{4}C_{2}$,= 20 x 6 =120 cara, jadi semuanya ada 120 x 120 x 120 cara atau 1728 000 kemungkinan cara duduk kelompok tersebut.

Contoh 12

Sebuah panitia yang terdiri dari lima orang akan dipilih dari delapan sukarelawan, termasuk seorang suami dan istri. Berapa banyak panitia berbeda yang mungkin tidak termasuk suami dan istri?

$\binom{8}{5} \text{x} \binom{6}{3} = 56 - 20 = 36$

Kita tahu memilih lima dari delapan tanpa batasan adalah $\binom{8}{5}$ dan jika keduanya dimasukkan maka ada enam orang lainnya untuk memilih tiga anggota komite yang tersisa.

Contoh 13

Panitia yang terdiri dari lima orang harus dipilih dari delapan sukarelawan, termasuk seorang suami dan istri. Jika anggota panitia dipilih secara acak, berapa peluang panitia terdiri dari suami dan istri?

$\frac{20}{56} = \frac{5}{14}$

Dalam Contoh 12 kita melihat bahwa ada 56 komite yang mungkin, 20 di antaranya termasuk suami dan istri.

Probabilitas terpilihnya suatu pilihan yang memenuhi kondisi tertentu adalah rasio jumlah kemungkinan yang memenuhi kondisi tersebut terhadap jumlah total kemungkinan.

Latihan 6.5

1. Dalam sebuah kelas yang terdiri dari 30 siswa, empat dipilih secara acak untuk menghadiri presentasi oleh seorang pembicara tamu. Berapa banyak pilihan berbeda yang mungkin?

2. Lima kartu akan dipilih secara acak dari 20 kartu yang berbeda. Dalam berapa cara hal ini dapat dilakukan?

3. a) Tunjukkan (secara aljabar) bahwa memilih r objek dari n objek berbeda memberikan jumlah pilihan yang sama dengan memilih (n-r) objek dari n.
   b) Jelaskan mengapa (dalam istilah praktis) harus ada jumlah kemungkinan pemilihan yang sama dalam dua kasus ini.

4. Empat huruf dipilih secara acak dari abjad Inggris. Berapa banyak pilihan yang mungkin ada jika
   a) tidak ada Batasan
   b) paling sedikit harus ada satu vokal?

5. Otoritas pengujian narkoba tiba di perlombaan sepeda untuk menguji 20% pembalap. Ada 25 pembalap, dan yang akan diuji dipilih secara acak. Berapa banyak kemungkinan kombinasi pengendara yang dapat diuji?

6. Sebuah strategi baru akan diadopsi oleh otoritas pengujian obat sehingga mereka selalu menguji pemenang dan runner up dalam sebuah perlombaan dan kemudian memilih 20% sampel sisanya secara acak. Pada balapan dengan 25 pembalap, berapa kemungkinan kombinasi pembalap yang akan diuji? Berikan alasan mengapa strategi baru disarankan.

Catatan akhir: banyak konteks melibatkan campuran permutasi dan kombinasi. Kuncinya adalah memiliki gagasan yang jelas tentang bagaimana proses itu dilakukan, termasuk apakah urutan itu penting dalam setiap bagian dari proses itu. Perlu juga dicatat bahwa seringkali ada lebih dari satu strategi untuk mengidentifikasi semua kemungkinan - tetapi jika benar maka mereka akan memberikan jumlah kemungkinan yang sama pada akhirnya.

Contoh 14

Carilah banyaknya cara menyusun lima wanita dan tiga pria dalam satu baris sehingga tidak ada dua pria yang berdiri bersama di suatu baris. Jika Anda mengatur lima wanita secara berurutan (5! cara untuk melakukan ini) dan menyisakan ruang di antara setiap pasangan wanita, dengan spasi di setiap ujungnya, maka ada 6 ruang di mana seorang pria dapat ditempatkan dan memenuhi kondisi yang dipersyaratkan.

Strategi 1:

Pilih 3 dari 6 ruang $\binom{6}{3} = 20\ Cara$ dan kemudian atur 3 orang dalam 3 ruang 3, (3! cara untuk melakukannya). Ini memberikan total 5! x 20 x 6 cara mengatur kelompok tanpa laki-laki berdiri bersama.

Strategi 2:

Tempatkan orang pertama di salah satu dari enam ruang, kemudian orang kedua di salah satu dari 5 ruang yang tersisa dan orang terakhir dapat pergi ke salah satu dari 4 ruang, yang juga menghasilkan 5! x 6 x 5 x 4 cara.

6.6 EVALUASI PERHITUNGAN PROBABILITAS DENGAN PERMUTASI ATAU KOMBINASI

Dalam bab ini, sejauh ini kita telah berkonsentrasi pada perhitungan banyaknya cara terjadinya suatu peristiwa. Anda akan sering diminta untuk menggunakan prinsip-prinsip ini untuk menghitung probabilitas melihat peristiwa tertentu, yang dapat dihitung sebagai rasio jumlah hasil yang memenuhi peristiwa tersebut terhadap jumlah total hasil.

Contoh 15

Lima pria dan tiga wanita disusun secara acak. Berapa peluang bahwa tidak ada dua wanita yang berdiri bersama di suatu barisan?

Ini adalah versi probabilitas dari Contoh 14.

Dalam Contoh 14 jumlah cara terjadinya kondisi terbatas ini adalah 5! x20 x 6. Menempatkan 8 orang dalam satu baris tanpa batasan dapat dilakukan dalam 8! cara sehingga probabilitas yang diperlukan adalah rasio dari dua hitungan ini:

P (bukan dua wanita yang berdiri bersama di mana saja dalam barisan) $= \frac{5! \text{x } 20 \text{ x } 6}{8!} = \frac{5}{14}$

Latihan 6.6

1. Tiga huruf dipilih secara acak dari kata STUDI. Berapa probabilitas pemilihan tidak mengandung vokal?

2. Empat huruf dipilih secara acak dari huruf-huruf dalam kata CAMBRIDGE. Berapa probabilitas pemilihan tidak mengandung vokal?

3. Suatu tim yang terdiri dari 5 orang akan dipilih dari kelompok yang terdiri dari 11 orang yang terdiri dari 2 orang perempuan, 4 orang laki-laki dan 5 orang dewasa. Jika anggota tim dipilih secara acak, tentukan peluang bahwa
   a) kedua anak perempuan berada dalam tim

b) tidak ada orang dewasa dalam tim tersebut
c) setidaknya ada dua orang dewasa dalam tim tersebut.

4. Suatu kelas terdiri dari 14 laki-laki dan 16 perempuan dan 4 siswa dipilih secara acak. Berapa probabilitas bahwa pilihan tersebut memiliki tepat dua anak laki-laki di dalamnya?

5. Paket kartu remi standar dikocok dengan baik dan dibagikan secara merata kepada empat pemain. Berapa probabilitas pemain tertentu tidak memiliki berlian?

6. Sekelompok delapan orang terdiri dari empat pasang suami istri. Jika mereka berdiri dalam barisan secara acak, berapa peluang setiap suami akan berdiri di samping istrinya sendiri?

Latihan rangkuman 6

1. Sebuah tim sepak bola membawa 16 orang ke pertandingan dengan empat mobil. Pemilik mobil mengendarai mobilnya sendiri, dan masing-masing membawa tiga pemain lain sebagai penumpang. Dalam berapa cara hal ini dapat dilakukan?

2. Sekelompok sepuluh orang terdiri dari lima pasangan suami istri. Ada yang diatur dalam satu baris, dan posisi yang dialokasikan secara acak. Carilah peluang bahwa setiap istri berdiri di samping suaminya.

3. Sebuah bilangan tiga angka dibuat dengan memilih tiga angka berbeda dari 2, 3, 5, 7 dan 8. Berapa peluang bahwa bilangan yang terpilih akan habis dibagi 3?

4. Enam kartu bernomor 2, 4, 6, 7, 9, 11 disusun secara acak dalam satu baris. Berapa probabilitas bahwa sebuah kartu hanya berbeda satu kartu dari tetangga?

5. Sekelompok 7 wanita dan 3 pria mendengarkan presentasi. Kursi diatur dalam dua baris lima. Dalam berapa cara mereka dapat duduk sehingga terdapat mayoritas wanita pada setiap baris?

6. Kata CAMBRIDGE mencakup tiga vokal A, E dan I dan enam konsonan yang berbeda.
   i) Temukan jumlah susunan yang berbeda menggunakan semua sembilan huruf.
   ii) Berapa banyak dari pengaturan ini dimulai dan diakhiri dengan konsonan, dan tidak memiliki tiga vokal bersama.

7. Sebuah tempat parkir mobil di toko serba ada memiliki 14 tempat parkir berturut-turut. Ada 9 mobil yang terparkir.
   i) Berapa banyak susunan yang berbeda untuk 9 mobil yang diparkir dan 5 ruang kosong?
   ii) Berapa banyak susunan yang berbeda jika 5 ruang kosong bersebelahan?
   iii) Jika tempat parkirnya acak, hitung peluang tidak ada 5 tempat kosong yang bersebelahan.

iv) Apakah menurut Anda masuk akal untuk mengasumsikan bahwa parkir dilakukan secara acak?

8. Lima pengacara bersama dengan mitranya masing-masing bertemu untuk makan. Mereka mengatur agar foto mereka bersepuluh berdiri dalam barisan.
   i) Berapa banyak susunan yang berbeda jika setiap pengacara berdiri di samping pasangannya?
   ii) Berapa banyak susunan yang berbeda jika 5 pengacara semuanya berdiri bersama dan 5 rekan semuanya berdiri bersama?

9. Sekelompok 10 orang terdiri dari 2 laki-laki, 3 perempuan dan 5 orang dewasa. Berapa banyak cara suatu tim yang terdiri dari 4 orang dapat dipilih jika:
   i) kedua anak laki-laki ada di dalam tim
   ii) tim terdiri dari semua orang dewasa atau tidak ada orang dewasa
   iii) setidaknya ada dua anak perempuan dalam tim?

Rangkuman Bab

- Banyaknya cara menyusun n objek berbeda dalam sebuah garis adalah n! = n(n - 1)(n — 2)...3.2.1, di mana n adalah bilangan bulat positif. n! dibaca sebagai n faktorial.
- 0! = 1.
- Banyaknya permutasi k objek dari n objek yang berbeda dalam satu baris diberikan oleh ${}^nP_k = \frac{n!}{(n-k)!}$
- Jumlah permutasi dari n objek, yang p identik satu sama lain, q sisanya identik satu sama lain, dan seterusnya (dengan p + q + ... = n, dan nilai p, q dll dapat 1) diberikan oleh $\frac{n!}{p!q!r!s!\ldots}$
- Jumlah cara untuk memilih k dari u objek yang berbeda adalah ${}^nC_k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
- Di mana ada kendala pada urutan atau komposisi grup, Anda perlu mengidentifikasi cara menempatkan objek atau memilih objek untuk memenuhi kendala yang diberikan.

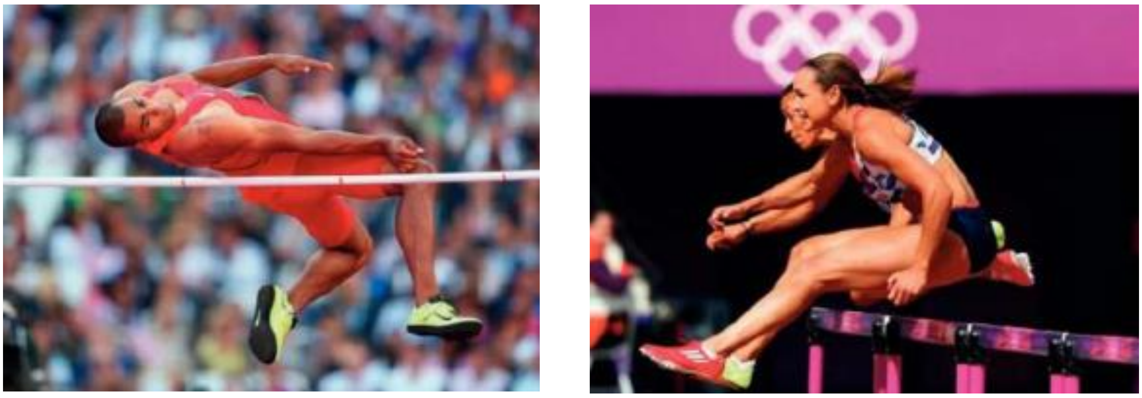
Pengayaan tengah Buku

Matematika Dalam kehidupan nyata

Statistik olahraga

Sistem penilaian digunakan di semua cabang olahraga. Dalam acara multi-disiplin, seperti decathlon dan heptathlon, sistem ini sangat kompleks dan menggunakan rumus matematika.

Baik decathlon dan heptathlon harus mengubah kinerja dalam waktu untuk menjalankan berbagai acara dan jarak dalam acara lempar atau lompat menjadi skor poin untuk setiap acara komponen. Pemenangnya adalah orang yang mencetak jumlah poin tertinggi dalam acara tersebut.



Gambar 6.2 Ashton Eaton atlit Lompat tinggi dan Jessica Ennis atlit Lari Gawang

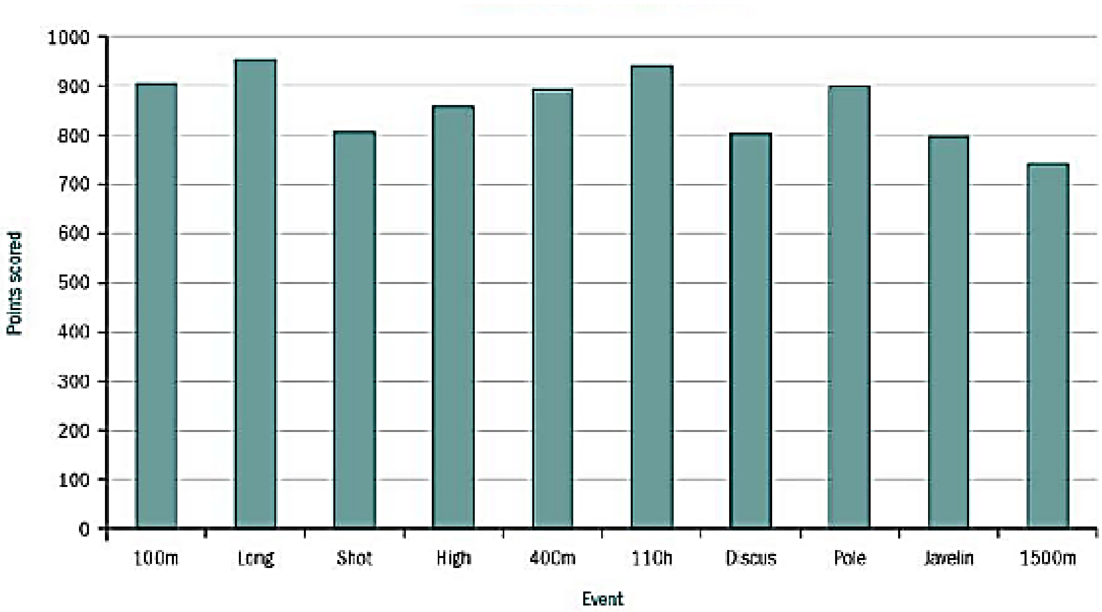
Ashton Eaton mencetak rekor dunia di dasalomba pada Juni 2012, mencetak 9039 poin dalam sepuluh pertandingan selama dua hari. Jessica Ennis berlari lari gawang 100 meter tercepat di Olimpiade 2012 dalam perjalanannya untuk memenangkan medali emas dengan skor 6995 poin dari tujuh pertandingan. Beberapa heptathletes dan decathletes lebih kuat dalam sprint, beberapa lari jarak jauh dan lainnya dalam acara lempar, dan sistem penilaian harus mencoba untuk menghargai penampilan di semua disiplin ilmu dengan dasar yang masuk akal.

Dalam berlari, penampilan yang baik adalah waktu yang rendah sementara dalam melempar dan melompat penampilan yang baik adalah jarak atau ketinggian yang lebih jauh, sehingga diperlukan pendekatan yang berbeda untuk kedua kelompok acara ini dan diperlukan formula yang berbeda untuk masing-masingnya. Tabel ini menunjukkan poin yang diperoleh di setiap cabang olahraga oleh lima decathlet terbaik sepanjang masa (hingga Juli 2014). Anda dapat melihat bahwa ada banyak variasi antara atlet dalam suatu disiplin dan ada juga variasi antara masing-masing disiplin.

Tabel 6.1 pencatatan perlombaan Olimpiade 2012

Athlete	100 m	Long	Shot	High	400 m	110 h	Discus	Pole	Javelin	1500 m	Total
Ashton Eaton	1044	1120	741	850	973	1014	722	1004	721	850	9039
Roman Šebrle	942	1089	810	915	919	985	827	849	892	798	9026
Tomaš Dvorak	966	1035	899	840	905	1010	836	880	925	698	8994
Dan O'Brien	992	1081	894	868	885	977	840	910	777	667	8891
Daley Thompson	989	1063	834	831	960	932	799	910	817	712	8847

Grafiknya menunjukkan skor rata-rata di masing-masing dari sepuluh pertandingan decathlon untuk 75 skor terbaik pribadi teratas (yaitu skor ini berasal dari 75 atlet yang berbeda). Anda dapat melihat bahwa ada banyak variasi di seluruh acara.



Gambar 6.3 Grafik Batang Rata-rata point Decathion untuk tiap Event

Apakah ini adil?

Rumus yang digunakan untuk menghitung poin untuk setiap disiplin tetap sama sejak tahun 1984. Pada waktu itu telah terjadi peningkatan besar dalam ilmu olahraga dan kedokteran serta dalam rezim kepelatihan, dan munculnya atlet profesional. Beberapa acara sangat teknis, sementara yang lain mengandalkan kombinasi kekuatan, kecepatan, dan stamina yang berbeda. Skor rata-rata yang sangat berbeda yang diambil dari 75 decathlet terbaik yang pernah ada menunjukkan bahwa penampilan di beberapa acara dihargai secara berbeda, tetapi mengubah sistem penilaian bukanlah tugas yang mudah ketika ini adalah tolok ukur yang digunakan semua decathlet untuk berlatih. Kisah serupa berlaku untuk heptathlon wanita.

BAB 7
DISTRIBUSI BINOMIAL

Distribusi binomial dapat digunakan untuk menganalisis situasi apa pun di mana hasil yang menarik dapat diklasifikasikan ke dalam dua kategori - entah sesuatu terjadi, atau tidak. Frekuensi yang diamati dari sesuatu yang telah terjadi kemudian dapat dibandingkan dengan model dari apa yang diharapkan terjadi dalam keadaan normal. Jika yang terlihat tidak biasa, misalnya dokter memiliki jumlah pasien yang meninggal sangat banyak atau harus dipindahkan ke rumah sakit, maka pemeriksaan lebih lanjut dapat dilakukan. Penjelasannya mungkin karena dokternya tidak kompeten, atau bahkan mungkin terletak pada keunggulan dokter.

Tujuan
- Menggunakan rumus probabilitas untuk distribusi binomial.
- Kenali situasi praktis di mana distribusi binomial adalah model yang cocok.
- Gunakan notasi X - 11(n, p).
- Gunakan rumus untuk mean dan varian dari distribusi binomial.

Catatan

Anda harus mengetahui cara:

1. Menggunakan kalkulator Anda untuk menghitung faktorial dan nilai $f\binom{n}{r}$ mis. carilah nilai

   a) $6!$ **b)** $\binom{8}{3}$.

   a) $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

   b) $\binom{8}{3} = \frac{8!}{3!5!} = \frac{(8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1)}{(3\times2\times1)(5\times4\times3\times2\times1)} = 56$

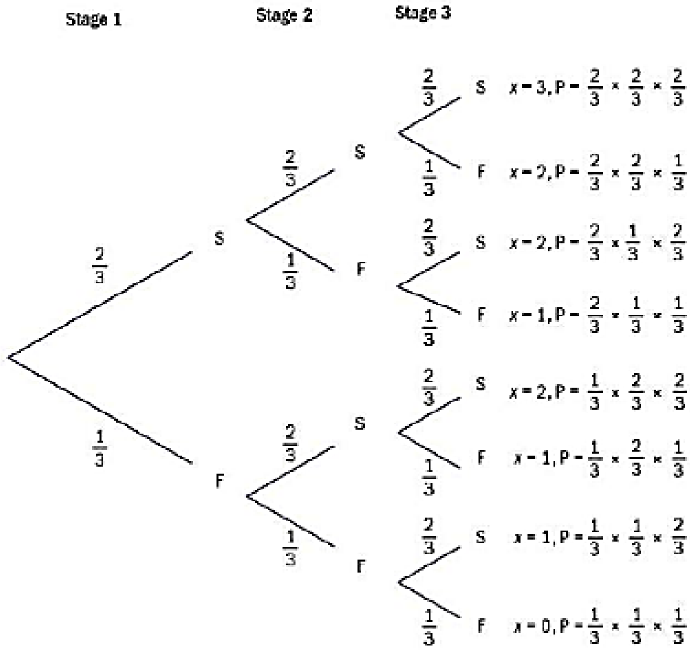
2. Ganti nilai menjadi rumus sederhana, mis. cari nilai V = np(1 - p) ketika n = 20 dan p = 0,3.
   V= 20 x 03(1 - 0,3) = 4,2.

Latihan Soal:

1. Temukan nilai
   a) 10! b) $\binom{15}{7}$
2. Cari nilai M = k x(3 - x) bila k = 10 dan x = 0,4.

7.1 MEMPERKENALKAN DISTRIBUSI BINOMIAL

Anda dapat menggunakan diagram pohon untuk mengetahui probabilitas kejadian yang melibatkan sejumlah tahapan terpisah. Kasus khusus adalah di mana setiap tahap hanya memiliki dua hasil yang menarik, dan probabilitas dari kedua hasil ini sama pada setiap tahap (p dan 1 - p). Bahkan ketika ada lebih dari dua hasil dasar, mereka biasanya dapat dikelompokkan ke dalam dua kategori: yang memenuhi peristiwa yang diinginkan (sering disebut `sukses'), dan yang tidak (`kegagalan'). Pada setiap tahap, P(kegagalan) = 1 — P(sukses). Misalnya, jika tujuannya adalah menghitung seberapa sering faktor 6 dilempar saat dadu dilempar, maka lemparan 1, 2, 3, dan 6 mana saja akan menghasilkan 'berhasil'. Jadi, dalam hal ini: P(sukses) = $\frac{2}{3}$ dan P(gagal) = $\frac{1}{3}$. Beberapa pola mulai muncul ketika probabilitas ini ditunjukkan pada cabang diagram pohon dan jumlah keberhasilan dihitung:



Pertimbangkan jalur dengan x = 2: ada tiga, dan semuanya memiliki $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{3}$ dan $\frac{1}{3}$ dikalikan bersama, tetapi dalam urutan yang berbeda. 3 Kasus seperti ini terkadang dikenal sebagai 'percobaan Bernoulli'. Distribusi Bernoulli adalah distribusi probabilitas suatu variabel acak yang mengambil nilai 1 (sukses) dengan probabilitas p, dan mengambil nilai 0 (gagal) dengan probabilitas q = 1 - p. Ketiga jalur dengan x = 1 memiliki $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$. dan $\frac{2}{3}$ dikalikan bersama, tetapi sekali lagi dalam 3 3 3 urutan yang berbeda.

Hanya ada satu jalur untuk masing-masing x = 0 dan x = 3. Masing-masing memiliki $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$. dan $\frac{1}{3}$., dan $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{3}$ dan dikalikan bersama.

Jumlah jalur sesuai dengan jumlah cara yang berbeda Anda dapat mengurutkan tiga probabilitas, dalam setiap kasus. Urutan 1, 3, 3, 1 dari jumlah jalur, untuk x = 0, 1, 2, 3, adalah salah satu baris segitiga Pascal, seperti yang ditunjukkan di sebelah kanan.

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1

Anda dapat menulis probabilitas jumlah keberhasilan dalam tiga lemparan dadu seperti ini:

$$\mathrm{P}(x = 0) = 1 \text{ x } \left(\frac{1}{3}\right)^3$$

$$\mathrm{P}(x = 1) = 3 \text{ x } \frac{2}{3} \text{ x } \left(\frac{1}{3}\right)^3$$

$$\mathrm{P}(x = 2) = 3 \text{ x } \left(\frac{2}{3}\right)^3 \text{ x } \frac{1}{3}$$

$$\mathrm{P}(x = 3) = 1 \text{ x } \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

Jika diagram pohon diperpanjang menjadi enam tahap (yaitu, enam lemparan dadu), akan ada 64 jalur yang berbeda, dan akan sulit untuk menyelesaikan seluruh proses seperti ini. Namun, koefisien dalam segitiga Pascal dan pola yang terlihat pada diagram dengan tiga tahap dapat digunakan untuk menuliskan ekspresi probabilitas mendapatkan keberhasilan 0, 1, 2, 3, 4, 5 atau 6:

x	0	1	2	3	4	5	6
P(x = x)	$\left(\frac{2}{3}\right)^0$	$6\left(\frac{2}{3}\right)^5\left(\frac{2}{3}\right)$	$15\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)^2$	$20\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^3$	$15\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^4$	$6\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^5$	$\left(\frac{2}{3}\right)^6$

Contoh 1

Jika peluang Saanvi terlambat pulang kerja pada suatu hari adalah 0,4, berapa peluang ia pulang terlambat dua kali dalam lima hari kerja seminggu?

Baris yang relevan dalam segitiga Pascal adalah 1, 5, 10, 10, 5, 1, di mana angka-angka tersebut menyatakan berapa banyak cara untuk mendapatkan 0, 1, 2, 3, 4, dan 5 dari 5. Ada 10 cara untuk mendapatkan 2, jadi
P(terlambat dua kali) = 10 x $0{,}4^2$ x $0{,}6^3$.

Jika Saanvi terlambat dua kali dalam seminggu dia tidak akan terlambat tiga kali lainnya — ini memberikan kekuatan 0,4 (terlambat) dan 0,6 (tidak terlambat).

Contoh 2

Adisa mencoba makan buah minimal lima potong setiap hari. Probabilitas yang dia lakukan adalah 0,6, terlepas dari hari lainnya. Berapa peluang Adisa makan paling sedikit lima potong buah lebih dari setengah hari dalam seminggu.

Baris yang relevan dalam segitiga Pascal adalah baris berikutnya:

1, 7, 21, 35, 35, 21, 7, 1

P(lebih dari setengah hari)
= 35 x 0,64- x 0,43+ 21 x 0,6 x 0,42 + 7 x 0,6° x 0,4 -F 0. 67

Lebih dari setengah hari dalam seminggu berarti minimal 4 hari.

Ketika jumlah tahapan (atau percobaan) besar (> 6), sulit menggunakan segitiga Pascal untuk mencari koefisien binomial. Banyaknya jalan yang memberikan r kejadian dari n kasus sama dengan banyaknya cara memilih r dari n, yaitu

$$^{n}C_{r} = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Sebagian besar kalkulator ilmiah memiliki tombol bertanda $^{n}C_{r}$. Distribusi probabilitas binomial didefinisikan sebagai

$$\mathrm{P}(X - r) = \binom{n}{r} p^{r} q^{n-r} \qquad r = 0,1,2,\ldots.n \quad q = 1 - p$$

Anda bertemu ini di Bab 6. Ingat bahwa nilai 0! didefinisikan sebagai 1.

Kita perlu memiliki nilai untuk n, jumlah percobaan, dan untuk p, probabilitas 'sukses' pada satu percobaan, agar ini masuk akal, jadi ada keluarga distribusi binomial dengan dua parameter.

Parameter distribusi binomial adalah n, jumlah percobaan, dan p, probabilitas 'sukses' pada satu percobaan.

Untuk mempermudah, distribusi sering ditulis sebagai X - B(n, p).

Contoh 1, jika X adalah berapa kali Saanvi terlambat pulang dalam seminggu, maka X— B(5, 0.4).

Contoh 3
jika x B(12, 0,2), carilah peluang bahwa X = 3.

$$\mathrm{P}(X = 3) = \binom{12}{3} (0.2)^{3} (0.8)^{9} = 0.236 \ (3 \text{ s.f})$$

Contoh 4
Jika X - B(10, 0,9), carilah peluang bahwa X 8.

Daripada menghitung semua probabilitas bahwa X adalah 0, 1, 2, ..., 8, kita dapat menghitung P(X = 9 atau 10) sebagai probabilitas komplementer dan mengurangkannya dari 1.

$$\mathrm{P}(X \leq 3) = 1 - \left[\binom{10}{9}(0.9)^{9}(0.1) + (0.9)^{10}\right] = 0.264 \text{ (3 s.f)}$$

Contoh 5

Jika 25 dadu adil dilempar, hitung peluang munculnya tiga angka 6.

Jika X = jumlah 6s yang terlihat, maka $X \sim B\left(25, \frac{1}{6}\right)$

$$\mathrm{P}(X = 3) = \binom{25}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^{3}\left(\frac{5}{6}\right)^{22} = 0.193 \text{ (3 s.f)}$$

Penting untuk berlatih menggunakan rumus agar Anda percaya diri dan akurat saat menggunakannya.

Anda dapat menggunakan spreadsheet atau kalkulator genggam untuk menghitung probabilitas binomial dengan menetapkan II, p, dan nilai X.

Latihan 7.1

1. a) Beberapa baris pertama segitiga Pascal diperlihatkan di sini. menuliskan baris sarang.
   b) Tentukan nilai-nilai dari
      i) $\binom{7}{3}$ ii) ${}^{7}C_{5}$
   c) Pastikan Anda mengetahui elemen mana dalam segitiga Pascal di bagian (a) yang sesuai dengan perhitungan di bagian (b)

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1

2. a) Hitung
   i) $\binom{10}{4}$ ii) $\binom{9}{0}$
   iii) $\binom{15}{6}$ iv) $\binom{100}{2}$.
   c) Hitung
      i) ${}^{10}C_{2}$ ii) ${}^{11}C_{6}$
      iii) ${}^{12}C_{12}$ iv) ${}^{50}C_{20}$

3. Jika X — B(6, 0.5), tentukan peluang bahwa
   a) X= 2 b) X=5.

4. Jika X — B(6, 0,3), tentukan peluang
   a) X = 2 b) X = 5.

5. Jika X — B(12, 0,4), tentukan peluang
   a) X = 3 b) X = 8.

6. MX - B(12, 0.7), tentukan peluang
   a) X = 3 b) X= 8. 1

7. Jika $X - B^{X \sim B(10,\frac{1}{3})}$ tentukan peluang
   a) X= 0 b) X= 5.

8. Jika $X - B^{X \sim B(15,\frac{3}{4})}$ hitunglah peluang bahwa
   a) X= 7 b) X= 8.

9. Jika sebuah koin adil dilempar enam kali, hitunglah peluang melihat
   a) 2 kepala b) 5 kepala.

10. Jika koin yang adil dilempar sepuluh kali lipat, hitunglah peluang melihat
    a) i) 0 kepala iii) 2 kepala
       ii) 1 kepala iv) 3 kepala.
    b) Dengan menggunakan jawaban Anda untuk bagian (a), hitung kemungkinan melihat
       i) tidak lebih dari 1 kepala
       ii) setidaknya 3 kepala
       iii) lebih dari 3 kepala.

11. Jika-X— B(12, 0,15), cari
    a) P(X > 2) b) P(X ≤ 10)

12. Jika $X - B(20,\frac{1}{4})$ tentukan
    a) P(X ≤ 2) b) P(X > 19).

13. Suki tidak hadir ketika kelas diberitahu akan ada tes pada pelajaran berikutnya, jadi dia tidak melakukan revisi dan harus menebak jawaban dari lima pertanyaan pilihan ganda. Jika ada empat pilihan untuk setiap pertanyaan, tentukan peluang dia mendapatkan
    a) tidak ada yang benar
    b) tiga benar.

7.2 RATA-RATA DAN VARIAN DARI DISTRIBUSI BINOMIAL

Berapa rata-rata 'balita' yang Anda harapkan jika Anda melempar dadu yang adil sebanyak 120 kali?

Dengan dadu yang adil, kemungkinan mendapatkan angka lima dalam sekali jalan adalah $\frac{1}{6}$ rata-rata segera Anda akan berharap untuk melihat $\frac{1}{6}$ gulungan muncul dengan lima; yaitu, rata-rata Anda mengharapkan 20 lemparan dalam 120 lemparan. Jika Anda melakukan sejumlah besar set percobaannya dari distribusi probabilitas binomial, X - p), maka jumlah rata-rata keberhasilan dari percobaan ii akan memungkinkan Anda untuk memperkirakan nilai p. Jika p adalah probabilitas bahwa setiap percobaan individu memberikan keberhasilan maka proporsi keberhasilan dalam jangka panjang akan sama dengan p.

Tahukah kamu? Salah satu sifat penting dari proses acak adalah bahwa perilaku jangka panjang cukup dapat diprediksi, meskipun perilaku jangka pendek secara konsisten tidak dapat diprediksi. 'Hukum bilangan besar' menetapkan sifat-sifat ini, tetapi berada di luar cakupan buku ini.

Ini tidak berarti bahwa Anda berharap mendapatkan tepat 20 lima jika Anda melempar dadu yang sebanyak 120 kali.

Jika X - B(n, p), maka mean E(X) = np, dan varian Var(X) = σ^2 = npq, dimana q = 1 - p. Anda harus dapat menggunakan hasil ini tetapi tidak diwajibkan untuk membuktikannya secara formal.

Contoh 6

Jika X - B(10, 0.2), tentukan mean dan varian dari X.
n= 10 dan p = 0,2, jadi q = 0,8, dan np = 2, npq = 1,6.
Oleh karena itu rata-ratanya adalah 2 dan variansnya adalah 1,6.

Contoh 7

JikaX - B(80, 0,4), cari mean dan standar deviasi dari X.
n = 80 dan p = 0,4, jadi q = 0,6, dan np = 32, npq = 19,2.
Oleh karena itu rata-ratanya adalah 32 dan variansnya adalah 19,2, jadi standar deviasinya adalah$\sqrt{19.2}$.

Contoh 8

X adalah distribusi binomial dengan mean 8 dan varians 6.4. Temukan P(X $\leq$ 1).
np = 8, npq = 6.4 $\Longrightarrow$ q = 0.8 $\Longrightarrow$ fi= 0.2, n = 40.
Menggunakan distribusi X - B(40, 0.2) kita mendapatkan
P(X $\leq$ 1) = $(0.8)^{40} + 40(0.2)(0.8)^{39}$ = 0,00146 (3 s.f.).

Latihan 7.2

1. Jika X - B(35, 0.5), cari
   a) E(X) b) Var(X).

2. Jika X - B(75, 0,4), tentukan mean dan simpangan baku dari X.

3. X adalah variabel acak binomial berdasarkan 25 percobaan. E(X) = 20.
   a) Tentukan simpangan baku dari X.
   b) Tentukan P(X > p), di mana p = E(X).

4. X adalah variabel acak binomial dengan E(X) = 30 dan Var(X) = 21. Hitung banyaknya percobaan.

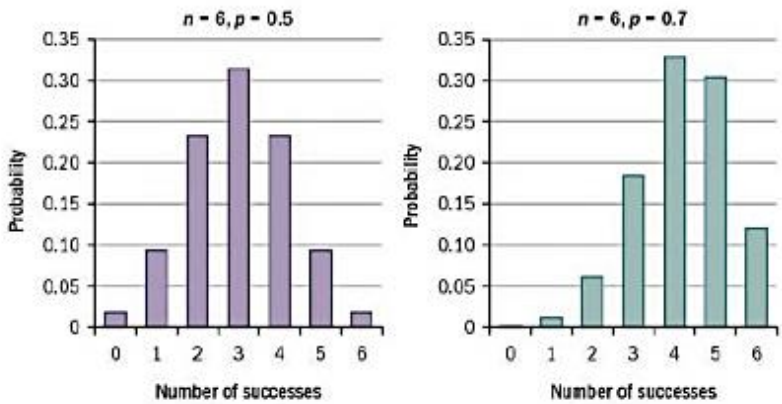
5. Jakob adalah seorang dokter gigi yang menemukan bahwa, rata-rata, satu dari lima pasiennya tidak datang ke janji mereka.
   a) Dengan menggunakan distribusi binomial, temukan rata-rata dan varian dari jumlah pasien yang datang untuk janji temu mereka, di klinik dengan 20 janji temu.
   b) Carilah peluang bahwa lebih dari tiga pasien tidak datang pada janji temu mereka di klinik tersebut.

6. Jika X - B(20, p) tentukan Var(X) dalam bentuk p. Tentukan nilai p yang memberikan varian terbesar.

7. Jika X - B(8, 0.12) carilah $\mathrm{P}(X < \mu - \sigma$ dimana $\mu = \mathrm{E}(X), \sigma = \sqrt{\mathrm{Var}(X)}$

7.3 PEMODELAN DENGAN DISTRIBUSI BINOMIAL

Grafik berikut menunjukkan probabilitas untuk sejumlah distribusi binomial. Mereka menunjukkan cara probabilitas dalam keluarga binomial berperilaku. Sangat membantu dalam memodelkan situasi apa pun jika Anda dapat mengembangkan beberapa perasaan tentang seperti apa probabilitas untuk distribusi binomial tertentu.

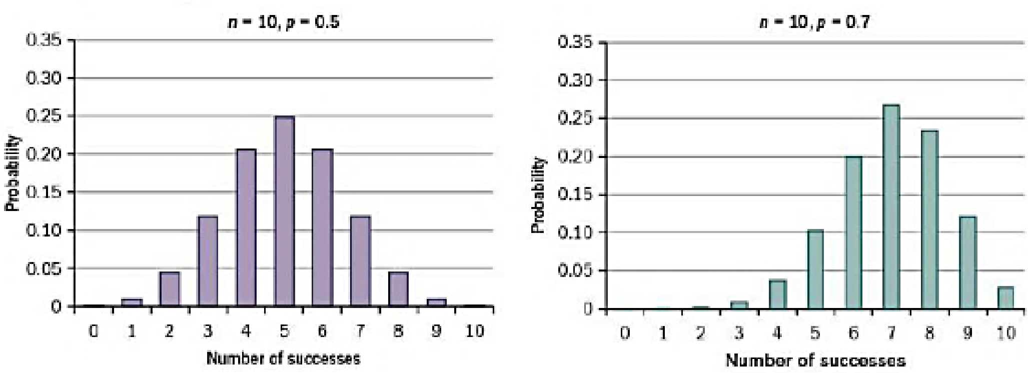


Gambar 7.1 Grafik Probabilitas Distribusi Binominal

Ketika p = 0,5, distribusinya simetris dan memuncak pada tiga keberhasilan dari enam percobaan.

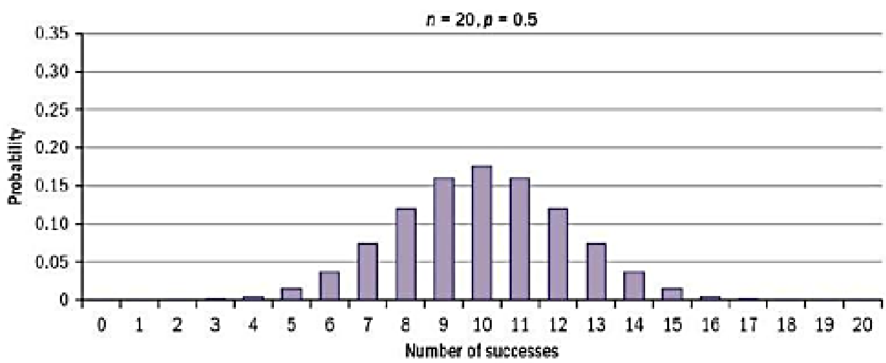
Ketika p = 0,7, keberhasilan diharapkan datang lebih sering dan distribusi mencapai puncaknya pada empat keberhasilan dari enam percobaan.

Ada sekitar tiga atau empat kemungkinan dalam kasus-kasus ini yang dapat dikatakan relatif tinggi. Probabilitas individu terbesar dapat diperkirakan sekitar $\frac{1}{3}$.



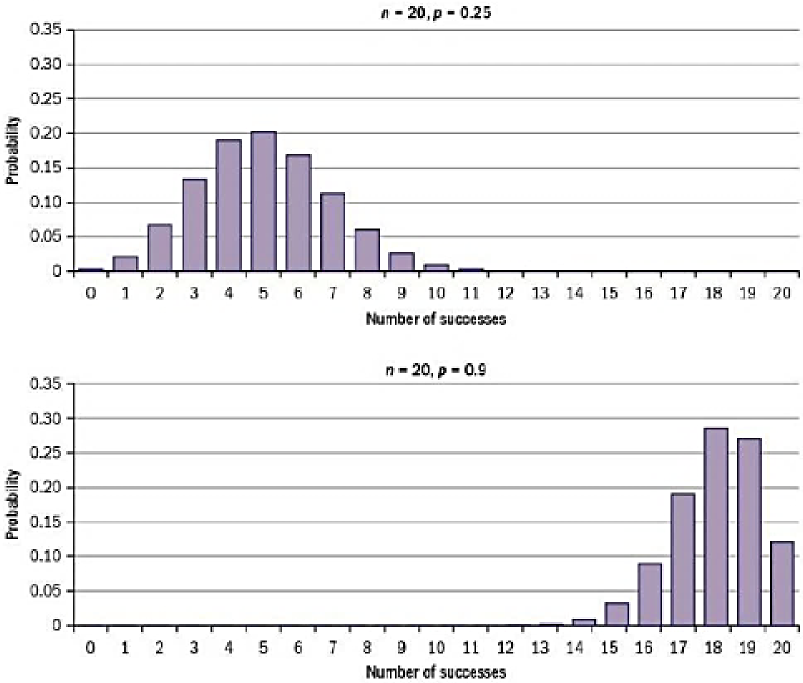
Gambar 7.2 Grafik probabilitas keberhasilan untuk 10 percobaan

Jika n dinaikkan menjadi 10, ada lebih banyak kemungkinan hasil yang memiliki probabilitas relatif tinggi, tetapi karena total probabilitas adalah 1, maka probabilitas terbesar tidak dapat setinggi kasus sebelumnya. Dengan p sedikit lebih besar dari 0,5, distribusi akan sedikit miring, dengan ekor probabilitas yang lebih kecil untuk jumlah keberhasilan yang rendah.



Gambar 7.2 Grafik probabilitas keberhasilan untuk 20 percobaan

Dengan nilai n yang lebih besar (di sini 20) dan p = 0,5, grafiknya simetris, dengan lagi-lagi sekitar setengah dari kemungkinan jumlah keberhasilan yang menyumbang probabilitas yang relatif tinggi. Probabilitas tunggal tertinggi kurang dari $\frac{1}{5}$, dan probabilitas total 5 melihat 9, 10 atau 11 keberhasilan kurang dari $\frac{1}{2}$..



Gambar 7.3 Grafik probabilitas keberhasilan dalam kondisi binomial

Ketika nilai p dipindahkan ke bawah atau ke atas, puncak distribusi masing-masing dipindahkan ke kiri atau ke kanan. Ketika p bergerak lebih jauh dari 1, distribusi 2 puncak semakin tinggi dan distribusi menjadi kurang menyebar (ada varians yang lebih rendah). Distribusi binomial dapat digunakan untuk situasi apa pun di mana tujuannya adalah untuk menghitung berapa kali hasil tertentu diamati dari sejumlah kasus tetap - asalkan kondisi tertentu terpenuhi.

Kondisi binomial adalah:

1. Harus ada jumlah percobaan yang tetap.
2. Setiap percobaan harus memiliki dua kemungkinan hasil yang sama (biasanya disebut sebagai 'sukses' dan `kegagalan').
3. Uji coba harus independen satu sama lain.
4. Probabilitas keberhasilan dalam setiap percobaan harus tetap konstan.

Kemerdekaan adalah syarat utama. Namun, ada sejumlah situasi di mana kemerdekaan dianggap ada, tetapi kenyataannya tidak.

Kondisi 3 dan 4 terkait erat, dan terkadang sulit untuk diartikulasikan yang merupakan alasan penting mengapa binomial tidak sesuai. Namun, Anda tidak perlu khawatir tentang hal ini, karena mengidentifikasi masalah dengan keduanya sudah cukup pada level ini.

Berikut ini adalah contoh di mana kondisi 3 dan 4 tidak berlaku, dan binomial tidak sesuai.

- Pertimbangkan untuk memilih lima siswa dari satu kelompok yang tiba di area rekreasi saat makan siang. Mengapa hal-hal seperti mata pelajaran A-level 'dan' pilihan makanan tidak akan independen?

Pelajaran yang diajarkan sebelum makan siang akan mempengaruhi siswa mana yang tiba bersama untuk makan siang.

- Pertimbangkan tugas yang harus dilakukan berulang kali, misalnya seorang pemanah menembak sasaran.
  - o Kondisi binomial mensyaratkan bahwa tidak ada pembelajaran yang terjadi selama urutan percobaan.
- Pertimbangkan situasi di mana uji coba yang mendasarinya berubah dalam beberapa cara. Misalnya, pertimbangkan asumsi bahwa pegolf, secara individual, memiliki probabilitas tetap untuk mendapatkan skor tertentu di setiap lubang. Asumsi ini mengabaikan berbagai fitur go/f. Misalnya:
  - o Setiap hole akan memiliki tingkat kesulitan yang berbeda-beda
  - o Jika satu pemain dalam pertandingan memainkan hole tersebut dengan sangat baik, atau buruk, hal ini dapat memengaruhi strategi yang diterapkan oleh lawannya.
  - o Kemandirian antar hole untuk pemain yang sama (atau untuk hole yang sama tetapi pemain berbeda) paling-paling merupakan perkiraan dari kenyataan.

Independensi tidak berlaku jika pengambilan sampel tanpa penggantian dilakukan. Dalam populasi ukuran N, pengamatan kedua berasal dari populasi ukuran IV yang dikurangi - 1, yang ketiga dari populasi ukuran N-2, dan seterusnya. Semakin besar populasi untuk memulai, semakin kecil kesalahan yang diperkenalkan dengan mengasumsikan bahwa probabilitasnya tetap pada proporsi awal. Saat Nis besar, terkadang Anda dapat menggunakan distribusi binomial sebagai perkiraan, meskipun tidak tepat. Artinya, jika kondisi tidak terpenuhi secara tepat, binomial masih memungkinkan untuk menyediakan model yang berguna. Oleh karena itu, binomial digunakan dalam banyak situasi kehidupan nyata, di mana hanya diperlukan perkiraan yang mendekati.

Latihan 7.3

1. Untuk variabel acak berikut nyatakan apakah dapat dimodelkan dengan binomial. Jika bisa, berikan nilai parameter n dan p. Jika mereka tidak bisa, jelaskan alasannya.
   a) Sebuah dadu dilempar berulang kali hingga terlihat angka 1. X = jumlah lemparan.
   b) Sebuah dadu dilempar sebanyak 10 kali. X = jumlah yang terlihat.
   c) Sebuah kantong berisi 25 bola merah dan 25 bola biru. 5 bola diambil. X = banyaknya bola merah yang dikeluarkan.
   d) X = jumlah anak laki-laki dalam sebuah keluarga yang terdiri dari 5 anak.
   e) Sepasang dadu dilempar sebanyak 25 kali. X = berapa kali double (yaitu, dua ls, dua 2s, dan seterusnya) dilemparkan.
   f) Sepasang dadu dilempar sebanyak 25 kali. X = rata-rata jumlah angka yang digulirkan.

2. a) Jika X - B(30, 0,1), carilah peluang bahwa X tepat

   i) 0

   iii) 2

   Nyatakan modus dari X. c) Nyatakan rata-rata dan varians dari X.

3. Untuk situasi berikut, nyatakan asumsi apa yang diperlukan jika distribusi binomial akan digunakan untuk memodelkannya, dan berikan nilai n dan p yang akan digunakan. (Anda tidak diharapkan untuk melakukan perhitungan apa pun.)
   a) Rata-rata, seorang petugas lalu lintas memberikan tiket parkir kepada 8% dari mobil yang diperiksanya. Suatu pagi dia memeriksa 40 mobil. Berapa banyak tiket yang dia bagikan pagi itu?
   b) Sebuah kotak memiliki 48 sekrup di dalamnya. Rata-rata, 2% sekrup yang dibuat oleh pabrikan itu rusak. Berapa banyak sekrup dari kotak yang rusak?
   c) Sebuah kantong berisi lima bola merah, tiga bola biru, dan dua bola hijau. Bola dikeluarkan dan warna dicatat sebelum bola dikembalikan. Ini dilakukan sebanyak 50 kali. Berapa kali bola biru dikeluarkan?
   d) Sebuah drum besar berisi bola-bola berwarna; 50% berwarna merah, 30% berwarna biru dan 20% berwarna hijau. 50 bola dikeluarkan dan jumlah bola biru dihitung.

   Untuk setiap situasi yang dijelaskan di atas, evaluasilah seberapa baik kemungkinan asumsi Anda terpenuhi.

4. Seorang dokter hewan mengira bahwa jumlah anak anjing jantan dalam tandu dengan ukuran tertentu akan mengikuti distribusi binomial dengan p = 0,5.
   a) Dalam tandu yang terdiri dari enam ekor anak anjing, berapakah rata-rata dan varian dari jumlah pejantan, jika merupakan distribusi binomial?
      Dokter hewan mencatat jumlah jantan dalam 82 liter dari enam anak anjing. Hasilnya dirangkum dalam tabel.

Number of males	0	1	2	3	4	5	6
Frequency	8	10	15	16	14	12	7

   b) Hitung rata-rata dan varians jumlah pejantan dalam tandu enam anak anjing. c) Apakah binomial merupakan model yang baik untuk jumlah pejantan dalam sekeranjang anak anjing?

Latihan Tambahan

1. Sebuah agen kontrol kualitas menguji 10 komponen dari jalur produksi yang diketahui menghasilkan 98% komponen yang baik.
   a) Temukan peluang bahwa suatu himpunan yang dipilih secara acak bebas dari cacat.
   b) Jika agen kontrol kualitas menguji lima set sebelum makan siang, carilah probabilitas bahwa empat dari set ini bebas dari cacat.
   c) Dalam satu minggu, agen menguji 70 set. Rata-rata, berapa banyak set yang dia temukan yang tidak bebas dari cacat?

2. Diperkirakan 4% orang memiliki mata hijau. Dalam sampel acak berukuran n, jumlah harapan orang bermata hijau adalah 5.

a) Hitung nilai n. Banyaknya harapan orang bermata hijau dalam sampel acak kedua adalah 3.
b) Tentukan simpangan baku dari banyak orang bermata hijau dalam sampel kedua ini.

3. Sebuah survei baru-baru ini menunjukkan bahwa proporsi anak perempuan berusia 15 tahun yang tidak pernah mempertimbangkan kesehatannya saat memutuskan apa yang akan dimakan adalah 0,1. Dengan asumsi bahwa angka ini akurat, berapa probabilitas bahwa dalam sampel acak tiga puluh anak perempuan berusia 15 tahun, jumlah yang tidak pernah mempertimbangkan kesehatan mereka ketika memutuskan apa yang akan dimakan adalah
a) empat atau kurang
b) tepat empat?

4. Setiap malam Louise menyetel alarmnya untuk jam 7.30 pagi. Dia yakin bahwa peluang dia bangun sebelum alarmnya berbunyi setiap pagi adalah 0,4, dan tidak tergantung dari hari ke hari.
a) Asumsikan bahwa keyakinan Louise benar, tentukan peluang bahwa, selama seminggu (lima pagi), dia bangun sebelum alarm berbunyi
i) dua pagi atau kurang
ii) lebih dari satu pagi tetapi kurang dari empat pagi.
b) Asumsikan bahwa keyakinan Louise benar, hitunglah probabilitas bahwa, selama periode empat minggu, dia bangun sebelum alarm berbunyi tepat pada pukul tujuh pagi.
c) Asumsikan bahwa keyakinan Louise benar, hitung nilai rata-rata dan standar deviasi dari jumlah pagi dalam seminggu ketika Louise bangun sebelum alarm berbunyi.
d) Selama periode 50 minggu, Louise mencatat, setiap minggu, jumlah pagi hari dia bangun sebelum alarm berbunyi. Hasilnya adalah sebagai berikut.

Number of mornings	0	1	2	3	4	5
Frequency	10	11	9	9	6	5

i) Hitung mean dan standar deviasi dari data ini.
ii) Nyatakan, berikan alasan, apakah jawaban Anda pada bagian (d)(i) mendukung keyakinan Louise bahwa peluang dia bangun sebelum alarm berbunyi setiap pagi adalah 0,4, dan tidak tergantung dari pagi ke pagi.

5. Tabel di bawah ini menunjukkan, untuk populasi tertentu, proporsi penduduk di masing-masing empat golongan darah utama.

Blood group	O	A	B	AB
Proportion	0.40	0.28	0.20	0.12

a) Sebuah sampel acak yang terdiri dari 40 orang dipilih dari populasi. Tentukan peluang bahwa sampel berisi
i) paling banyak sepuluh orang bergolongan darah B

ii) tepat lima orang bergolongan darah AB

iii) lebih dari sepuluh tetapi kurang dari 20 orang bergolongan darah 0.

Sebuah sampel acak 750 orang dipilih dari populasi.

b) Carilah nilai rata-rata dan varians dari jumlah orang dalam sampel yang bergolongan darah A.

6. Ronnie dan Parveen sering bermain tenis satu sama lain. Probabilitas Ronnie memenangkan permainan apa pun adalah 0,3, dan hasil dari setiap permainan tidak bergantung pada hasil dari setiap permainan lainnya.

a) Hitunglah peluang bahwa, dalam suatu pertandingan yang terdiri dari 15 permainan, Ronnie memenangkan

i) tepat empat permainan

ii) kurang dari setengah permainan

iii) tepat setengah permainan

iv) lebih dari satu tetapi kurang dari enam permainan.

Ronnie menghadiri sesi pelatihan tenis selama tiga bulan. Dia kemudian mengklaim bahwa kemungkinan dia memenangkan permainan apa pun adalah 0,6, dan bahwa hasil dari setiap permainan tidak bergantung pada hasil dari setiap permainan lainnya.

b) i) Asumsikan klaim ini benar, hitung rata-rata dan standar deviasi untuk jumlah game yang dimenangkan oleh Ronnie dalam pertandingan yang terdiri dari 15 game.

ii) Untuk menilai klaim Ronnie, Parveen mencatat jumlah pertandingan yang dimenangkan oleh Ronnie dalam rangkaian 10 pertandingan, masing-masing 15 pertandingan, dengan hasil sebagai berikut:

9 11 7 10 9 12 8 7 8 10

Hitung mean dan standar deviasi dari nilai-nilai ini.

Oleh karena itu komentari validitas klaim Ronnie.

7. Pasak pakaian plastik dibuat dalam beberapa warna. Jumlah pasak biru dapat dimodelkan dengan distribusi binomial dengan parameter p sama dengan 0,2. Isi paket 40 pasak dengan beberapa warna dapat dianggap sebagai sampel acak.

a) Tentukan probabilitas bahwa sebuah paket berisi

i) paling banyak 10 pasak biru

ii) tepat 10 pasak biru

iii) lebih dari 5 tetapi kurang dari 15 pasak biru.

b) Conn, seorang mahasiswa statistik, mengklaim telah menghitung jumlah pasak biru di masing-masing 100 paket berisi 40 pasak sebagai bagian dari tugas pekerjaan rumah. Dari hasil nya nilai-nilai ini dihitung:

Berarti jumlah pasak biru per paket = 8,5

Varians jumlah pasak biru per paket = 18,32

Komentar pada validitas klaim Conn.

8. Salinan iklan untuk mata kuliah statistik praktis dikirim ke guru matematika di negara tertentu. Untuk setiap guru yang menerima salinan, peluang mengikuti mata kuliah berikutnya adalah 0,07.
   18 guru menerima salinan iklan tersebut.
   Berapa peluang bahwa jumlah yang kemudian menghadiri mata kuliah tersebut adalah
   a) dua atau kurang
   b) tepat empat?

9. a) Sebutkan dua asumsi distribusi binomial.
   b) Sebuah dekorasi taman kecil berisi empat bola lampu listrik. Probabilitas bola lampu rusak adalah 0,09.
      i) Berapa peluang tepat dua bola lampu yang rusak?
      ii) Berapa peluang paling sedikit satu bola lampu rusak?
   c) Satu set lampu luar ruangan terdiri dari 20 bola lampu yang dihubungkan sehingga jika salah satu yang rusak maka tidak ada satupun bola lampu yang menyala.
   Probabilitas bola lampu di set rusak adalah p.
   Tunjukkan bahwa ifp = 0,034 ada kira-kira 50 : 50 kemungkinan rangkaian lampu tidak menyala.

10. Dalam satu set manik-manik berwarna yang digunakan dalam perhiasan kostum, 10% berwarna ungu.
    a) Temukan peluang bahwa dalam untaian 30 manik-manik, dua atau kurang manik-manik berwarna ungu.
    b) Hitung peluang bahwa dalam untaian 32 manik-manik tepat dua manik-manik berwarna ungu.
    c) Sebutkan satu asumsi yang Anda buat dalam menjawab bagian (a) dan (b).

11. Di kota tertentu, 72% mobil dilengkapi dengan peralatan navigasi satelit. Sampel acak 10 mobil dari kota ini dipilih. Carilah peluang bahwa sekurang-kurangnya 8 dari mobil-mobil ini dilengkapi dengan peralatan ini. 12. Di resor ski tertentu, lebih dari 15 cm salju turun pada 30% hari di musim ramai. Menna merencanakan liburan menghabiskan 7 hari di resort selama high season.
    i) Asumsikan hari-hari di mana lebih dari 15 cm salju turun secara acak, berapa peluang bahwa Menna akan memiliki kurang dari 3 hari di mana lebih dari 15 cm salju turun?
    ii) Mengomentari apakah masuk akal untuk mengasumsikan keacakan dalam situasi ini.

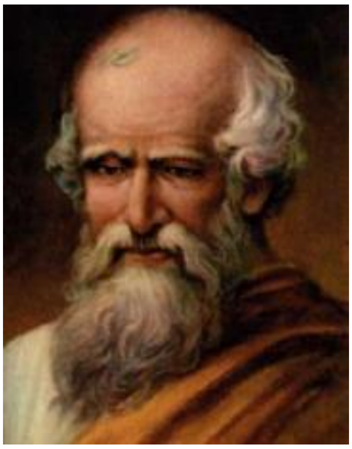
12. Bola lampu dijual dalam kotak berisi 20 buah. Ada kemungkinan konstan bola lampu rusak, terlepas dari bola lampu lainnya. Jumlah rata-rata bola lampu yang rusak dalam sebuah kotak adalah 1,2. Temukan peluang bahwa sebuah kotak berisi kurang dari 2 bola lampu yang rusak.

Ringkasan Bab

- Distribusi probabilitas binomial didefinisikan sebagai
  $\mathrm{P}(X = r) = \binom{n}{r} p^r q^{n-r} \qquad r = 0,1,2, \dots \dots . n, \; q = q - p$
  dimana $\binom{n}{r} = {}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$
- Parameter distribusi binomial adalah n, jumlah percobaan, dan p, probabilitas 'sukses' pada salah satu percobaan.
- Distribusi binomial sering ditulis X — B(ii, p).
- Jika X — B(n, p), maka mean E(X) = lip, dan varian Var(X) = = lin, di mana q = 1 — p.
- Kondisi binomial adalah; 1. Harus ada sejumlah percobaan. 2. Setiap percobaan harus memiliki dua kemungkinan hasil yang sama (biasanya disebut sebagai 'sukses' dan (kegagalan'). 3. Hasil percobaan harus independen satu sama lain. 4. Probabilitas setiap hasil memiliki agar tetap konstan
- Saat pengambilan sampel tanpa penggantian dari populasi ukuran N, di mana N besar, distribusi binomial adalah model yang berguna meskipun tidak tepat.

BAB 8
DISTRIBUSI GEOMETRIS

Archimedes adalah seorang Yunani yang hidup pada abad ketiga SM dan secara luas dianggap sebagai ahli matematika terbesar di dunia kuno. Dia mungkin paling terkenal untuk karyanya di berbagai cabang mekanika, tetapi dia juga memiliki pengaruh besar di bidang lain seperti matematika murni di mana karyanya dengan deret geometri merupakan dasar distribusi geometris.



Gambar 8.1 Foto Archimedes

Tujuan

- Gunakan rumus probabilitas untuk distribusi geometrik.
- Mengenali situasi praktis di mana distribusi geometrik merupakan model yang cocok.
- Gunakan notasi X Geo(p).
- Gunakan rumus rata-rata distribusi geometrik.

Catatan

Anda harus mengetahui cara:

Menghitung probabilitas bersyarat.

1. Bilangan bulat positif satu digit dipilih secara acak; A kejadian bilangan ganjil dan B kejadian bilangan prima.

   Tentukan probabilitas

   a) $P(B|A)$ b) $P(B|A')$.

   a) $P(A) = \frac{5}{9}, P(B \cap A) = \frac{3}{9}$ sejak 3, 5, dan 7 adalah bilangan Ganjil,

   Jadi $P(B|A) = \frac{\frac{3}{9}}{\frac{5}{9}} = \frac{3}{5}$

   b) $P(A') = \frac{4}{9}, P(B \cap A') = \frac{1}{9}$ adalah satu-satunya bilangan Genap,

   Jadi $P(B|A') = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{4}{9}} = \frac{1}{4}$

2. Saya melempar dua koin yang adil. Berapa probabilitas melihat dua kepala, mengingat setidaknya satu kepala terlihat?
   . $\mathrm{P}(Angka\ 2) = \frac{1}{4}$; $\mathrm{P}(\text{minimal muncul angka 1 1}) = \frac{3}{4}$ Jadi Catatan: Iwo heads' adalah bagian dari 'minimal satu head'.
   . $(\mathrm{P}(\text{angka 2 }|\text{minimal muncul angka 1}) = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$

Latihan Soal:
1. Dadu yang adil dilempar; A adalah kejadian 'bilangan ganjil' dan B adalah kejadian 'bilangan prima'. Tentukan probabilitas
   a) P(B|A)
   b) P(B|A')

2. Saya melempar dua dadu yang adil. Berapa probabilitas melihat dua angka enam, mengingat setidaknya satu angka enam terlihat.

8.1 MEMPERKENALKAN DISTRIBUSI GEOMETRIK

Beberapa permainan anak-anak termasuk harus melempar angka 6 pada giliran Anda untuk dapat mulai bergerak di papan. Ini bisa sangat membuat frustrasi ketika Anda harus menunggu sementara yang lain sudah pindah. Tapi apa matematika dari situasi ini?

Kemungkinan hanya membutuhkan satu lemparan adalah $\frac{1}{6}$, tetapi apa yang terjadi setelah itu? 6 Jika saya memulai lemparan kedua saya tahu saya tidak mendapatkan 6 lemparan pertama dan kemudian saya mendapatkan 6 lemparan berikutnya, jadi probabilitasnya adalah $\frac{5}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$ Jika saya memulai lemparan ketiga, Saya harus tidak mendapatkan 6 dua kali dan kemudian mendapatkan 6, jadi probabilitasnya adalah $\left(\frac{5}{6}\right)^2 \times \frac{1}{6}$ jika saya mulai pada langkah kesepuluh, saya pasti tidak mendapatkan 6 pada semua sembilan pertama lemparan dan kemudian mendapat 6, jadi probabilitasnya $\left(\frac{5}{6}\right)^9 \times \frac{1}{6}$. Saya dapat melihat pola yang sangat kuat yang saya tahu akan selalu demikian: jika saya mulai pada putaran ke-r, saya pasti tidak mendapatkan 6 pada semua lemparan lemparan pertama (r — 1) dan kemudian mendapat 6, dan probabilitasnya adalah $\left(\frac{5}{6}\right)^{r-1} \times \frac{1}{6}$

Contoh 1

Saya memainkan permainan di mana saya harus melempar 6 untuk memulai. Berapa peluang bahwa
a) Saya memulai pada putaran keempat
b) Saya tidak memulai setelah 6 putaran?

Jawab:
a) Saya harus mendapatkan sesuatu selain 6 pada tiga putaran pertama dan kemudian melempar 6, jadi probabilitasnya adalah

$$\left(\frac{5}{6}\right)^3 \times \frac{1}{6} = \frac{125}{1296} = 0.0965 \ (3\ \text{s.f.})$$

b) Saya harus mendapatkan sesuatu selain 6 pada semua enam lemparan pertama, jadi kemungkinannya adalah

$$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = 0.005 \ (3\ \text{s.f.})$$

Penalaran bahwa untuk memulai pada belokan tertentu membutuhkan `kegagalan' (tidak melempar 6) pada semua belokan ke belokan itu dan kemudian memiliki 'sukses' (a 6) berlaku untuk semua bilangan bulat positif r, dan merupakan contoh dari distribusi geometris - Disebut demikian karena rasio probabilitasnya konstan, sehingga membentuk deret geometris.

Distribusi geometris didefinisikan sebagai

$$\mathrm{P(X = r)} = q^{r-1}p \qquad r = 1,2,3,\ldots\ldots, \qquad q = 1 - p$$

Distribusi geometris dan binomial didasarkan pada serangkaian percobaan Bernoulli. Distribusi binomial menghitung jumlah keberhasilan dalam sejumlah percobaan tetap.
Kita hanya perlu memiliki nilai p, probabilitas 'sukses' pada satu percobaan, agar ini masuk akal, jadi ada keluarga distribusi geometrik dengan satu parameter.

Parameter dari distribusi geometris adalah p, probabilitas 'sukses' pada satu percobaan.
Untuk penyederhanaan distribusi sering ditulis sebagai X - Geo(p).

Keluarga distribusi geometrik memiliki beberapa fitur menarik:

- $\mathrm{P}(X = r) = \mathrm{q} \times \mathrm{P}(X = r - 1)$ relasi rekurensi inilah yang mencirikan distribusi geometrik.
- $\mathrm{P}(X = r) > 0$ untuk semua r - sehingga setiap distribusi geometris memiliki ruang kemungkinan tak terhingga (himpunan bilangan bulat positif).
- $\mathrm{P}(X = r) < \mathrm{P}(X = r - 1)$untuk semua r (kecuali dalam kasus sepele di mana p = 0 atau 1) - jadi modus dari setiap distribusi geometrik adalah 1.
- $\mathrm{P}(X = r | X > k) = \mathrm{P}(X = r - k), k < r$ kadang-kadang dikenal sebagai properti ketiadaan merno dari distribusi geometris - sedemikian rupa sehingga waktu tunggu untuk peristiwa terjadi tidak bergantung pada berapa banyak waktu yang telah berlalu (atau berapa banyak cobaan sudah terjadi).

Contoh 2

Jika X $\sim$ Geo(0,4) carilah peluang bahwa X = 3.

$\mathrm{P}(X = 3) = 0.6^2 \times 0.4 = 0.144$

Contoh 3

Jika X Geo(0.8) tentukan P(X ≤ 5) benar hingga 4 angka penting.

$\mathrm{P}(X \leq 5) = 1 - \mathrm{P}(X > 5) = 1 - 0.2^2 = 0.9997\ (4\,\mathrm{s.f.})$

Contoh 4

Saya melempar koin yang adil sampai saya melihat kepala pertama. Berapa probabilitas bahwa saya membutuhkan

a) tepat tiga lemparan

b) setidaknya lima lemparan?

Jika X adalah jumlah lemparan sampai kepala pertama maka X - Geo(0,5) dan saya perlu mencari P(X = 3).

a) $\mathrm{P}(X = 3) = 0.5^2 \times 0.5 = 0.125 \quad \left(= \frac{1}{8}\right)$

b) $\mathrm{P}(X \leq 5) = \mathrm{P}(X > 5) = 0.5^2 = 0.0625 \left(= \frac{1}{16}\right)$

Perhatikan bahwa dengan distribusi Geo(0,5), baik p dan q adalah 0,5, tetapi ketika menunjukkan bekerja lebih baik menulis probabilitas dalam bentuk q^{r-1} p = $0{,}5^{r-1}$ x 05 daripada 0,5' (yang tentu saja adalah hal yang sama) untuk menunjukkan dari mana asalnya.

Contoh 5

Jika .2c Geo(0.4) temukan

a) $\mathrm{P}(X = 2)$ b) $\mathrm{P}(X > 4)$ c) $\mathrm{P}(X = 6)$ d) $\mathrm{P}(X = 6|X > 4)$.

a) $\mathrm{P}(X = 2) = 0.6 \times 0.4 = 0.24$

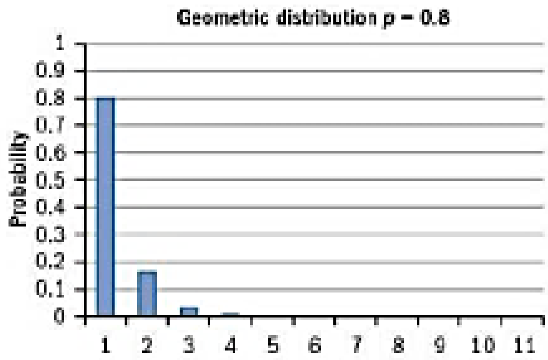
b) $\mathrm{P}(X > 4) = 0.6^2 = 0.1296$

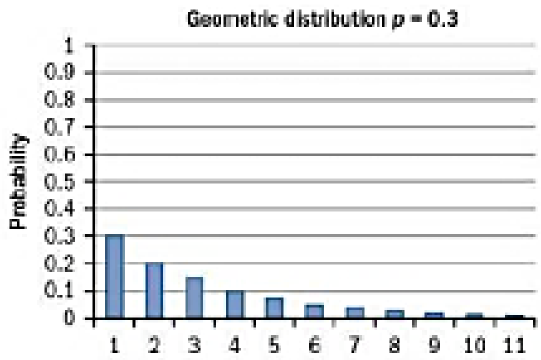
c) $\mathrm{P}(X = 6) = 0.6^2 \times 0.4 = 0.031104$

d) $\mathrm{P}(X = 6|X > 4) = \frac{\mathrm{P}(X = 6\, dan\, X > 4)}{\mathrm{P}(X > 4)} = \frac{\mathrm{P}(X = 6)}{\mathrm{P}(X > 4)} = \frac{0.6^5 \times 0.4}{0.6^4} = 0.6 \times 0.4 = 0.24$

Jika X= 6 maka kondisi X > 4 tidak menambahkan apapun.

Grafik dari dua contoh distribusi geometrik ditampilkan di halaman berikutnya menggunakan skala yang sama pada dua sumbu sehingga Anda dapat membuat perbandingan yang realistis. Anda dapat melihat penurunan geometrik dalam probabilitas (ketinggian bar berurutan) dalam kedua kasus, dengan mode 1. Anda juga dapat melihat bahwa ketika p lebih kecil, distribusi meluas lebih jauh sebelum probabilitas menjadi diabaikan (meskipun tidak pernah menjadi nol untuk setiap parameter) p # 0,1.





Gambar 8.2 Contoh distribusi geometrik

Latihan 8.1.

1. Jika X - Geo(0,75) hitung
   a) $P(X = 2)$ b) $P(X > 3)$.

2. Jika X - Geo (0,2) hitung
   a) $P(X = 2)$ b) $P(X \le 2)$.

3. Jika X - Geo(0,1) cari
   a) $P(X = 8)$ b) $P(X > 6)$.

4. Jika X - Geo(0,6) hitung
   a) $P(X = 5)$ b) $P(X \le 5)$.

5. Jika X - Geo(0,4) cari
   a) $P(X = 4)$ b) $P(X = 6 | X > 2)$.

6. Seorang pemintal yang adil memiliki empat bagian yang sama berwarna merah, hijau, biru dan hitam. Itu harus diputar sampai mendarat di hijau. Berapa probabilitas dibutuhkan lebih dari empat putaran untuk melihat warna hijau untuk pertama kalinya?

7. Lini produksi memiliki tingkat kecacatan 3%. Barang diperiksa secara acak. Berapa peluang bahwa tidak ada cacat yang ditemukan setelah 50 barang diperiksa?

8. josie adalah kapten tim sepak bola lima lawan lima yang bermain di liga yang terdiri dari delapan tim. Dia telah kalah dalam lemparan di masing-masing dari tiga game pertama. Berapa probabilitas bahwa dia tidak akan memenangkan lemparan di liga musim itu? (Tim Josie memainkan tujuh pertandingan di liga selama musim tersebut.)

9. Marta adalah pemain sepak bola yang baik yang memiliki rekor mencetak gol dengan 15% dari tembakan yang dia coba. Dalam permainan tertentu Marta memiliki delapan tembakan. Hitung peluang Marta tidak mencetak gol dalam permainan.

8.2 RATA-RATA DISTRIBUSI GEOMETRIK

Pertimbangkan serangkaian 200 percobaan Bernoulli di mana probabilitas keberhasilannya adalah 0,4. Kita tahu dari Bab 7 bahwa, rata-rata, 80 (= 200 x 0,4) kesuksesan akan diamati dalam urutan tersebut. Mengabaikan fakta bahwa setiap kegagalan pada akhir dari 200 percobaan yang dicatat tidak akan dimasukkan ke dalam satu blok, ini berarti panjang rata-rata blok hingga sukses adalah 2,5.

Kita dapat menggeneralisasi penalaran untuk n percobaan dengan probabilitas keberhasilan pada setiap percobaan p, di mana rata-rata panjang blok yang diharapkan diberikan oleh

$$\bar{x} = \frac{n}{np} = \frac{1}{p}$$

Perkiraan ada karena setiap kegagalan akhir yang bukan merupakan bagian dari blok yang berakhir dengan sukses, tetapi karena ri menjadi sangat besar, hal ini dapat diabaikan. Bukti formal rata-rata tidak diperlukan dalam silabus ini, meskipun Anda harus menggunakan hasilnya.

Jika $X - Geo(p)$ maka $E(X) = \frac{1}{p}$

Contoh 6

Jika X — Geo(0.8), cari

a) E(X)
b) P{X < E(X)}.

Jawab

a) E(X)= $\frac{1}{0.8}$ = 1.25
b) P{X < E(X)} = P(X = 1) = 0.8

Contoh 7

Jikax Geo(p), dan E (X) = 4, cari

a) Nilai dari p
b) P{ X > E(X)}
c) Bilangan Terkecil hingga P(X > n) < 1%

Jawab

a) $E(X) = \frac{1}{p} = 4 \implies p = \frac{1}{4}$
b) $P\{X > E(X) = 4\} = 0.75^4 = 0.316$
c) $P(X > n) = 0.75^n$; untuk ini menjadi <0.01(1%) akhirnya n adalah 17

Untuk menemukan nilai n terkecil, Anda dapat menggunakan kalkulator untuk mengalikan dengan 0,75 berulang kali hingga nilainya di bawah 0,01; atau hitung 0,75" menggunakan uji coba dan peningkatan untuk menemukan nilai n terendah, atau Anda dapat menggunakan logaritma untuk menyelesaikan masalah ini jika Anda sudah menemukannya.

Latihan 8.2

1. Jika Geo(0,4), nyatakan nilai E (X).
2. Jika X — Geo(0,1), nyatakan nilai E(X).
3. Jika X — Geo(0.2), tentukan P{X < E(X)}.
4. Jika X adalah variabel acak geometris dan E(X) = 3, tentukan
   a) $P(X = 1)$
   b) $P(X > 3)$.
5. Jika X adalah variabel acak geometris dan E(X) = 2, tentukan
   a) $P(X = 2)$
   b) $P(X \geq 4)$.
6. Jika X adalah variabel acak geometris dan E(X) = 5, tentukan
   a) $P(X = 4)$
   b) $P(2 < X < 5)$.
7. Carmen ingin naik taksi. Di mana dia berada, 5% kendaraannya adalah taksi. X adalah jumlah kendaraan yang dia lihat sampai dan termasuk saat dia melihat taksi.
   a) Rata-rata, berapa banyak kendaraan yang akan dia lihat dan termasuk saat dia melihat taksi?
   b) Hitung probabilitas dia akan melihat taksi di lima kendaraan pertama.
   c) Hitung peluang bahwa dia masih menunggu untuk melihat taksi setelah dia melihat 30 kendaraan. d) Evaluasi modus X, yaitu kendaraan nomor berapa yang paling mungkin menjadi taksi pertama yang dia lihat?

8. Dalam permainan yang menggunakan dadu yang adil, Anda harus melempar angka 6 untuk memulai. Banyaknya lemparan yang diperlukan untuk memperoleh 6 lemparan pertama adalah N.
   a) Nyatakan distribusi N.
   b) Tentukan 13(N = 2).
   c) Cari P(N $\leq$ 5).
   d) Cari P{N $\geq$ E(N)}.

9. Di suatu negara proporsi bayi laki-laki adalah 48,78%. Asumsikan bahwa dalam sebuah keluarga jenis kelamin bayi adalah independen. X adalah jumlah bayi sampai dengan saat anak perempuan pertama lahir.
   a) Nyatakan distribusi X.
   b) Tentukan E (X).
   c) Tentukan P (X = 1).
   d) Tentukan P{X $\geq$ E(X)}.

8.3 PEMODELAN DENGAN DISTRIBUSI GEOMETRIK

Distribusi geometris didasarkan pada waktu tunggu hingga 'kesuksesan' pertama didaftarkan dalam rangkaian uji coba Bernoulli. Di Bab 7, Anda menemukan distribusi binomial yang menghitung jumlah keberhasilan dalam percobaan Bernoulli dalam jumlah tetap, jadi ada kesamaan yang kuat dalam dua konteks. Salah satu contohnya adalah mengulang ujian sampai Anda lulus - misalnya mengikuti tes mengemudi di Inggris dapat dilakukan sesering yang Anda inginkan dan ketika lulus Anda memiliki SIM untuk mengemudi. Apakah masuk akal untuk berasumsi bahwa kemungkinan lulus tetap konstan? Ketika Anda mendapatkan hasil tes, Anda diberi perincian mendetail tentang hal-hal yang tidak Anda lakukan secara memadai, jadi meskipun lulus/gagal (memuaskan kebutuhan akan acara dua hasil), mungkin diharapkan bahwa seseorang akan mengambil lebih banyak pelajaran sebelum mengulang tes dan bahwa instruktur akan fokus terutama pada kesalahan dari tes sebelumnya. Namun, Anda harus ingat bahwa model bukanlah representasi sempurna dari situasi kehidupan nyata dan muncul pertanyaan apakah model itu berguna meskipun tidak sempurna - apakah cukup mendekati? Soal ujian dapat menggunakan konteks di mana distribusi geometrik tidak cocok dan Anda harus siap untuk bekerja dengannya - mereka mungkin meminta Anda untuk secara eksplisit mengomentari apakah menurut Anda asumsi yang dibuat masuk akal, dan dalam hal itu Anda diharapkan untuk mengevaluasi secara kritis apakah independensi dan/atau probabilitas konstan merupakan asumsi yang masuk akal atau tidak.

Contoh 8

Anya berulang kali mencoba memasang jarum. Banyaknya percobaan hingga dan termasuk keberhasilan pertama dilambangkan dengan X.

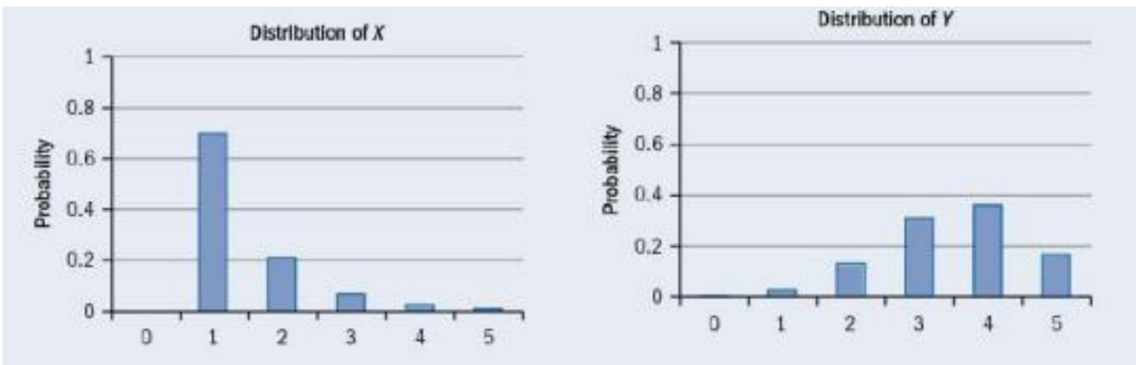
a) Nyatakan dua syarat yang diperlukan agar X memiliki distribusi geometrik.
b) Asumsikan bahwa X memiliki distribusi Geo(0.4) carilah peluang bahwa dia membutuhkan lebih dari tiga kali percobaan sebelum dia berhasil memasukkan jarum.
c) Sarankan alasan mengapa salah satu kondisi yang Anda berikan pada bagian (a) mungkin tidak terpenuhi dalam konteks ini.

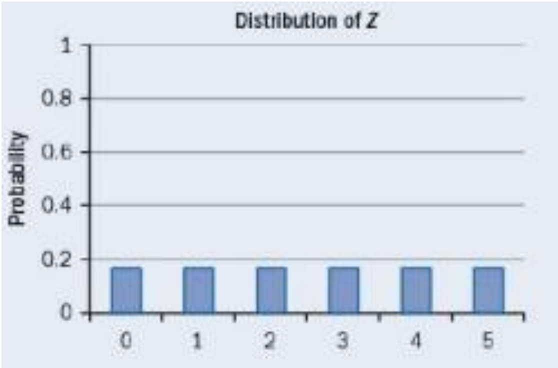
Jawab

a) Upaya tidak tergantung satu sama lain, dan probabilitasnya tetap konstan.
b) $P(X > 3) = 0{,}6^3 = 0{,}216$
c) Jika dia gagal memasang jarum, dia mungkin melakukan sesuatu seperti mendekati cahaya terang, atau mengenakan kacamata bacanya sehingga dia dapat melihat lebih baik - yang akan mengubah kemungkinan.

Contoh 9

Diagram menggambarkan semua atau sebagian distribusi variabel acak diskrit X, Y, Z.

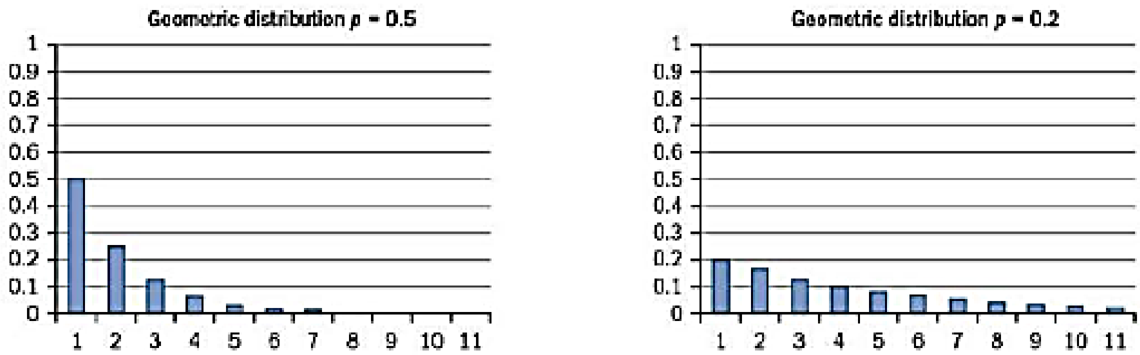




Gambar 8.4 Grafik batang distribusi Variabel X, Y, Z

Salah satu variabel ini memiliki distribusi Geo(0.7).

Sebutkan, dengan alasan, variabel apa itu.
Itu adalah X karena itu adalah satu-satunya dengan mode 1 dan probabilitas yang sangat menurun. Y adalah binomial dengan a = 5 dan p = 0,7, dan Z seragam pada bilangan bulat 0 sampai 5.



Gambar 8.5 Diagram batang distribusi geometric *p=0.5* dan *p=0.2*

Anda tahu apa arti dari distribusi ini adalah 2 untuk yang pertama dan 5 untuk yang kedua, tetapi secara visual Anda juga dapat melihat bahwa varian dari yang pertama jauh lebih kecil daripada yang kedua, dan sementara probabilitas individu untuk yang pertama satu telah menjadi diabaikan jauh sebelum skala horizontal berhenti pada 11, probabilitas untuk yang kedua jelas tidak dapat diabaikan dan grafik distribusi ini perlu diperluas untuk memasukkan lebih banyak ruang kemungkinan (tak terbatas). Anda juga harus mencatat bahwa ketika p kecil, setiap hasil yang mungkin memiliki probabilitas kecil - dan ada banyak di antaranya yang sangat mirip; ketika p semakin besar, jumlah hasil yang mungkin dengan probabilitas yang tidak dapat diabaikan adalah kecil.

Latihan 8.3

1. Untuk variabel acak berikut nyatakan apakah dapat dimodelkan dengan distribusi geometris. Jika bisa, berikan nilai parameter p. Jika mereka tidak bisa, jelaskan alasannya.
   a) Sebuah dadu dilempar berulang kali hingga terlihat angka 1. X = jumlah lemparan.
   b) b. Sebuah dadu dilempar sebanyak 10 kali. X = jumlah yang terlihat.

c) Sebuah kantong berisi 50 bola merah dan 25 bola biru. Bola dikeluarkan dan tidak diganti sampai warna biru pertama diambil. X = jumlah bola yang dikeluarkan.
d) Sebuah tas berisi 2n bola merah dan n bola biru, di mana n sangat besar. Bola dikeluarkan sampai warna biru pertama diambil. X = jumlah bola yang dikeluarkan.
e) Sepasang dadu yang adil dilempar sampai terlihat dadu ganda. X = berapa kali dadu dilempar.
f) Sepasang dadu yang adil dilempar sebanyak 25 kali. X = rata-rata jumlah angka yang digulirkan.

2. Untuk setiap distribusi geometris berikut, nyatakan modus dan rata-ratanya, serta tentukan mediannya.
   a) X - Geo(0.6)
   b) Y Geo(0.4)
   c) X — Geo(0.2).

3. Untuk situasi berikut, nyatakan asumsi apa yang diperlukan jika distribusi geometrik akan digunakan untuk memodelkannya dan berikan nilai p yang akan digunakan. Jelaskan setiap situasi di mana Anda merasa asumsi tersebut dipertanyakan. (Anda tidak diharapkan untuk melakukan perhitungan apa pun.)
   a) Rata-rata, seorang petugas lalu lintas memberikan tiket parkir kepada 8% dari mobil yang diperiksanya. Berapa banyak mobil yang dia periksa sebelum dia memberikan tiket pertama hari itu?
   b) Sebuah kotak memiliki 48 sekrup di dalamnya. Rata-rata, 2% sekrup yang dibuat oleh pabrikan itu rusak. Berapa banyak sekrup yang dapat diambil dari kotak sebelum ada yang rusak?
   c) Sebuah kantong berisi lima bola merah, tiga bola biru, dan dua bola hijau. Bola dikeluarkan dan warna dicatat sebelum bola dikembalikan. Ini dilakukan berulang kali. Berapa banyak bola yang diambil hingga dan termasuk melihat bola hijau pertama?
   d) Sebuah drum besar berisi bola-bola berwarna; 50% berwarna merah, 30% berwarna biru dan 20% berwarna hijau. Bola dikeluarkan dan warnanya dicatat (bola tidak dikembalikan). Ini dilakukan berulang kali. Berapa banyak bola yang diambil hingga dan termasuk melihat bola hijau pertama?

4. Seorang pemancing yang baik berpikir berapa kali dia harus melemparkan lalatnya sebelum mendapatkan tangkapan dapat dimodelkan dengan distribusi geometris. Dia mencatat jumlah gips yang dia buat dan termasuk tangkapan untuk 80 tangkapan. Hasilnya dirangkum dalam tabel.

Number of casts	1	2	3	4	5	6	7	8
Frequency	42	20	9	5	2	1	0	1

   a) Hitung rata-rata jumlah gips yang dia buat per tangkapan.

b) Hitung frekuensi yang diharapkan dari mengamati 1 sampai 8 lemparan hingga dan termasuk tangkapan (untuk 80 tangkapan) menggunakan parameter untuk distribusi geometrik yang memiliki rata-rata yang sama dengan hasilnya.
c) Apakah menurut Anda distribusi geometris adalah model yang baik untuk situasi ini? Jelaskan, berikan alasan untuk jawaban Anda.

Latihan Soal Tambahan

1. Jika X — Geo(0.2) tentukan a) P(X = 4)
   a) P(X = 4)
   b) P(X > 6)

2. Jika X — Geo(0.9), nyatakan nilai E (X).

3. Jika X — Geo(— 31 temukan a) P(X = 3)
   a) P(X = 3)
   b) E(X)
   c) P{ X > E(X)}

4. Jika X — Geo(0.4) tentukan
   a) P (X = 3)
   b) P(X > 3)
   c) P(X = 6IX > 3).
   d) Jelaskan sifat distribusi geometris apa yang menjadi contoh jawaban Anda untuk bagian (a) dan (c).

5. Jika X — Geo(0.1), cari P{X < E(X)}.

6. Jika X adalah variabel acak geometris dan E(X) = 4, tentukan
   a) P(X = 1)
   b) P(X > 3).

7. Sebuah pemintal yang adil memiliki delapan bagian yang sama bernomor 1 sampai 8. Ini harus diputar sampai mendarat di bilangan prima. Berapa probabilitas bahwa ia mendapatkan lebih dari empat putaran untuk melihat bilangan prima untuk pertama kalinya?

8. Hanya 2% kendaraan di ruas jalan tertentu yang bersedia berhenti untuk memberikan tumpangan kepada pejalan kaki. Amir ingin menumpang di jalan itu. Carilah peluang bahwa ia belum mendapat tumpangan setelah 20 kendaraan melewatinya. Menurut Anda, apakah distribusi geometrik merupakan model yang baik untuk situasi ini? Jelaskan, berikan alasan untuk jawaban Anda.

9. Tiga puluh persen anggota kelompok kebugaran yang sangat besar berusia di atas 40 tahun. Perusahaan pemilik klub ingin mewawancarai sampel acak dari anggota yang berusia di atas 40 tahun. Sekretaris menggunakan database semua anggota, dan memilih anggota secara acak sampai dia menemukan anggota yang berusia di atas 40 tahun. Jika X menunjukkan jumlah anggota yang dipilih ke dan termasuk anggota pertama yang lebih dari 40, hitung:
   a) P(X = 4)
   b) P(X > 4)
   c) P(X < 4)

10. Adeline harus menyalakan api gas untuk neneknya setiap hari. Sulit untuk menyala, dan upaya berulang kali memiliki kemungkinan $\frac{1}{3}$ keberhasilan, tidak bergantung satu sama lain.
    a) Jika X adalah banyaknya percobaan yang diperlukan sampai api menyala pada hari tertentu, nyatakan distribusi X.
    b) Dengan menggunakan distribusi yang Anda nyatakan di bagian (a), hitung probabilitas i) P(X = 4) ii) P(X < 3).
    c) Status E(X).
    d) Hitung peluang bahwa tanggal pertama di bulan Maret di mana Adeline membutuhkan lebih sedikit dari jumlah rata-rata upaya untuk menyalakan api adalah tanggal 6 Maret.

11. a) Jika X_L , X_2 keduanya variabel acak geometris dengan parameter p, tunjukkan bahwa
    $P(X_1 + X_2 = 3) = 2p^2q$
    b) Jika Y,, Y2 keduanya variabel acak geometris dengan parameter 0,3, cari $P(Y_1 + Y_2 > 3)$

12. Y ~ Geo(p).
    a) Tunjukkan bahwa
       $P(Y \text{ genap}) = qp + q^3p + q^3p + \ldots$
       Dimana $q = 1 - p$
    b) Gunakan rumus jumlah hingga tak terhingga dari barisan geometri untuk menunjukkan bahwa $\mathrm{P}(Y \text{ genap}) = \frac{q}{1+q}$

13. Christina dan Novak memainkan permainan di mana mereka bergiliran melempar dadu yang adil. Christina yang pertama dan permainan berakhir ketika salah satu pemain melempar 6 pertama. Hitung:
    a) P(Novalc menang pada lemparan pertamanya)
    b) P(Christina menang pada lemparan ketiganya)
    c) P (Novak mendapat lemparan ketiga)
    d) P(Christina melempar tepat tiga kali)
    e) P (Novak memenangkan permainan).

Ringkasan bab

- Distribusi geometris didefinisikan sebagai
  P($X = r$) = $q^{r-1}p$ $\quad$ $r = 1, 2, 3,\ldots..$ $\quad$ $q = 1 - p$
- Parameter distribusi geometrik adalah p, probabilitas 'sukses' pada satu percobaan.
- Distribusi geometri sering ditulis sebagai X ~ Geo(p).
- P($X = r$) = q X $P(X = r - 1)$ relasi perulangan inilah yang mencirikan distribusi geometri
- P(X = r) > 0 untuk semua r - sehingga setiap distribusi geometri memiliki ruang kemungkinan tak terhingga (himpunan bilangan bulat positif)
- P($X = r$) < P($X = r - 1$) untuk semua r (kecuali dalam kasus remeh di mana p = 0 atau 1) - jadi modus dari setiap distribusi geometrik adalah 1.
- P($X = r \mid X > k$) = P($X = r - k$), $k < r$ kadang-kadang dikenal sebagai sifat tanpa memori dari distribusi geometris - bahwa waktu tunggu untuk kejadian tidak bergantung pada berapa banyak waktu telah berlalu (atau berapa banyak percobaan yang telah terjadi)
- Kondisi distribusi geometrik adalah:
  1. Setiap percobaan harus memiliki dua kemungkinan hasil yang sama.
  2. Hasil dari percobaan harus bebas satu sama lain.
  3. Probabilitas dari setiap hasil harus tetap konstan
- Jika X ~ Geo(p) maka E(X) = $\frac{1}{\rho}$

BAB 9
DISTRIBUSI NORMAL

Meskipun kekuatan komputer modern sekarang begitu besar sehingga banyak pemodelan dan simulasi sekarang didasarkan pada pengambilan sampel dari kumpulan data yang sangat besar daripada menghasilkan secara acak dari distribusi probabilitas seperti yang normal, itu masih merupakan distribusi yang sangat kuat dan banyak digunakan karena dari berbagai situasi di mana ia memberikan perkiraan yang sangat baik untuk realitas. Sangat banyak pengukuran makhluk hidup yang kira-kira normal, misalnya di ladang rapeseed ini panen per meter persegi, dan ketinggian tanaman rapeseed individu akan mendekati distribusi normal.

Tujuan

- Memahami penggunaan distribusi normal untuk memodelkan variabel acak kontinu, dan menggunakan tabel distribusi normal.
- Memecahkan masalah tentang variabel X, di mana X $\sim$ N(μ, σ^2), meliputi:
  - mencari nilai P(X > x_i), atau probabilitas terkait, mengingat nilai p, μ ,σ
  - mencari hubungan antara x_I, μ dan σ diberikan nilai P(X > x_1) atau probabilitas terkait.

Sebelum Anda mulai,

Anda harus mengetahui cara:

1. Menyelesaikan persamaan simultan linier, mis. menyelesaikan persamaan simultan

   $a + 1.25b = 18.25$ (1)

   $a - 0.90b = 7.50$ (2)

   kurangi (2) dari (1)

   $2.15b=10.75$; $b = 5$

   subtitusi 5 untuk b di (1)

   $a + 5 \times 1.25 = 18.25$; $a=12$

2. Substitusikan nilai-nilai menjadi sederhana persamaan, mis. cari x, jika y=5, a= 3, b = 2 dan $y = \frac{x-a}{b}$

   Pengganti y, a dan b: $5 = \frac{x-3}{2}$

   10 = x -3, x = 13

Pemeriksaan keterampilan:

1. Selesaikan persamaan simultan

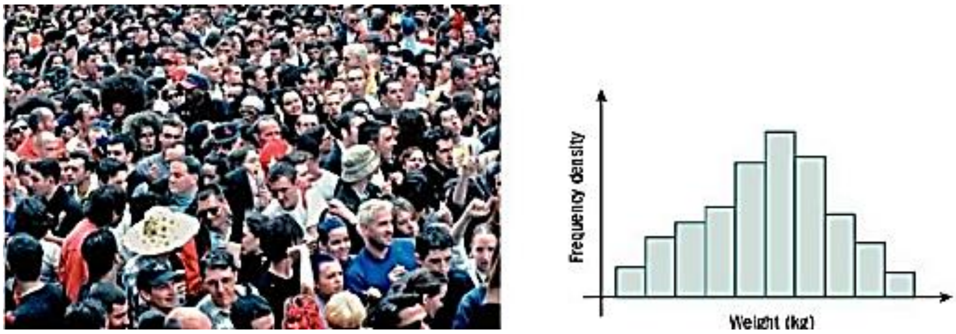
   $36 = \mu - 0.5\sigma$

   $46 = \mu + 0.5\sigma$

2. Temukan p ketika a =16, b=6, c=2 mengingat $p = \frac{a-b}{c}$

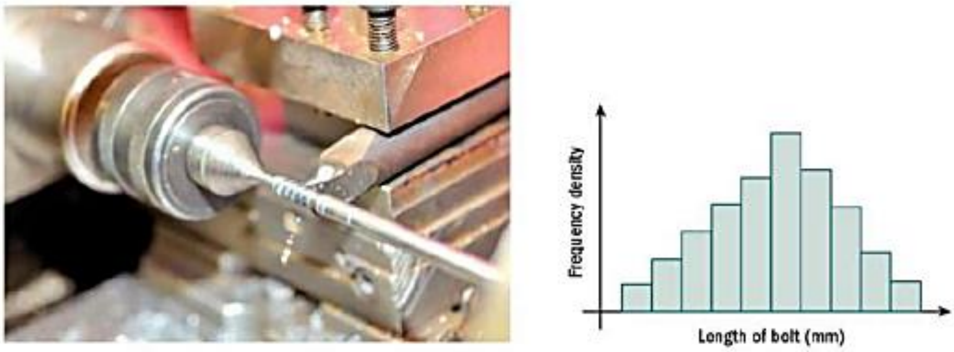
9.1 DISTRIBUSI PROBABILITAS KONTINU DAN DISTRIBUSI NORMAL

Distribusi normal sering terjadi di dunia nyata. Misalnya, tinggi badan, atau berat badan, orang sering mengikuti perkiraan distribusi normal.



Gambar 9.1 Diagram batang sebagai distribusi probabilitas normal orang yang berkerumun

Dimensi barang-barang manufaktur seringkali juga mengikuti distribusi normal.

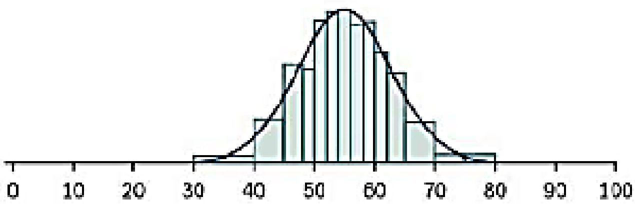


Gambar 9.2 barang manufaktur yang diubah menjadi diagram batang

Distribusi normal adalah jenis distribusi probabilitas kontinu.
Artinya:

- Berhubungan dengan variabel kontinu (tinggi, berat dll).
- Ini menggambarkan kemungkinan variabel ini mengambil rentang nilai tertentu.

Secara umum, distribusi normal terlihat seperti ini:



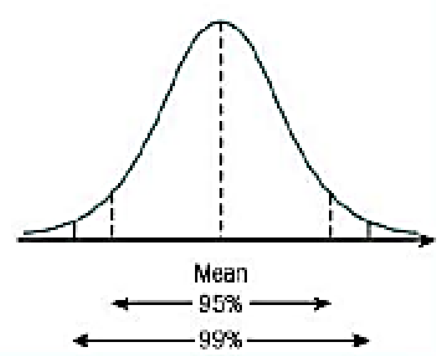
Gambar 9.3 grafik ditribusi normal secara umum

Tahukah kamu?
Fisikawan terkadang menyebut ini sebagai distribusi Gaussian. Bentuk fungsinya adalah

$$\mathrm{f}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

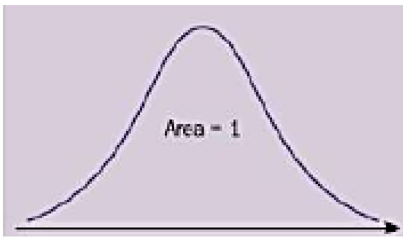
Rumus ini bukan bagian dari silabus Cambridge sehingga tidak diperlukan.
Distribusi normal ideal memiliki sifat-sifat sebagai berikut:

- Ini adalah simetris.
- Ini tidak terbatas di kedua arah.
- Memiliki satu puncak di tengah.
- Berkelanjutan.
- 95% dari nilai berada dalam kira-kira 2, standar deviasi rata-rata.
- 99% terletak dalam kira-kira 3 standar deviasi rata-rata

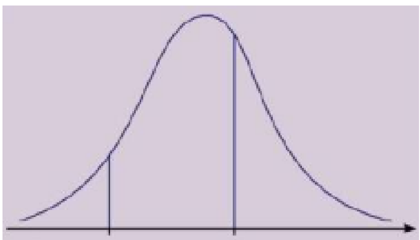


Gambar 9.4 grafik ideal distribusi normal

Dalam praktiknya, variabel kehidupan nyata biasanya tidak cocok dengan semua kondisi ini dengan sempurna dan situasinya hanya mendekati distribusi normal. Misalnya, tinggi dan berat tidak dapat mengambil nilai negatif, namun nilai nol dapat terjadi jauh ke arah ekor distribusi, seperti pada diagram di halaman sebelumnya, di mana ujung kiri grafik sudah hampir tidak terlihat di 20. Jika nilainya tidak mengarah ke ekor, maka distribusi normal tidak akan menjadi perkiraan yang masuk akal untuk digunakan dalam situasi tersebut.
Berikut ini akan memungkinkan kita untuk menghitung probabilitas:



Gambar 9.5 Total di bawah kurva normal adalah 1.



Gambar 9.6 Probabilitas bahwa X berada di antara a dan b adalah luas daerah di bawah kurva antara x=a dan x=b.

Skor standar

Distribusi normal memungkinkan kita untuk membuat perbandingan antara individu dalam populasi normal tertentu. Namun, menjadi lebih sulit dengan populasi normal yang berbeda — misalnya, kami menggunakan kriteria yang berbeda untuk menilai 'pria jangkung daripada yang kami gunakan untuk 'wanita jangkung'.

Pada tahun 2007 De-Fen Yao berusia 34 tahun dan tingginya 7 kaki 8 inci, menjadikannya wanita tertinggi yang pernah ada. Tapi bagaimana peringkatnya sebagai pria dalam hal tinggi badan?

Gambar 9.7 De-Fen Yao

Pria tertinggi yang tercatat adalah Robert Pershing Wadlow dengan tinggi 8 kaki 11" — diukur pada tahun 1940.

Gambar 9.8 Robert Pershing

Salah satu cara untuk membandingkan populasi normal yang berbeda adalah dengan membakukan skor — dengan melihat jaraknya dari rata-rata, lalu membaginya dengan ukuran standar deviasi.

- Untuk mencari skor standar, z, dari skor mentah, x, gunakan konversi $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ dimana μ adalah rata-rata dan v adalah standar deviasi dari skor mentah. "skor standar sering disebut z-score.

Proses ini memungkinkan perbandingan penampilan murid dalam mata pelajaran yang berbeda, atau atlet dalam kondisi yang berbeda. Namun, ini bukan satu-satunya proses yang dapat kami gunakan untuk membandingkan populasi normal, dan acara seperti decathlon dan heptathlon menggunakan sistem penilaian poin berdasarkan pendekatan yang berbeda.

Contoh 1

Dalam ujiannya, Alexandra mendapat nilai 75 dalam Sejarah dan 87 dalam Matematika. Untuk kelompok tahun secara keseluruhan, Sejarah memiliki skor rata-rata 63 dalam ujian dengan standar deviasi 8, sedangkan Matematika memiliki rata-rata 69 dengan standar deviasi 15. Bandingkan kinerja Alexandra dalam kedua mata pelajaran ini.

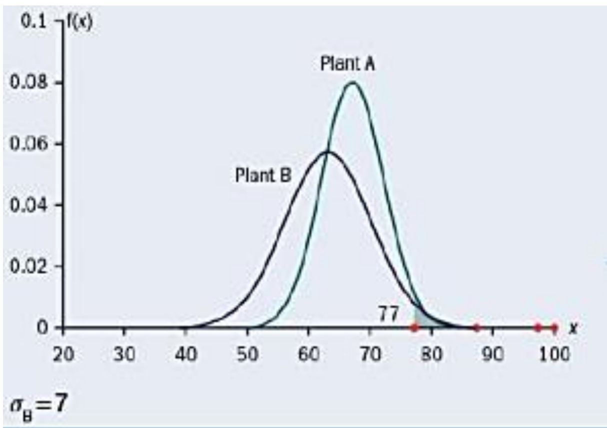
Untuk Sejarah, $z = \frac{75-63}{8} = 1.5$

Untuk Matematika, $z = \frac{87-69}{15} = 1.2$

Skor standar Alexandra z lebih tinggi dalam Sejarah daripada Matematika, jadi ada alasan untuk mengatakan bahwa kinerjanya lebih baik dalam Sejarah daripada Matematika. Jika kita mengetahui titik-titik yang berkorespondensi dalam dua distribusi, kita seharusnya dapat menghitung rata-rata atau standar deviasi yang tidak diketahui.

Contoh 2

Tinggi rata-rata tanaman tertentu (A) adalah 67cm, dan tingginya memiliki standar deviasi 5cm. Tanaman lain (B) memiliki tinggi rata-rata 63 cm. Proporsi yang sama dari kedua jenis tumbuhan tersebut yaitu lebih tinggi dari 77cm. Berapa standar deviasi tinggi tanaman B?



Gambar 9.10 Grafik rata-rata tinggi 2 Tanaman

Skala vertikal pada grafik ini adalah frekuensi relatif yang Anda temui di Bab 3. 77 cm adalah 10 cm di atas rata-rata untuk A, atau 2 standar deviasi. 77cm adalah 14cm di atas rata-rata B dan ini juga harus menjadi 2 standar deviasi, jadi standar deviasi tinggi tanaman B = 7.

Latihan 9.1

1. $\mu = 56 \quad \sigma = 7$

   a) Carilah skor standar untuk skor mentah

i) 70 ii) 52.5
iii) 66.5 iv) 56.

b) Cari skor mentah untuk skor standar

i) 1.3 ii) −2.4
iii) −0.4 iv) 2.0.

2. $\mu = 87 \quad \sigma = 5$
   a) Carilah skor baku untuk skor mentah

      i) 80 ii) 59 iii) 91.3 iv) 86.7.

   b) Cari skor mentah untuk skor standar

      i) 2.3 ii) −2.1 iii) −0.6 iv) 1.0.

3. $\mu = 3 \quad \sigma = 12$
   a) Tentukan skor baku untuk skor mentah

      i) 15 ii) −3 iii) −27 iv) 5.8.

   b) Temukan skor mentah untuk skor standar

      i) 0.7 ii) −1.3 iii) −0.2 iv) 1.8.

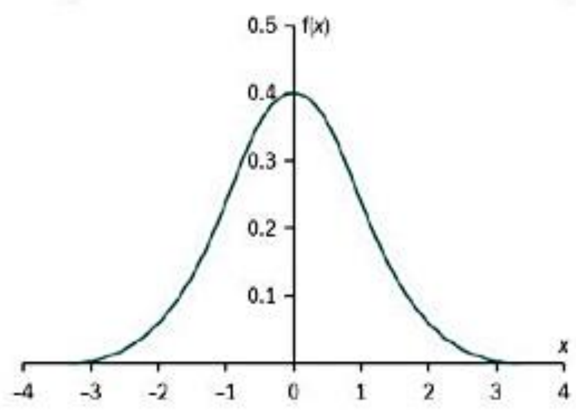
4. a) Jika p=64, dan skor mentah 76 memiliki skor-z 2, tentukan a.
   b) Jika a=10, dan skor mentah 43 memiliki skor-z —1,6, cari p.

5. X memiliki y=48 dan u= 10. Y memiliki rata-rata 51 jika proporsi X dan Y yang sama di atas 68, tentukan simpangan baku Y.

6. X memiliki p=549 dan u=34. I' memiliki standar deviasi 47. Jika proporsi X dan Y yang sama di atas 600, tentukan rata-rata Y.

9.2 DISTRIBUSI NORMAL STANDAR

- Distribusi normal ditulis sebagai $X \sim N(\mu, \sigma^2)$
  Ini berarti 'X terdistribusi sebagai variabel acak normal dengan rata-rata p dan varians 62'. Karena semua distribusi normal memiliki bentuk dasar yang sama, kita hanya perlu memiliki probabilitas untuk satu kasus tertentu agar kita dapat menghitung probabilitas untuk semua kasus.



Gambar 9.11 Grafik Distribusi Normal standar

Distribusi normal standar memiliki rata-rata 0 dan varians 1. Variabel Z sering digunakan untuk distribusi normal baku.

- Untuk distribusi normal baku, Z N(0, 12) atau Z - N(0, 1).

Berhati-hatilah untuk membedakan antara varians dan standar deviasi - jika Anda diberikan N(83, 16), maka Anda perlu menggunakan standar deviasi 4.

Dengan mengonversi nilai ke distribusi normal standar, Anda dapat menggunakan tabel probabilitas untuk menghitung probabilitas distribusi normal apa pun.

Tabel 9.1 tabel distribusi Normal Z N(0,12) dan N(0,1)

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5 ADD	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359	4	8	12	16	20	24	28	32	36
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753	4	8	12	16	20	24	28	32	36
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141	4	8	12	15	19	23	27	31	35
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517	4	7	11	15	19	22	26	30	34
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879	4	7	11	14	18	22	25	29	32
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224	3	7	10	14	17	20	24	27	31
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549	3	7	10	13	16	19	23	26	29
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852	3	6	9	12	15	18	21	24	27
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133	3	5	8	11	14	16	19	22	25
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389	3	5	8	10	13	15	18	20	23
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621	2	5	7	9	12	14	16	19	21
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830	2	4	6	8	10	12	14	16	18
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015	2	4	6	7	9	11	13	15	17
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177	2	3	5	6	8	10	11	13	14

Tabel 9.1 memberi Anda $P(Z \leq z) = P(Z < z)$, di mana z adalah nilai apa pun dari 0 hingga 3 (di luar itu probabilitas menjadi sangat kecil sehingga dapat diabaikan).

Untuk mencari $P(Z \leq 1)$:

Temukan z = 1.0 pada tabel.

Lanjutkan ke kolom 0, dan bacakan nilai di bawah ini:

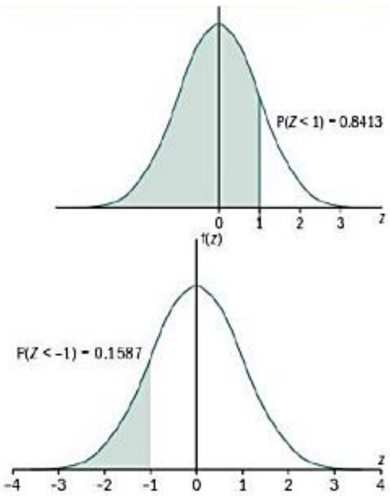
P(Z $\leq$ 1) =0,8413.

Karena distribusi normal simetris, tabel hanya memberi Anda setengah dari himpunan probabilitas - separuh lainnya identik.

Jadi untuk mencari $\mathrm{P}(\mathrm{Z} \leq -1)$

$$\begin{aligned} \mathrm{P}(\mathrm{Z} \leq -1) &= \mathrm{P}(\mathrm{Z} > 1) = 1 - \mathrm{P}(\mathrm{Z} \leq 1) \\ &= 1 - 0.8413 \\ &= 0.1587 \end{aligned}$$

Catatan: karena distribusi normal kontinu, probabilitas nilai tertentu adalah nol, jadi tidak ada bedanya apakah pertidaksamaan ketat atau tidak.

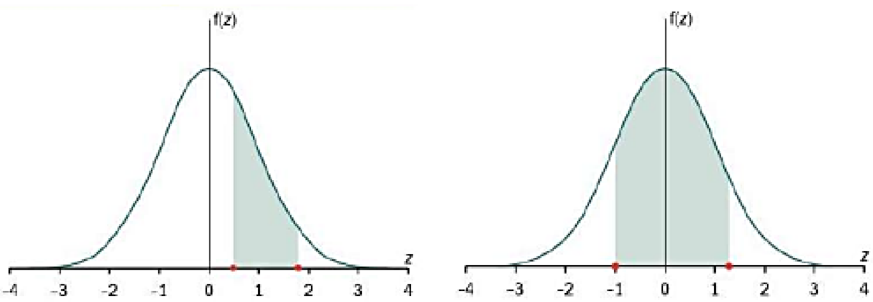


Gambar 9.12 perbedaan distribusi Normal (Z < 1) dan (Z < -1)

Karena Anda selalu menggunakan distribusi normal standar untuk menemukan probabilitas, ada baiknya memiliki notasi khusus untuk ini. Kami menulis $\emptyset(x) = \mathrm{P}(Z \leq z)$ Jadi $\emptyset(-k) = 1 - \emptyset(k)$dengan simetri.

Tabel 9.1 didefinisikan sebagai probabilitas Z $\leq$ z tetapi ini sama dengan probabilitas Z < z . Anda sering perlu menggunakan lebih dari satu nilai dalam tabel:

$$\mathrm{P}(0.5 \leq z \ \leq 1.8) = \ \emptyset(1.8) - \emptyset(0.5) = 0.9641 - 0.6915 = 0.2726$$
$$\mathrm{P}(-1 \leq z \ \leq 1.3) = \ \emptyset(1.3) - \emptyset(-1) = 0.9032 - (1 - 0.8413) = 0.7445$$



Gambar 9.13 Grafik probabilitas Z$\leq$ z

Itu selalu membantu untuk menggambar diagram sketsa yang jelas.
Tabel memungkinkan kita memberikan probabilitas (benar hingga 4 d.p.) untuk skor-z hingga 2 tempat desimal, dan estimasi probabilitas untuk tempat desimal ke-3 dalam z. -4 -3 -2 -1

Contoh 3

Jika Z ~ N(0, 1^2) carilah P(Z< 0,247).

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5 ADD	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359	4	8	12	16	20	24	28	32	36
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753	4	8	12	16	20	24	28	32	36
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141	4	8	12	15	19	23	27	31	35
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517	4	7	11	15	19	22	26	30	34
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879	4	7	11	14	18	22	25	29	32
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224	3	7	10	14	17	20	24	27	31

Untuk mencari probabilitas dengan z skor 0,247 menggunakan tabel, kita mencari baris yang sesuai dengan z = 0,2. Kami kemudian menemukan kolom dengan judul '4' (sesuai dengan tempat desimal kedua) dan kemudian kolom dengan judul '7' di bagian tambahan di sebelah kanan tabel utama. Kolom tambahan di sisi kanan ini memberikan probabilitas tambahan rata-rata untuk nilai tempat desimal ke-3 di bagian atas kolom. Kita tambahkan dua digit yang ditemukan dari kolom terakhir ke tempat desimal ketiga dari angka yang ditemukan di kolom sebelumnya, yaitu 0,5948+0,0027=0,5975 dan demikian, P(Z < 0,247) = 0,5975

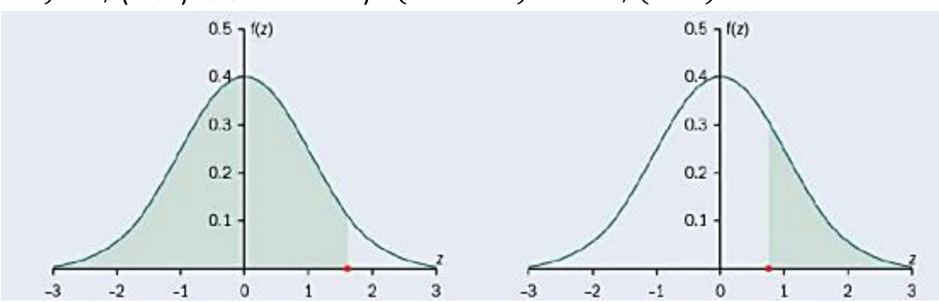
Contoh 4

Jika Z N(0, 1^2) cari

a) P(Z<1.62) b) P(Z>0.76) c) P(Z< -1.32) d) P(-1.2 < Z < 1.7)

Jawab:

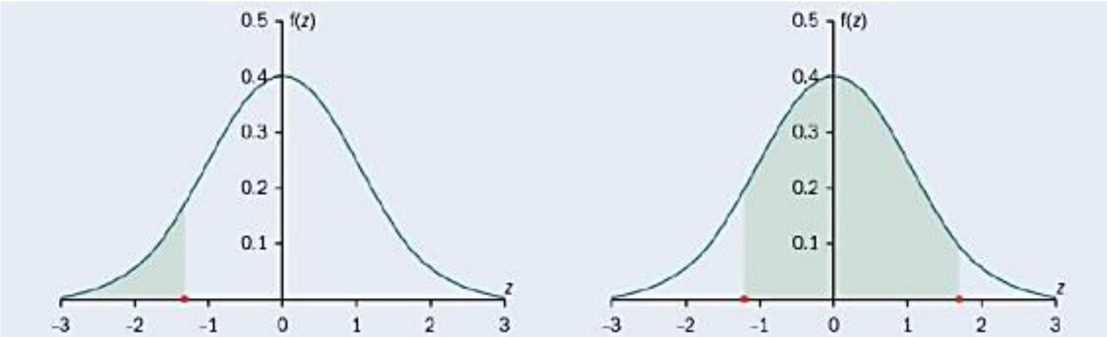
a) $\mathrm{P}(Z < 1.62) = \emptyset(1.62)$=0.9474 b) $\mathrm{P}(Z > 0.76) = 1 - \emptyset(0.76) = 1 - 0.7764 = 0.2236$



c) $\mathrm{P}(Z < 1.32) = 1 - \emptyset(1.32) = 1 - 0.9066;$

d) $\mathrm{P}(-1.2 < Z > 1.738) = \emptyset(1.738) - \emptyset(1.2) = \emptyset(1.738) - \left(1 - \emptyset(1.2)\right)$

$$= 0.9589 - (1 - 0.8849)$$
$$= 0.8438$$

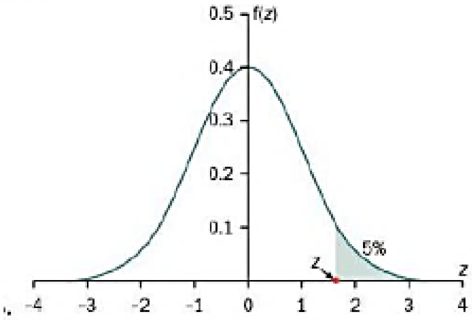


Jika Anda memiliki skor-z yang tidak terdaftar, seperti z = $\frac{5}{3}$ Anda harus melakukannya hitung hingga 3 tempat desimal dan gunakan nilai itu.

$\frac{5}{3}$ =1,6666... =1,667 (3 d.p.)

Φ (1,667) = 0,9522

Ada set tabel kedua yang memberikan skor z yang tepat untuk sejumlah probabilitas ekor yang terbatas. Ini memungkinkan kami untuk menghitung z-score yang sesuai dengan proporsi tertentu.

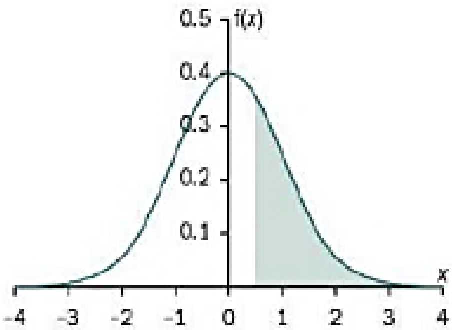


Misalnya, pertimbangkan nilai-z yang sesuai dengan 5% teratas. -4

p	0.75	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9975	0.999	0.9995
z	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	2.807	3.090	3.291

Tabel tersebut menunjukkan bahwa z = 1,645 (menggunakan p = 0,95). Jika Anda perlu menemukan skor-z yang sesuai dengan probabilitas yang tidak tercantum, Anda dapat menggunakan tabel utama untuk menemukan perkiraan.

Sebagai contoh, pertimbangkan skor-z dengan Φ (z) =0,5885.



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5 ADD	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359	4	8	12	16	20	24	28	32	36
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753	4	8	12	16	20	24	28	32	36
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141	4	8	12	15	19	23	27	31	35
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517	4	7	11	15	19	22	26	30	34
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879	4	7	11	14	18	22	25	29	32

Bahkan menggunakan koreksi tempat desimal ketiga, tidak ada z-score yang memberikan tepat 0,5885. Yang terdekat yang bisa kita dapatkan adalah 0.5886 ketika z adalah 0,224.

Latihan 9.2

Semua pertanyaan ini berhubungan dengan distribusi normal baku, yaitu Z $\sim$ N (0, 1^2).

1. Tentukan

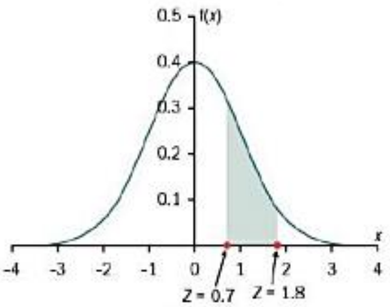
   a) $\Phi(-0.06)$ b) $\Phi(2.63)$ c) $\Phi\left(\frac{4}{5}\right)$ d) $\Phi(2.5)-\Phi(1.2)$ e) $\Phi(1.43)-\Phi(-1.03)$.

2. Hitung

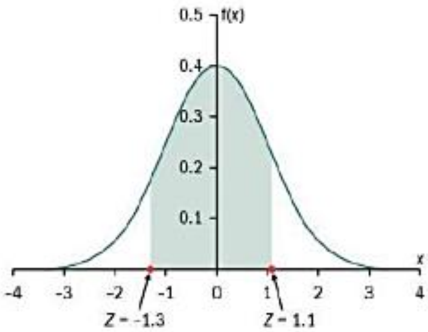
   a) $P(Z<1.08)$ b) $P(Z>-0.3)$ c) $P(Z<-0.72)$ d) $P\left(\frac{5}{4}<Z<\frac{13}{6}\right)$.

3. Tentukan probabilitas yang ditunjukkan oleh garis yang diarsir daerah.

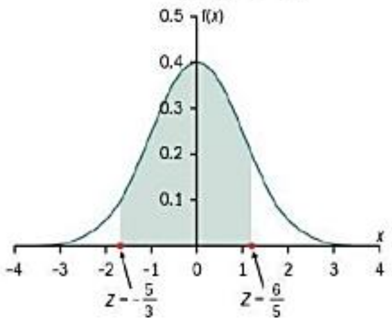
a)



b)



c)



4. Temukan

   a) $P(-1.8 < Z < 1.8)$

   b) $P(-0.72 < Z < 0.72)$

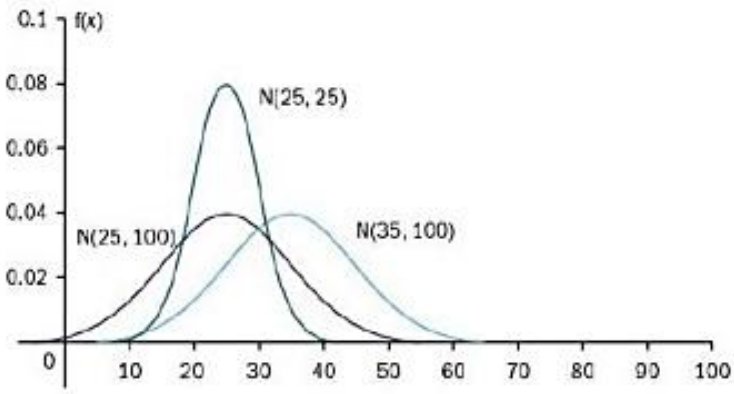
   c) $P(Z<-2.8 \text{ or } Z>2.1)$

   d) $P(Z<1.4 \text{ or } Z>1.7)$.

5. Hitung z-score yang memotong
   a) 10% teratas
   b) 0,5% teratas
   c) 2,5% terbawah
   d) 20% terbawah
   e) 6% teratas
   f) 1,7% terbawah

9.3 MENGHITUNG PROBABILITAS DISTRIBUSI N(P, GIL).

Semua distribusi normal pada dasarnya memiliki bentuk yang sama — mereka mungkin memiliki pusat yang berbeda, atau lebih memuncak, tetapi semuanya dapat distandarisasi ke distribusi N(0, 1).



Untuk distribusi X $\sim$ N (μ, g^2), kita dapat menemukan probabilitas X mengambil rentang nilai melalui berikut ini.

- Pertama hitung z dengan menggunakan $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$
- Kemudian gunakan tabel probabilitas untuk mencari ϕ(z).
- Tentukan probabilitas yang diperlukan, mengacu pada sketsa.

Contoh 5

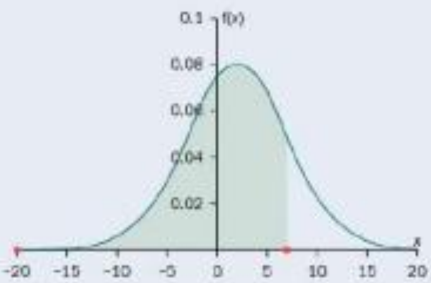
$X \sim N(2, 5^2)$.

Find **a)** $P(X<7)$ **b)** $P(X>11)$ **c)** $P(|X|<3)$
d) $P(|X-2|<6)$ **e)** x such that $P(X>x)=0.05$.

a) $P(X<7)$

$z=\frac{x-\mu}{\sigma} \Rightarrow z=\frac{7-2}{5}=1$

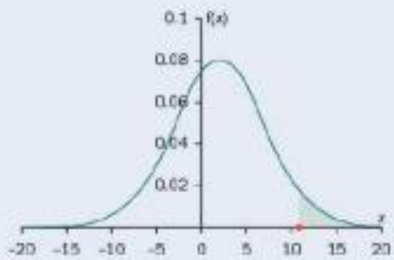
$P(X<7)=P(Z<1)=\Phi(1)=0.8413$

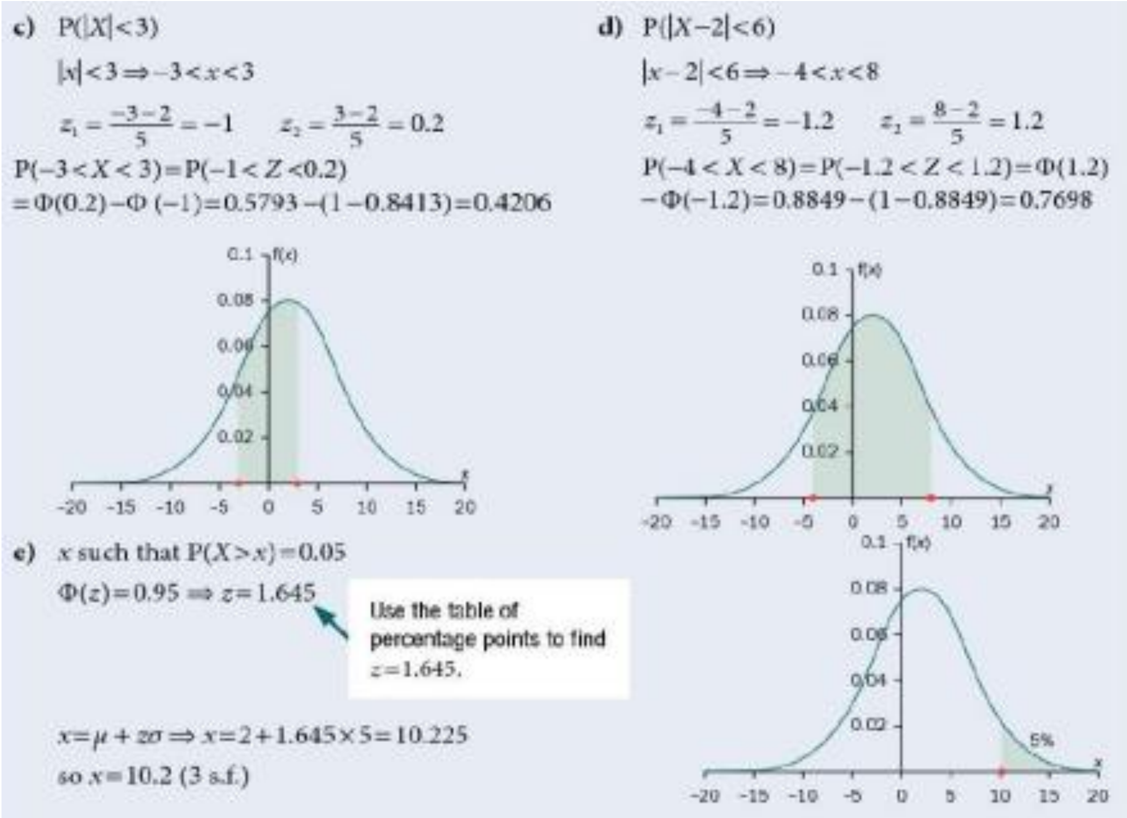


b) $P(X>11)$

$z=\frac{x-\mu}{\sigma} \Rightarrow z=\frac{11-2}{5}=1.8$

$P(X>11)=P(Z>1.8)=1-\Phi(1.8)$
$=1-0.9641=0.0359$





c) $P(|X|<3)$

$|x|<3 \Rightarrow -3<x<3$

$z_1 = \frac{-3-2}{5} = -1 \qquad z_2 = \frac{3-2}{5} = 0.2$

$P(-3<X<3) = P(-1<Z<0.2)$

$= \Phi(0.2) - \Phi(-1) = 0.5793 - (1-0.8413) = 0.4206$

d) $P(|X-2|<6)$

$|x-2|<6 \Rightarrow -4<x<8$

$z_1 = \frac{-4-2}{5} = -1.2 \qquad z_2 = \frac{8-2}{5} = 1.2$

$P(-4<X<8) = P(-1.2<Z<1.2) = \Phi(1.2)$

$-\Phi(-1.2) = 0.8849 - (1-0.8849) = 0.7698$

e) x such that $P(X>x) = 0.05$

$\Phi(z) = 0.95 \Rightarrow z = 1.645$

Use the table of percentage points to find $z = 1.645$.

$x = \mu + z\sigma \Rightarrow x = 2 + 1.645 \times 5 = 10.225$

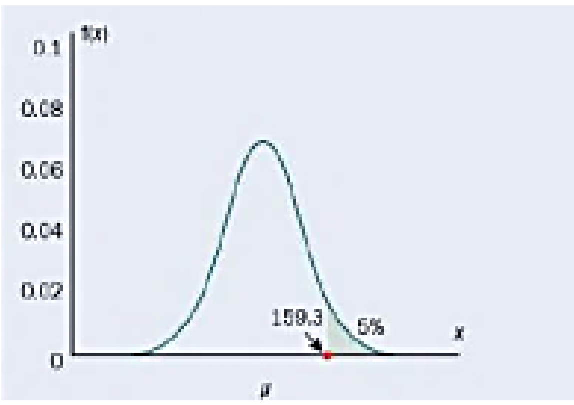
so $x = 10.2$ (3 s.f.)

Jika kami diberi informasi yang cukup, kami dapat mengerjakan u atau c atau keduanya. Ketika Anda diberi probabilitas dan harus menghitung x, gunakan tabel poin persentase sebagai gantinya, kecuali jika tidak diberikan.

Contoh 6

X terdistribusi secara normal sehingga X ~ N(μ, 36). Juga, diketahui bahwa P(X > 159,3) = 0,05. Hitung nilai μ benar sampai 1 tempat desimal.

$$\phi(z) = 0.95 \Rightarrow z = 1.645$$
$$z = \mu + z\sigma \Rightarrow 159.3 = \mu + 1.645 \times 6$$
$$\Rightarrow \mu = 159.3 - 1645 \times 6 = 149.43$$
$$\text{jadi } \mu = 149.4 \text{ (1d.p.)}$$



Contoh 7

$X \sim N(37.1, \sigma^2), \mathrm{P}(X > 51.3) = 0.04$

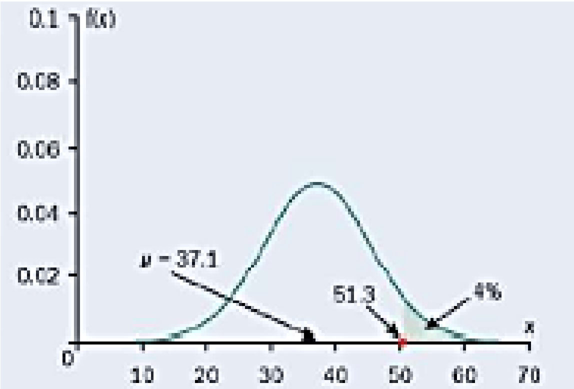
Hitung nilai σ

$\phi(z) = 0.96 \Rightarrow z = 1.751$

$z = \mu + z\sigma \Rightarrow 51.3 = 37.1 + 1.751 \times \sigma$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{51.3 - 37.1}{1.751} = 8.1096 \ldots$$

$$= 8.11 \text{ (3 s.f)}$$



Contoh 8

$X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2), \mathrm{P}(X < 37) = 0.1, \mathrm{P}(X > 49.3) = 0.2,$

Hitung nilai p dan a.

Petunjuk: Di sini Anda perlu membentuk sepasang persamaan simultan.

$\phi(z_1) = 0.1 \Rightarrow z_1 = -1.282$

$\phi(z_2) = 0.8 \Rightarrow z_2 = 0.842$

Menggunakan $x = \mu + z\sigma$

$49.3 = \mu + 0.842 \times \sigma$

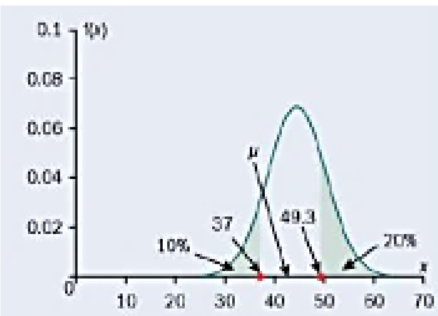
$37 = \mu - 1.282 \times \sigma$

Mengurangi $\Rightarrow 12.3 = 2.124\sigma$

$$\sigma = \frac{12.3}{2.124} = 5.793 \ldots = 5.79 \text{ (3 s.f)}$$

$\mu = 37 + 1.282 \times 5.7909 \ldots = 44.424 \ldots$

$= 44.4 \text{ (3 s.f)}$



Perhatikan bahwa 0,9 diberikan dalam tabel probabilitas ekor tetapi 0,842 tidak, sehingga skor-z 0,842 ditemukan di bagian utama tabel.

Latihan 9.3

1. $X \sim N(47, 5^2)$.
   Find a) $P(X<56)$ b) $P(X>51)$ c) $P(X<42)$.
2. $X \sim N(32, 16)$
   Find a) $P(X<30)$ b) $P(X>25)$ c) $P(X<30.3)$.
3. $X \sim N(4, 9)$
   Find a) $P(X<10)$ b) $P(X>5)$ c) $P(|X|<3)$.
4. $X \sim N(1750, 165^2)$
   Find a) $P(X<1750)$ b) $P(X>1780)$ c) $P(|X-1750|<165)$.
5. $X \sim N(0, 20)$
   Find a) $P(X<10)$ b) $P(X>2.5)$ c) $P(-3<X<5)$.
6. $X \sim N(25, 16)$
   Find a) x such that $P(X>x)=0.05$ b) y such that $P(X<y)=0.6$.
7. $X \sim N(83.2, 4.5^2)$
   Find a) x such that $P(X>x)=0.01$
   b) y such that $P(X<y)=0.3$
   c) z such that $P(X<z)=0.78$.
8. $X \sim N(0, 15)$
   Find a) x such that $P(|X|<x)=0.8$
   b) y such that $P(|X|>y)=0.6$.
9. $X \sim N(\mu, 5^2)$, $P(X>23.4)=0.05$.
   Calculate the value of μ.
10. $X \sim N(42, \sigma^2)$, $P(X>48.3)=0.01$.
    Calculate the value of σ.

11. $X \sim N(\mu, 16)$, $P(X > -3) = 0.98$.
    Calculate the value of μ.

12. $X \sim N(186, \sigma^2)$, $P(X < 193) = 0.92$.
    Calculate the value of σ.

13. $X \sim N(-32, \sigma^2)$, $P(X < -31.3) = 0.9$.
    Calculate the value of σ.

14. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $P(X < 27) = 0.2$, $P(X > 35) = 0.3$.
    Calculate the values of μ and σ.

15. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $P(X < 78) = 0.6$, $P(X > 89) = 0.2$.
    Calculate the values of μ and σ.

16. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $P(X < 2.1) = 0.6$, $P(X < 2.7) = 0.7$.
    Calculate the values of μ and σ.

17. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $P(X > 1056) = 0.6$, $P(X > 1132) = 0.2$.
    Calculate the values of μ and σ.

18. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $P(X < 47.3) = 0.5$, $P(X > 52) = 0.2$.
    Calculate the values of μ and σ.

9.4 PEMODELAN DENGAN DISTRIBUSI NORMAL

Pengantar bab ini merujuk pada penggunaan distribusi normal dalam kehidupan nyata. Bagian ini menyatukan teknik-teknik yang dibahas sejauh ini, menjelaskan bagaimana distribusi normal digunakan dalam praktik dan bagaimana mengevaluasi apakah itu model yang memadai untuk situasi tertentu.

Pertimbangkan karakteristik distribusi normal.

- Ini adalah simetris.
- Ini tidak terbatas di kedua arah.
- Memiliki puncak tunggal di tengahnya.
- Berkelanjutan.

Histogram dari banyak populasi yang diamati dari fenomena yang terjadi secara alami secara kasar memiliki bentuk lonceng yang menentukan distribusi normal, tetapi banyak dari populasi tersebut tidak mungkin memiliki distribusi normal yang tepat. Ini adalah panggilan penilaian kapan penggunaannya adalah model yang berguna karena itu adalah model yang masuk akal, yaitu perkiraan yang baik untuk kenyataan.

Alasan mungkin tidak tepat termasuk yang berikut:

- Beberapa distribusi miring. Jika Anda melihat kembali Bab 3 di mana Anda melihat representasi banyak kumpulan data secara grafis, performa dalam acara olahraga cenderung miring — performa yang lemah memiliki ekor yang lebih panjang daripada yang mungkin untuk performa terbaik; gaji awal rata-rata untuk berbagai tingkat pendidikan umumnya memiliki kemiringan positif. Distribusi normal mungkin masih menjadi model yang masuk akal untuk populasi yang tidak simetris sempurna, tetapi tidak boleh terlalu miring.

- Banyak (sebagian besar) pengukuran fisik tidak mengambil nilai negatif, sehingga distribusinya terpotong pada nol — dan tidak akan tak terhingga di kedua arah. Namun, jika rata-rata jauh lebih besar daripada standar deviasi, pengaruhnya dapat diabaikan.
- Hitungan kejadian, dan setiap konteks moneter, sebenarnya diskrit. Namun, jika jumlah hasil yang mungkin besar, distribusi normal (berkelanjutan) akan memberikan model yang masuk akal — asalkan kondisi lain di atas juga terpenuhi secara wajar.

Contoh 9

Panjang balok baja yang diproduksi di pabrik terdistribusi secara normal dengan panjang rata-rata 12,5m dan varian 0,0004 m^2. Gelagar harus berukuran antara 12,47 dan 12,53 meter untuk digunakan dalam konstruksi.

a) Temukan proporsi gelagar yang tidak dapat digunakan untuk konstruksi. Balok sangat mahal untuk diproduksi, dan perusahaan tidak senang dengan tingkat pemborosan ini. Mesin baru dipasang yang mengurangi varians produksi menjadi 0,0002 m' sambil mempertahankan distribusi normal dengan rata-rata yang sama seperti sebelumnya.

b) Temukan proporsi gelagar yang diproduksi oleh mesin baru yang tidak dapat digunakan untuk konstruksi.

Tahukah kamu?

Dalam kehidupan nyata, kita sering menjumpai angka-angka yang tampak janggal dan tidak perlu. Namun, memiliki gelagar baja dengan panjang yang hampir sama sangat penting untuk keselamatan bangunan.

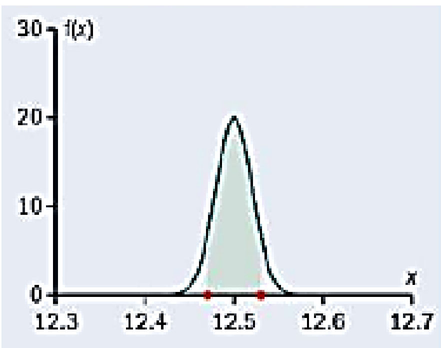
a) Standar deviasi produksi adalah 0,02 m, atau 2 cm.

$X \sim N(12.5, 0.02^2)$

$z_1 \sim \dfrac{12.47 - 12.5}{0.02} = -1.5;\ z_2 = \dfrac{12.53 - 12.5}{0.02} = 1.5$

$\mathrm{P}(12.47 < X < 12.53) = \mathrm{P}(-1.5 < Z < 1.5) = \phi(1.5) - \phi(-1.5)$

$= 0.9332 - (1 - 9332) = 0.8664$



13,4 % dari girder tidak dapat digunakan.

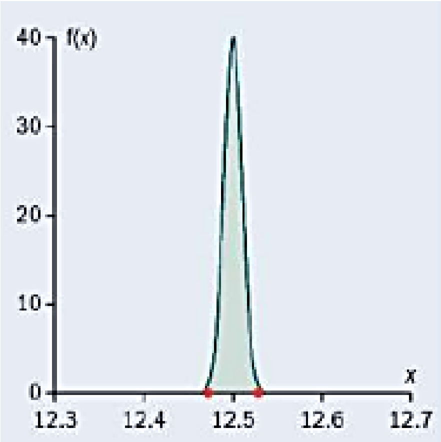
b) Simpangan baku produksi sekarang adalah 0,01 m, atau 1 cm.

$X \sim N(12.5, 0.01^2)$

$$z_1 \sim \frac{12.47 - 12.5}{0.01} = 3;\ z_2 = \frac{12.53 - 12.5}{0.01} = 3$$

$$\mathrm{P}(12.47 < X < 12.53) = \mathrm{P}(-3 < Z < 3) = \phi(3) - \phi(-3)$$

$$= 0.9987 - (1 - 9987) = 0.9974$$



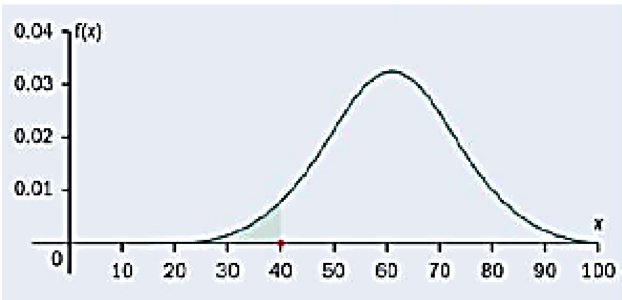
Saat ini hanya 0.26% balok dari mesin baru yang tidak dapat digunakan.

Jika kita memiliki data kinerja ujian historis, kita dapat memprediksi proporsi siswa yang akan mendapatkan nilai tertentu.

Contoh 10

Dalam suatu pemeriksaan nilai terdistribusi normal dengan rata-rata 60,7 dan standar deviasi 12,3.

a) Calon membutuhkan nilai minimal 40 untuk lulus. Kira-kira berapa persen kandidat yang gagal?
b) Dewan memberikan penghargaan kepada 10% kandidat terbaik. Apa tanda paling sedikit yang dibutuhkan seorang kandidat untuk mendapatkan perbedaan?
c) Daftar kandidat yang lulus diterbitkan sehari sebelum daftar perbedaan. Berapa peluang seorang kandidat yang lulus akan mendapatkan perbedaan?
d) Evaluasi asumsi bahwa tanda terdistribusi secara normal dalam konteks ini.



a) $X \sim N(12.5, 0.02^2)$

$$z \sim \frac{40 - 60.7}{12.3} = -1.6829 \dots \dots$$

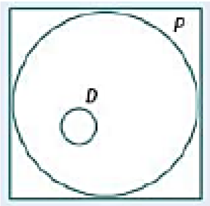
$$\mathrm{P(fail)} = \mathrm{P(X < 40)} = \mathrm{P(Z - 1.6829 \dots)}$$

$$= 1 - \Phi(1.683) = 1 - 0.9538 = 0.0462$$

jadi kira-kira 5% kandidat gagal.

$X \sim N(60.7, 12.2^2)$
$\Phi(z) = 0.9 \Rightarrow z = 1.2816$
$x = 60.7 + 1.2816 \times 12.3 = 76.46368$
jadi seorang kandidat harus mendapat skor minimal 77 untuk mendapatkan perbedaan.

c) Ini adalah probabilitas bersyarat, tetapi pengurutan khusus —himpunan kandidat yang mendapat perbedaan adalah subhimpunan dari kandidat yang lulus ujian.
Oleh karena itu $\mathrm{P}(\mathrm{D} \cap \mathrm{Pass}) = \mathrm{P}(D)$ dan $\mathrm{P}(\mathrm{D}|\mathrm{Pass}) = \frac{\mathrm{P(D)}}{\mathrm{P(Pass)}} = \frac{0.1}{0.9538} = 0.1048 \ldots = 10.5\%$



d) Distribusi yang diberikan hanya dapat berupa perkiraan, karena tanda akan menjadi nilai bilangan bulat non-negatif saja. Normal, dengan rata-rata dan varians yang sama dengan data historis, seringkali menjadi model yang baik untuk distribusi tanda.

Perusahaan yang memproduksi makanan kemasan biasanya diharuskan oleh undang-undang untuk menyatakan perkiraan berat isinya. Mereka harus dapat menunjukkan bahwa jarang produk mereka mengandung kurang dari yang tertulis di kemasan. Namun, semua proses produksi tunduk pada variasi. Standar deviasi adalah ukuran variabilitas distribusi. Dalam manufaktur, hal ini biasanya bergantung pada kualitas mesin yang digunakan, di mana rata-rata dapat disesuaikan dengan pengaturan kontrol - jadi masuk akal jika standar deviasi dapat diketahui meskipun rata-ratanya tidak.

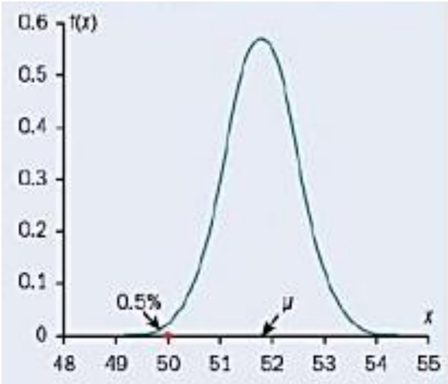
Contoh 9, 10, 11 dan 12 adalah semua konteks di mana nilai negatif dari variabel tidak mungkin terjadi dalam konteks. Dalam setiap kasus, distribusi normal yang ditentukan akan memberikan probabilitas positif (walaupun kecil). Inilah mengapa kita berbicara tentang memodelkan situasi dengan distribusi normal - ini adalah deskripsi yang berguna meskipun bukan deskripsi yang sempurna.

Contoh 11

Sebuah mesin menuangkan cokelat leleh ke dalam cetakan. Deviasi standar dari jumlah yang dituangkan adalah 0.7 gram, dan jumlah rata-rata dapat diatur pada mesin. Jumlah yang dituangkan dapat diasumsikan mengikuti distribusi normal. Mesin tersebut akan memproduksi batangan yang labelnya bertuliskan 50g cokelat. Pengacara perusahaan ingin memiliki tidak lebih dari 0.5% batangan yang mengandung kurang dari berat yang diiklankan. Apakah rata-rata yang harus ditetapkan?

$\Phi(z) = 0.005 \Rightarrow z = -2.5758$
$x = \mu + zs \Rightarrow 50 = \mu - 25758 \times 0.7$
$\Rightarrow \mu = 50 - 25758 \times 0.7 = 51.80306 = 51.8 \text{ (3 s.f.)}$

Jadi mean harus ditetapkan pada 51.8 g.



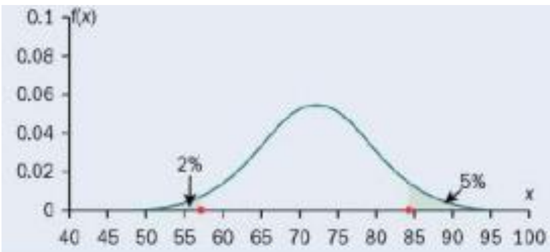
Contoh 12

Suatu maskapai penerbangan melakukan survei terhadap berat penumpang dewasa yang bepergian dalam penerbangannya. Ditemukan bahwa 5% memiliki berat lebih dari 84,3 kg dan 2% memiliki berat kurang dari 57,2 kg. Dengan asumsi bahwa bobot penumpang dewasa pada penerbangannya terdistribusi secara normal, cari mean dan standar deviasi dari bobot tersebut.

$$\Phi(z_1) = 0.02 \Rightarrow z_1 = -2.054 \qquad \Phi(z_2) = 0.95 \Rightarrow z_2 = 1.6449$$

menggunakan $\Rightarrow x = \mu + z\sigma$
$84.3 = \mu + 1.6449 \times \sigma$
$57.2 = \mu - 2.054 \times \sigma$

Pengurangan $\Rightarrow 27.1 = 3.6989\sigma$
$$\sigma = \frac{27.1}{3.6989} = 7.3265 \ldots = 7.33\ (3\ \text{s.f})$$
$$\mu = 57.2 + 2.054 \times 7.3265 \ldots = 72.2486 \ldots = 72.2\ (3\ \text{s.f})$$



Latihan 9.4

1. Skor IQ terdistribusi secara normal dan diukur pada skala yang memiliki rata-rata 100 dan standar deviasi 15. Carilah IQ, X, yang hanya dilampaui oleh 5% dari populasi.

2. Panjang, L meter, yang dilompati Philippe dalam lompat jangkit dapat dimodelkan dengan distribusi normal dengan rata-rata 15,85m dan varians 0,36 m^2.

a) Untuk lompatan yang dipilih secara acak, carilah peluang dia melompat paling sedikit 16,2 m.
   Dalam sebuah kompetisi, ada jarak kualifikasi 16,2m.
b) Temukan probabilitas bahwa dia melompati 16,5 inci, mengingat dia membuat jarak kualifikasi dengan lompatan itu.

3. Diameter piston yang diproduksi di suatu pabrik adalah Dcm, dimana D $\sim$ N(μ 0.12^2).
   a) Diketahui bahwa 5% piston memiliki diameter kurang dari 13,20 cm, tunjukkan bahwa μ =13,4.
      Toleransi yang ditentukan untuk piston adalah bahwa diameter harus minimal 13,35 cm dan tidak lebih dari 13,5 cm.
   b) Berapa proporsi produksi di pabrik yang memenuhi batas toleransi tersebut?
      Tiga piston dipilih secara acak.
   c) Berapa probabilitas bahwa tidak satupun dari mereka memenuhi batas toleransi?
   d) Evaluasi asumsi bahwa diameter piston terdistribusi secara normal dalam konteks ini.

4. Waktu, T menit, yang dibutuhkan oleh karyawan sebuah perusahaan besar untuk pergi bekerja dapat diasumsikan terdistribusi secara normal. Dari karyawan tersebut, 10% membutuhkan waktu setidaknya 40 menit untuk bepergian dan 0,5% membutuhkan waktu kurang dari 8 menit.
   a) Tentukan rata-rata dan simpangan baku dari T.
   b) Evaluasi asumsi bahwa waktu tempuh terdistribusi secara normal dalam konteks ini.

5. Umur operasional baterai yang diproduksi oleh satu produsen (A) terdistribusi secara normal dengan rata-rata 43 jam dan simpangan baku 4 jam.
   a) Temukan peluang bahwa baterai yang dipilih secara acak akan beroperasi selama lebih dari 40 jam.
   b) Berapa lama masa operasional yang dilampaui oleh 10% baterai dari pabrikan ini? Pabrikan saingan ingin dapat mengklaim bahwa 95% baterainya bertahan lebih lama dari rata-rata yang diproduksi oleh pabrikan A. Proses mereka juga memiliki standar deviasi 4 jam. c) Apa artinya proses pembuatan mereka harus dapat membuat klaim ini?

6. Sebuah mesin mengisi kaleng dengan sejumlah cairan yang berdistribusi normal, dengan rata-rata 330 ml dan standar deviasi 8 ml.
   a) Temukan peluang bahwa sebuah kaleng berisi kurang dari 320 ml.
   b) Tentukan peluang bahwa sebuah kaleng berisi antara 320 dan 345
   c) Berapa volume yang dilampaui oleh 5% kaleng? Mesin lain juga mendistribusikan cairan yang sama dengan jumlah yang mengikuti distribusi normal.
   d) Jika standar deviasi masih 8 ml, berapa jumlah rata-rata yang harus ditetapkan jika hanya 5% di bawah 320 ml?

e) Jika rata-rata tetap pada 330 ml, dan hanya 5% yang berada di bawah 320 ml, berapa standar deviasinya?

7. Bobot telur dari satu peternakan berdistribusi normal dengan rata-rata 53 g dan standar deviasi 4 g.
   a) Berapa peluang sebuah telur dari peternakan ini memiliki berat lebih dari 56 gram? Telur yang beratnya kurang dari 48 gram dibuang dan tidak dijual.
   b) Berapa peluang telur yang dijual dari peternakan ini memiliki berat lebih dari 56 gram?

8. Sebuah perusahaan mempekerjakan sejumlah besar staf administrasi. Saat perusahaan ingin mempekerjakan staf baru, kandidat diberikan tugas standar untuk diselesaikan, dan waktu yang mereka perlukan untuk menyelesaikan tugas dicatat. Terlihat bahwa waktu yang diambil oleh kandidat berdistribusi normal dengan rata-rata 360 detik dan standar deviasi 75 detik.
   a) i) Berapa proporsi pelamar yang membutuhkan waktu lebih dari 450 detik?
   ii) Berapa proporsi pelamar yang membutuhkan waktu antara 210 detik dan 450 detik?
   iii) Jam berapa yang dilampaui oleh 5% dari kandidat?
   Kandidat yang membutuhkan waktu lebih dari 450 detik otomatis ditolak dan kandidat yang membutuhkan waktu kurang dari 210 detik otomatis diterima. Sisanya diwawancarai.
   b) Berapa rata-rata waktu yang dibutuhkan oleh pelamar yang diwawancarai?

9. Volume minyak yang dituangkan ke dalam kaleng dalam suatu proses produksi diketahui memiliki standar deviasi 2,6 ml. Dari kalengnya, 22% berisi kurang dari 660 ml.
   a) Hitung volume rata-rata minyak dalam kaleng.
   b) Hitung proporsi kaleng yang berisi kurang dari 650 ml.

10. Sekrup yang diproduksi oleh suatu perusahaan memiliki panjang rata-rata 17,9 mm dan varian 0,04 mm2.
   a) Berapa proporsi sekrup yang kurang dari 17,5 mm? Semua sekrup yang berukuran kurang dari 17,5 mm atau lebih besar dari 18,4 mm tidak dapat dijual.
   b) Dalam kumpulan 1000 sekrup, berapa banyak yang Anda harapkan akan ditolak? Panjang rata-rata dapat disesuaikan dengan pengaturan pada mesin.
   c) Berapa rata-rata yang harus ditetapkan untuk memaksimalkan proporsi sekrup yang memenuhi spesifikasi? Jika sekrup terlalu pendek maka harus dibuang, tetapi jika terlalu panjang dapat diarsipkan agar dapat digunakan. Rata-rata ditetapkan pada 17,9 mm.
   d) Sebuah sekrup dipilih secara acak dan didapati cukup panjang untuk tidak dilepas. Evaluasi probabilitas bahwa itu perlu diajukan sebelum dapat dijual.

Latihan Soal Tambahan

1. IQ diukur pada skala dengan rata-rata 100 dan standar deviasi 15. Asumsikan bahwa IQ dapat dimodelkan dengan variabel acak normal, tentukan
   a) $P(Y > 130)$
   b) $P(73 \leq Y \leq 91)$
   c) nilai k, sampai 1 tempat desimal, sehingga $P(Y \leq k) = 0,2$.

2. Penampilan dalam lari cepat 100 meter sekelompok decathletes dimodelkan dengan distribusi normal dengan rata-rata 11,46 detik dan standar deviasi 0,32 detik. Penampilan kelompok decathletes di tolak peluru ini dimodelkan dengan distribusi normal dengan rata-rata 11,62 m dan standar deviasi 0,73 m.
   a) Hitunglah peluang seorang atlet yang dipilih secara acak berlari dalam lari cepat 100 meter lebih cepat dari 10,8 detik.
   b) Hitunglah peluang seorang atlet yang dipilih secara acak melakukan pukulan lebih jauh dari 12,8 m.
   c) Asumsikan bahwa untuk decathletes ini penampilan dalam dua event adalah independen, carilah probabilitas bahwa seorang atlet yang dipilih secara acak berlari sprint 100 meter lebih cepat dari 10,8 detik dan menempatkan tembakan lebih jauh dari 12,8 m.
   d) Evaluasi asumsi bahwa pertunjukan di dua acara itu independen.

3. Botol berisi mata air memiliki volume yang dinyatakan 330 ml. Botol-botol tersebut diisi oleh sebuah mesin, yang mengeluarkan volume yang berdistribusi normal dengan rata-rata 335 ml dan standar deviasi 5 ml.
   a) Temukan peluang botol berisi kurang dari volume yang dinyatakan.

   Botol memiliki kapasitas 345 ml. Setiap kali mesin mengeluarkan lebih dari ini, mata air tambahan akan tumpah.

   b) Hitunglah peluang botol berisi kurang dari volume yang dinyatakan, jika botol tidak meluap. Mesin baru dipasang.

   Hanya 0,5% botol meluap ketika jumlah rata-rata yang dikeluarkan oleh mesin baru diatur menjadi 335 ml.

   c) Tentukan deviasi standar dari jumlah mata air yang dikeluarkan oleh mesin baru.

4. Suatu variabel acak X berdistribusi normal.
   a) Jelaskan dua ciri distribusi X.

   Sebuah perusahaan memproduksi baterai yang memiliki rentang hidup yang terdistribusi secara normal. Hanya 2% baterai yang memiliki masa pakai kurang dari 230 jam dan 5% memiliki masa pakai lebih dari 340 jam.

   b) Tentukan rata-rata dan standar deviasi umur baterai.

   Perusahaan memberikan garansi 250 jam pada baterai. Mereka mendapat keuntungan Rp. 7.500.000 untuk setiap baterai yang mereka jual. Mengganti baterai dalam garansi membebani perusahaan Rp. 12.500.000,- .

c) Tentukan keuntungan rata-rata yang mereka peroleh dari penjualan 100 baterai setelah dilakukan penggantian dalam garansi.

5. Variabel acak X berdistribusi normal dengan rata-rata 253 dan varians 121.
   Tentukan
   a) P(X< 240)
   b) P(245<X< 275).
   Diketahui P(a $\leq$ X) =0,13.
   c) Tentukan nilai a.

6. Lamanya waktu yang dibutuhkan seorang pemeriksa untuk menandai naskah ujian dapat dimodelkan dengan distribusi normal dengan rata-rata 8 menit dan standar deviasi 90 detik.
   (a) Carilah waktu, t menit, sehingga satu naskah dalam enam akan membutuhkan waktu lebih lama dari t menit bagi pemeriksa untuk menandai.
   (b) Evaluasi asumsi bahwa waktu penandaan terdistribusi secara normal dalam konteks ini.

7. Ujian Statistik terdiri dari makalah tertulis dan proyek. Nilai untuk makalah tertulis, E, dapat dimodelkan dengan distribusi normal dengan rata-rata 62 dan standar deviasi 9. Nilai untuk proyek, F, dapat dimodelkan dengan distribusi normal dengan rata-rata 70 dan standar deviasi 6.
   a) Temukan P(E >80).
   b) Temukan p sehingga P(F>p)=P(E > 80).
   Perbedaan dalam ujian membutuhkan setidaknya 75 baik dalam makalah tertulis maupun proyek.
   c) Temukan probabilitas bahwa seorang kandidat mendapat perbedaan, dengan asumsi bahwa kinerja pada kertas tertulis dan proyek tidak tergantung satu sama lain.
   d) Mengomentari asumsi independensi pada bagian (c).

8. Variabel acak X $\sim$ N(μ, σ^2).
   Diketahui P(X $\leq$ 69) =0.0228 dan P(X $\geq$ 95)= 0.1056.
   a) i) Tunjukkan bahwa nilai a adalah 8.
      ii) Tentukan nilai μ.
   b) Cari P(71 $\leq$ X $\leq$ 81).

9. Sebuah komponen elektronik memiliki masa pakai yang dapat dimodelkan dengan distribusi normal dengan rata-rata 8000 jam dan standar deviasi 400 jam.
   a) Hitung probabilitas bahwa komponen yang dipilih secara acak akan bertahan
      i) kurang dari 7700 jam
      ii) antara 7500 dan 8300 jam
      iii) setidaknya satu tahun jika dipasang pada tanggal 1 Januari 2023.

Biaya produksi komponen tersebut adalah Rp. 2.150.000 bagi pabrikan. Pabrikan menawarkan jaminan opsional dengan biaya tambahan sebesar Rp. 500.000. Persyaratan garansi adalah bahwa pabrikan akan mengganti komponen secara gratis jika masa pakainya kurang dari 7000 jam, dan dengan biaya Rp. 750.000 kepada pelanggan jika masa pakainya antara 7000 dan 7500 jam.

b) Hitung keuntungan atau kerugian yang diharapkan pada setiap jaminan yang dijual oleh pabrikan.

10. IQ diukur pada skala dengan rata-rata 100 dan standar deviasi 15.
    a) Asumsikan IQ dapat dimodelkan dengan variabel acak normal Y, cari
       i) $P(Y > 120)$
       ii) $P(75 \leq 5 \leq 94)$.
    b) Berapa IQ terendah yang menempatkan seseorang di 0,5% populasi teratas?

11. Botol susu dinyatakan volumenya 500 ml. Botol-botol tersebut diisi oleh mesin yang mengeluarkan volume yang berdistribusi normal dengan rata-rata 505 ml dan standar deviasi 8 ml.

    i) Temukan peluang botol berisi kurang dari volume yang dinyatakan.

    Botol memiliki kapasitas 525ml. Setiap kali mesin mengeluarkan lebih dari ini, susu ekstra akan keluar.

    ii) Temukan probabilitas bahwa sebuah botol berisi kurang dari volume yang dinyatakan, mengingat botol tersebut tidak meluap

    Mesin baru dipasang. Hanya 0,1% botol meluap ketika jumlah rata-rata yang dikeluarkan oleh mesin baru diatur menjadi 505 ml.

    iii) Temukan standar deviasi dari jumlah susu yang dikeluarkan oleh mesin baru.

12. Tinggi tanaman kopi pada perkebunan rakyat di Kenya berdistribusi normal dengan rata-rata 3,2 m dan standar deviasi cm. Proporsi tumbuhan yang mempunyai tinggi lebih dari 3,4 m adalah 1,5%. Temukan nilai σ.

13. Suatu variabel acak X berdistribusi normal dengan mean ts dan standar deviasi a. Diketahui bahwa $P(X < 310) = 0{,}1$ dan $P(X > 340) = 0{,}05$. Temukan μ danσ.

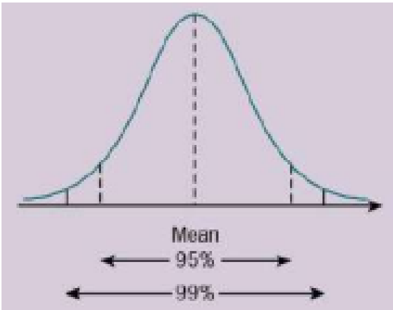
Ringkasan Bab

Distribusi probabilitas berkelanjutan dan distribusi normal

- Distribusi normal adalah kontinu, simetris, tak terhingga di kedua arah dan memiliki satu puncak di tengah.
  - 95% nilai berada dalam kira-kira 2 standar deviasi rata-rata;
  - 99% berada dalam kira-kira 3 standar deviasi rata-rata.

- Untuk mencari skor standar, z, dari skor mentah, x, gunakan konversi $z = \frac{x- \mu}{\sigma}$ di mana p adalah rata-rata dan cr adalah deviasi standar °- dari skor mentah. $x = \mu + z\sigma$ dapat digunakan untuk mengonversi skor standar kembali ke skor mentah.

- Tabel probabilitas untuk distribusi N(0, 1) memberikan probabilitas kumulatif (I)(z) untuk nilai z yang tidak negatif. Simetri distribusi memungkinkan nilai P(z) untuk z negatif dideduksi dari ini. Semua probabilitas kemudian dapat dikerjakan dengan menggunakan satu atau dua nilai dari tabel.



Distribusi normal baku
- Distribusi normal ditulis sebagai $X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$
- Distribusi normal standar memiliki mean 0 dan varians 1.

Menghitung probabilitas untuk distribusi N(μ, σ^2)
- Menghitung probabilitas untuk distribusi N(μ, σ^2) dilakukan dengan standarisasi skor an menggunakan tabel distribusi normal standar
- Menghitung rata-rata dan/atau standar deviasi yang tidak diketahui dilakukan dengan membangun satu atau dua persamaan yang melibatkan yang tidak diketahui dari informasi probabilitas yang diberikan dan kemudian memecahkan untuk yang tidak diketahui.

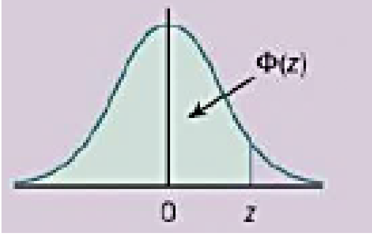
Tabel distribusi normal

Jika Z memiliki distribusi normal dengan rata-rata 0 dan varians 1 maka, untuk setiap nilai z, tabel tersebut memberikan nilai Φ(z), di mana

$\Phi(\mathrm{z}) = P(Z \leq z)$

Untuk nilai negatif z gunakan

$\Phi(-\mathrm{z}) = 1 - \Phi(\mathrm{z})$



Tabel 9.1 Tabel distribusi Normal dengan Rata-rata 0 dan Varian 1

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5 ADD	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359	4	8	12	16	20	24	28	32	36
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753	4	8	12	16	20	24	28	32	36
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141	4	8	12	15	19	23	27	31	35
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517	4	7	11	15	19	22	26	30	34
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879	4	7	11	14	18	22	25	29	32
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224	3	7	10	14	17	20	24	27	31
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549	3	7	10	13	16	19	23	26	29
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852	3	6	9	12	15	18	21	24	27
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133	3	5	8	11	14	16	19	22	25
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389	3	5	8	10	13	15	18	20	23
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621	2	5	7	9	12	14	16	19	21
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830	2	4	6	8	10	12	14	16	18
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015	2	4	6	7	9	11	13	15	17
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177	2	3	5	6	8	10	11	13	14
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319	1	3	4	6	7	8	10	11	13
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441	1	2	4	5	6	7	8	10	11
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633	1	2	3	4	4	5	6	7	8
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706	1	1	2	3	4	4	5	6	6
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767	1	1	2	2	3	4	4	5	5
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817	0	1	1	2	2	3	3	4	4
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857	0	1	1	2	2	2	3	3	4
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890	0	1	1	1	2	2	2	3	3
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916	0	1	1	1	1	2	2	2	2
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936	0	0	1	1	1	1	1	2	2
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952	0	0	0	1	1	1	1	1	1
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964	0	0	0	0	1	1	1	1	1
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974	0	0	0	0	0	1	1	1	1
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981	0	0	0	0	0	0	0	1	1
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Nilai kritis untuk distribusi normal

Jika Z memiliki distribusi normal dengan rata-rata 0 dan varians 1 maka, untuk setiap nilai p, tabel memberikan nilai z sehingga $\mathrm{P}(Z \leq z) = p$

p	0.75	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9975	0.999	0.9995
z	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	2.807	3.090	3.291

BAB 10
PERKIRAAN DISTRIBUSI NORMAL KE BINOMIAL

Ini adalah kasus khusus dari teorema yang sangat penting, teorema limit sentral, yang menyatakan bahwa distribusi rata-rata sampel berukuran n dari sebarang distribusi di bawahnya akan mendekati normal jika n cukup besar. Stabilitas mendasar dan konsistensi perilaku sejumlah besar peristiwa acak individual adalah dasar bagi beberapa produk keuangan dan pasar asuransi.

Tujuan

- Mengingat kembali kondisi di mana distribusi normal dapat digunakan sebagai pendekatan terhadap distribusi binomial (n cukup besar untuk memastikan bahwa naik *np*> 5 dan nig *np* > 5), dan menggunakan pendekatan ini, dengan koreksi kontinuitas, dalam memecahkan masalah.

Catatan

Anda harus mengetahui cara:

1. Menemukan rata-rata dan varians dari distribusi binomial, mis. jika X $\sim$ B(12, 0,6), tentukan mean dan varians dari X.
   Mean = 12 x 0,6 = 7,2
   Varians = 12 x 0,6 x 0,4 = 2,88

2. Hitung probabilitas menggunakan distribusi normal, mis. X $\sim$ N(30, 16).
   Temukan
   a) $\mathrm{P}(X < 20)$ b) $\mathrm{P}(X < 35)$
   Jawab
   a) $\mathrm{P}(X < 20) = \mathrm{P}\left(Z < \frac{20-30}{4} = -2.5\right)$
   $= \mathrm{P}(\mathrm{Z} > 2.5) = 1 - 0.9938 = 0.0062$
   b) $\mathrm{P}(X < 35) = \mathrm{P}\left(Z < \frac{35-30}{4} = 1.25\right) = 0.8944$

Latihan Soal:

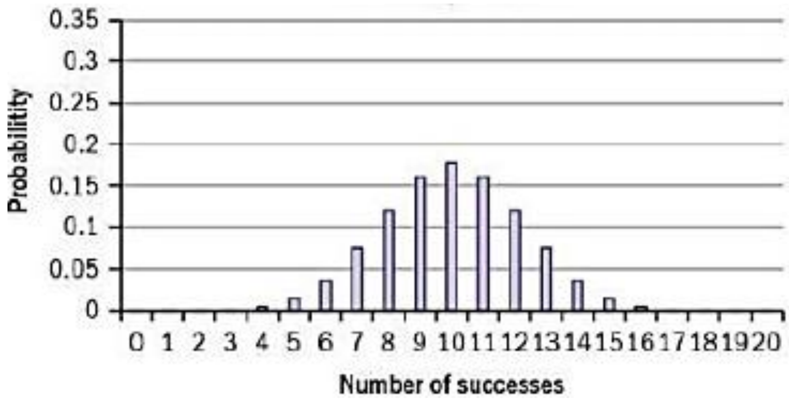
1. Jika X $\sim$ B(8, 0,3), cari mean dan varians dari X.

2. X $\sim$ N(4, 9). Tentukan:
   a) $\mathrm{P}(X < 10)$
   b) $\mathrm{P}(X > 5)$
   c) $\mathrm{P}(|X| < 3)$

10.1 BENTUK NORMAL DARI BEBERAPA DISTRIBUSI BINOMIAL

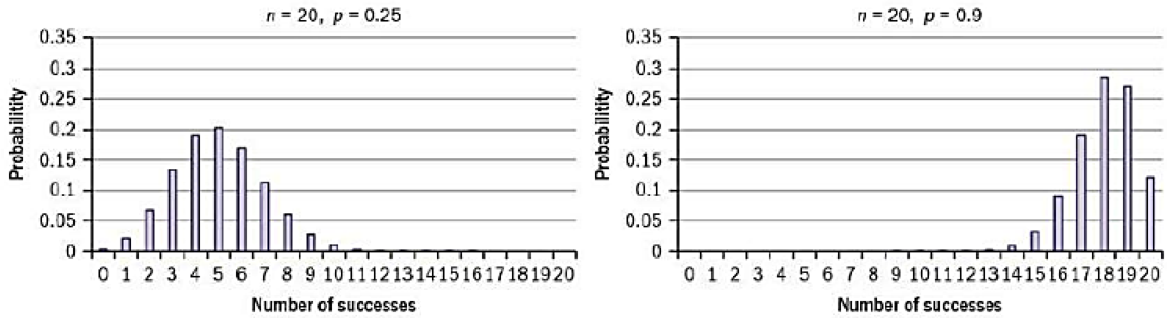
Variabel acak diskrit hanya mengambil nilai tertentu, masing-masing dengan probabilitasnya sendiri. Variabel acak kontinu mengambil nilai selama interval, dan probabilitas ditentukan untuk rentang nilai daripada nilai individual. Ketika ada sejumlah besar kemungkinan nilai untuk distribusi diskrit, akan ada banyak perhitungan yang terlibat.

Namun, jika kita mempertimbangkan grafik dari beberapa distribusi, bentuknya terlihat mirip dengan distribusi normal dan menyarankan agar kita dapat menggunakan distribusi normal yang sesuai untuk mengurangi pekerjaan dalam menghitung probabilitas. Ada trade-off antara hanya mendapatkan perkiraan probabilitas dan melakukan lebih sedikit pekerjaan.



Gambar 10.1 diagram batang distribusi Normal n=20 dan p=0.25

Pada Bagian 7.3 kita melihat distribusi binomial dari B(20, 0,25) dan B(20, 0,9) (direproduksi di bawah). B(20, 0,25) terlihat normal, tetapi B(20, 0,9) tidak. Oleh karena itu bentuk mendekati normal tidak hanya bergantung pada n dan p tetapi juga pada n dan q.



Gambar 10.2 diagram batang distribusi Normal n=20 dan p=0.25 dan n=20 dan p=0.9

Kita akan membahasnya secara lebih formal di Bagian 10.3, tetapi jika up > 5 dan irci > 5 maka B(n, p) akan memiliki bentuk yang kira-kira normal.

Latihan 10.1

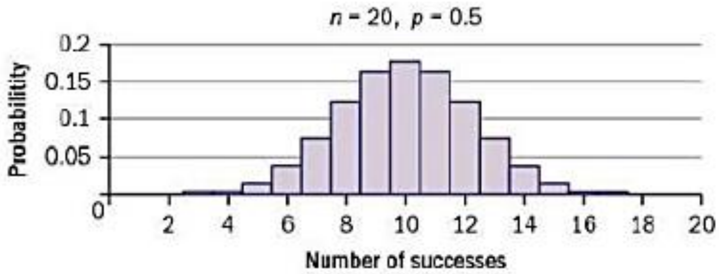
1. Temukan probabilitas semua nilai yang mungkin untuk B(6, 0.5) dan nyatakan secara grafis seperti di atas (yaitu menunjukkan celah antar batang).
2. Temukan probabilitas semua nilai yang mungkin untuk B(6, 0,1) dan nyatakan secara grafis seperti di atas.

10.2 KOREKSI KONTINUITAS

Perhatikan bahwa meskipun B(6, 0,5) belum memiliki bentuk normal yang terdefinisi dengan baik, bentuk B(6, 0,1) sama sekali tidak seperti normal.

Dalam diagram di Bagian 10.1 probabilitas diskrit ditampilkan sebagai batang dengan celah di antaranya. Faktanya, batang-batang tersebut seharusnya memiliki lebar nol karena probabilitas hanya terjadi pada nilai bilangan bulat, dalam hal ini diagram tidak akan terlihat seperti biasanya.

Jika kita mengambil '7' dalam distribusi diskrit untuk diwakili oleh interval (6.5, 7.5), yang merupakan nilai yang dibulatkan menjadi 7, maka grafiknya terlihat seperti:



Kemiripan dengan distribusi normal kini semakin kuat.
Ketika normal digunakan untuk mendekati binomial (atau distribusi lain yang hanya mengambil nilai integer), kita harus menggunakan koreksi kontinuitas.

Jika kita menginginkan P(X > 7), kita harus menggunakan cut-off untuk normal pada 7,5. Untuk P(X < 7) atau P(X $\geq$ 7) cut-off akan menjadi 6,5. Cara termudah untuk menentukan apakah pada +0,5 atau —0,5 adalah dengan mempertimbangkan dua bilangan bulat mana yang akan dipisahkan. Oleh karena itu, p(x = P(x-0.5 <Y < x+0.5), di mana Y adalah variabel acak normal yang mendekati.

Karena distribusi normal adalah kontinu, tidak masalah apakah Anda menggunakan < atau < salah satu dari batasan ini.

Contoh 1

Misalkan X $\sim$ B(*n, p*) dan Y $\sim$ N(*np*, *npq*), di mana n, p memenuhi kondisi yang diperlukan agar Y dapat digunakan sebagai pendekatan untuk X, dan q = 1 — p. Tuliskan probabilitas yang perlu Anda hitung untuk Y (termasuk koreksi kontinuitas) sebagai perkiraan untuk setiap probabilitas berikut untuk X.

a) P(X < 15)   b) P(X > 12)   c) P(X $\leq$ 17)   d) P(12 $\leq$ X $\leq$ 15).

a) P(Y < 14,5)	Pisahkan hingga 14 dari 15 dan lebih tinggi.
b) P(Y > 12,5)	Pisahkan hingga 12 dari 13 dan lebih tinggi.
c) P(Y $\leq$ 17,5)	Pisahkan hingga 17 dari 18 dan lebih tinggi.
d) P(12,5 $\leq$ Y $\leq$ 15,5)	Bilangan bulat yang memenuhi ini adalah 13, 14 dan 15.

Karena normalnya kontinu, hanya diperlukan satu perhitungan untuk melakukan probabilitas blok nilai individual.

Latihan 10.2

1. Misalkan X ~ B(*n, p*) dan Y ~ N(*np*, *npq*(1 — p)), di mana n, p memenuhi kondisi yang diperlukan agar Y dapat digunakan sebagai pendekatan untuk X. Tuliskan probabilitas Anda perlu menghitung Y (termasuk koreksi kontinuitas) sebagai perkiraan untuk setiap probabilitas berikut untuk X.
   a) P(X < 42)   b) P(X > 31)   c) P(X ≤ 9)   d) P(42 ≤ X ≤ 85).

2. Gambar ulang sebagai histogram, dengan menggunakan koreksi kontinuitas, diagram probabilitas yang Anda buat untuk pertanyaan 1 dan 2 dari Latihan 10.1 (yaitu tidak ada celah di antara batang).

10.3 PARAMETER UNTUK PENDEKATAN NORMAL

Pada Bagian 7.2 kita melihat bahwa jika X ~ B(*n, p*), maka E(X) = *np* dan Var (X) = *npq* = *np(1—p).* Jika n besar dan p mendekati 0,5, sehingga distribusinya hampir simetris, maka Anda dapat menggunakan distribusi normal untuk mendekati binomial. Parameter yang akan digunakan adalah mean dan varian dari binomial: μ = *np*;σ^2 = *fripq*. Distribusi normal adalah simetris, demikian juga binomial ketika *p* = 0,5, tetapi ketika rt semakin besar, persyaratan untuk p mendekati 0,5 menjadi kurang penting.

Aturan umumnya adalah bahwa distribusi normal dapat digunakan sebagai perkiraan ketika rip dan lig sama-sama > 5.

Contoh 2

Jika X ~ B(30, 0,4), hitung P(12 ≤ X ≤ 15) dengan
a) menghitung probabilitas binomial   b) menggunakan pendekatan normal.

a) $\mathrm{P}(12 \leq X \leq 15) = \mathrm{P}(X = 12,13,14,15)$
$$= \binom{30}{12} 0.4^{12} 0.6^{18} + \binom{30}{13} 0.4^{13} 0.6^{17} + \binom{30}{14} 0.4^{14} 0.6^{16} + \binom{30}{15} 0.4^{15} 0.6^{15}$$
$$= 0.147375 + 0.136039 + 0.110127 + 0.078312$$
$$= 0.471853 = 0.472 \ (3 \text{ s.f.})$$

b) Untuk binomial, $\mu = np = 30 \times 0.4 = 12$; $\sigma^2 = npq = 30 \times 0.4 \times 0.6 = 7.2$, jadi gunakan distribusi N(12, 7,2) untuk mendekati distribusi B(30, 0,4). Koreksi kontinuitas mengatakan $(12 \leq X \leq 15) = \mathrm{P}(11.5 < Y < 15.5)$ di mana Y adalah perkiraan normal
$$\mathrm{P}(11.5 < Y < 15.5)) = \mathrm{P}\left(\frac{11.5 - 12}{\sqrt{7.2}}\right) < Z < \left(\frac{11.5 - 2}{\sqrt{7.2}}\right)$$
$$\Phi(1.304) - \Phi(-0.186) = 0.9032 - (1 - 0.5738) = 0.477 \ (3 \text{ s.f.})$$

Anda dapat melihat bahwa perkiraan perhitungan berbeda kurang dari 0,01 dari perhitungan sebenarnya. Tidak peduli seberapa besar kisaran hasil yang terlibat, perkiraan normal membutuhkan jumlah kerja yang sama, sedangkan binomial membutuhkan satu perhitungan per hasil — di sini hanya 4 dan oleh karena itu tidak terlalu banyak usaha yang diperlukan, tetapi untuk menemukan P(X $\leq$ 15) akan membutuhkan 16 perhitungan binomial terpisah.

Contoh 3

Sebuah maskapai penerbangan memperkirakan bahwa 7% penumpang yang memesan kursi pada penerbangan 'no show' - karena satu dan lain alasan mereka ketinggalan pesawat. Dalam satu penerbangan yang tersedia 185 kursi, maskapai ini menjual 197 tiket.

Temukan probabilitas bahwa maskapai penerbangan tidak harus menolak naik ke penumpang yang memegang tiket yang valid untuk penerbangan itu.

Jumlah `no show, X, dapat dimodelkan dengan distribusi B(197, 0.07) jika kita membuat asumsi penyederhanaan bahwa semua penumpang berperilaku independen satu sama lain (hampir pasti tidak sepenuhnya demikian, tetapi tidak sepenuhnya salah dalam banyak kasus - jika ada kelompok besar yang bepergian bersama, itu bukan asumsi yang baik). Kami ingin P (X $\geq$ 12).

Gunakan $\mathrm{Y} \sim \mathrm{N}(197 \times 0.07, 197 \times 0.07 \times 0.93) = \mathrm{N}(13.79, 12.8247)$ untuk mengaproksimasi, dan hitung P(Y > 11.5) menggunakan koreksi kontinuitas:

$$\mathrm{P}(Y > 11.5) = \mathrm{P}\left(Z > \frac{11.5 - 13.79}{\sqrt{12.8287}}\right) = \Phi(-0.639) = 0.7386 = 0.739 \text{ (3 s.f.)}$$

Latihan 10.3

1. Manakah dari berikut ini yang dapat didekati dengan distribusi normal? Bagi yang bisa, berikan normal yang akan digunakan.

   a) $X \sim \mathrm{B}(50, 0.7)$ **b)** $X \sim \mathrm{B}(10, 0.7)$ **c)** $X \sim \mathrm{B}(500, 0.2)$ **d)** $X \sim \mathrm{B}(500, 0.002)$.

2. Gunakan pendekatan normal untuk menghitung

   a) $\mathrm{P}(X < 42)$ if $X \sim \mathrm{B}(50, 0.7)$ **b)** $\mathrm{P}(X \geq 9)$ if $X \sim \mathrm{B}(40, 0.3)$
   c) $\mathrm{P}(X \geq 13)$ if $X \sim \mathrm{B}(34, 0.37)$ **d)** $\mathrm{P}(25 < X \leq 37)$ if $X \sim \mathrm{B}(80, 0.4)$
   e) $\mathrm{P}(43 \leq X \leq 55)$ if $X \sim \mathrm{B}(124, 0.43)$.

3. Untuk X $\sim$ B(50, 0.3)
   a) hitung P(12 < X < 20)
      i) menggunakan tabel
      ii) menggunakan pendekatan normal.
   b) i) Apa kesalahan yang ada dalam menggunakan pendekatan normal?
      ii) Nyatakan bagian (b) (i) sebagai persentase dari probabilitas eksak

4. Jelaskan secara singkat kondisi di mana distribusi normal dapat digunakan sebagai pendekatan distribusi binomial. Jika kondisi terpenuhi, nyatakan distribusi normal apa yang akan digunakan untuk mendekati distribusi X $\sim$ B(*n, p*).

5. Di lini produksi, rata-rata 6% botol limun tidak diisi dengan benar.

a) Jika diperiksa lima botol, hitunglah peluang salah satunya tidak terisi dengan benar.
b) Jika 2000 botol diperiksa, gunakan pendekatan normal untuk mencari peluang bahwa kurang dari 100 botol tidak terisi dengan benar.

6. Sebuah tes pilihan ganda memiliki 50 pertanyaan masing-masing dengan empat kemungkinan jawaban.
   a) Jika Catharine menebak jawaban dari setiap pertanyaan secara acak, nyatakan distribusi tepat X, banyaknya jawaban Catharine yang benar.
   b) Jika tes tersebut memiliki nilai lulus 20, tentukan peluang bahwa Catharine lulus tes tersebut dengan menggunakan pendekatan yang sesuai.
   c) Shopna mengikuti tes yang sama, tetapi cukup tahu untuk mengesampingkan salah satu kemungkinan jawaban untuk setiap pertanyaan. Gunakan perkiraan normal untuk menemukan probabilitas bahwa Shopna gagal dalam tes

7. Health Trust memberikan panduan kepada dokter bahwa mereka harus menunjukkan kepada pasien dengan tekanan darah tinggi beberapa informasi tentang gaya hidup yang akan membantu menurunkan tekanan darah mereka. Para dokter dalam satu operasi meminta asisten peneliti mereka untuk melihat catatan pasien dan menemukan bahwa 35% pasien mereka mengalami peningkatan tekanan darah.
   a) Operasi memiliki 84 pasien yang dipesan untuk janji temu pada hari berikutnya. Asumsikan bahwa 84 pasien ini adalah sampel acak dari semua pasien yang terdaftar untuk operasi itu, tentukan peluang bahwa setidaknya 25 akan mengalami peningkatan tekanan darah.
   b) Mengomentari asumsi yang dibuat pada bagian (a) bahwa orang yang memiliki janji pada pembedahan pada hari berikutnya akan menjadi sampel acak dari semua orang yang terdaftar.

Latihan soal Tambahan

1. Amil adalah seorang dokter gigi yang menemukan bahwa, rata-rata, satu dari lima pasiennya tidak datang ke janji mereka.
   a) Dengan menggunakan distribusi binomial, tentukan rata-rata dan varian dari jumlah pasien yang datang untuk janji temu di sebuah klinik di mana terdapat 20 janji temu.
   b) Carilah peluang bahwa lebih dari dua pasien tidak datang ke klinik pada bagian (a).
   c) Dengan menggunakan perkiraan yang sesuai, temukan probabilitas dia menemui lebih dari 135 pasien dalam seminggu di mana dia memiliki 154 janji temu.

2. Sebuah koin yang adil dilempar berulang kali. Dengan menggunakan perkiraan yang sesuai, carilah peluang bahwa Anda akan melihat
   a) lebih dari 7 kepala dalam 10 lemparan
   b) lebih dari 70 kepala dalam 100 kali lemparan
   c) lebih dari 700 kepala dalam 1000 kali lemparan.

3. Sebuah dadu yang adil dilempar berulang kali. Dengan menggunakan perkiraan yang sesuai, temukan peluang bahwa Anda akan melihat
   a) lebih dari 3 angka enam dalam 12 lemparan
   b) lebih dari 30 angka enam dalam 120 lemparan
   c) lebih dari 300 angka enam dalam 1200 lemparan.

4. Seorang pegolf berlatih di driving range. Tujuannya adalah untuk memukul bola dalam jarak 10m dari bendera.
   a) Pada kunjungan pertamanya peluang sukses dengan setiap bola tertentu adalah 0,3. Jika dia memukul sepuluh bola, berapa peluang dari
      i) empat atau lebih sedikit yang berhasil
      ii) empat atau lebih yang berhasil?
   b) Beberapa minggu kemudian probabilitas keberhasilan meningkat menjadi 0,53. Dengan menggunakan perkiraan yang sesuai, berapa probabilitas keberhasilan 120 atau lebih dalam 250 drive?
   c) Setahun kemudian probabilitas keberhasilan meningkat menjadi 0,92. Berapa probabilitas tiga atau lebih sedikit kegagalan dalam 50 drive?

5. Di antara sel darah spesies hewan tertentu, proporsi sel bertipe 0 adalah 1 dan proporsi sel bertipe 3 adalah 0,005.
   a) Carilah peluang bahwa dalam sampel acak yang terdiri dari delapan sel darah paling sedikit dua sel darah bertipe 0.
   b) Dengan menggunakan perkiraan yang sesuai, temukan peluang bahwa dalam sampel acak yang terdiri dari 200 sel darah, jumlah total dari tipe 0 dan tipe AB sel setidaknya 81.

6. Operator tur mengatur kunjungan penggemar kriket ke India pada bulan November. Paket tersebut sudah termasuk tiket untuk satu hari internasional di Nagpur. Tempat tur harus dipesan tiga bulan sebelumnya. Dari pengalaman sebelumnya, operator tur mengetahui kemungkinan seseorang yang telah memesan tempat selanjutnya penarikan adalah 0,1 dan tidak tergantung pada penarikan lainnya.
   a) Dua puluh lima orang memesan tempat. Temukan probabilitas bahwa
      i) tidak ada yang menarik
      ii) dua atau lebih yang menarik.
      Operator tur hanya memiliki 21 tiket yang tersedia untuk satu hari internasional.
      iii) Berapa probabilitas bahwa dia akan dapat memberikan tiket kepada setiap orang yang melakukan tur?
   b) Penyelenggara tur serupa tetapi lebih besar menerima 250 pemesanan tetapi hanya memiliki 210 tiket untuk satu hari internasional. Temukan, dengan menggunakan perkiraan yang sesuai, kemungkinan bahwa penyelenggara ini akan dapat memberikan tiket kepada semua orang dalam tur ini. (Asumsikan bahwa probabilitas penarikan seseorang tetap pada 0,1.)

7. Pada suatu jalan tertentu 20% kendaraan adalah truk, 65% mobil dan sisanya bus.
   i) Sebuah sampel acak dari 12 kendaraan diambil. Temukan probabilitas bahwa kurang dari 3 adalah truk.
   ii) Sebuah sampel acak dari 150 kendaraan sekarang diambil. Dengan menggunakan pendekatan yang sesuai, carilah peluang bahwa lebih dari 110 adalah mobil.

8. Ketika benih kacang lima ditanam dalam kondisi yang sesuai diketahui bahwa rata-rata 80% berkecambah, dan berkecambah sendiri-sendiri. Seorang tukang kebun pasar menabur 300 benih ini dalam kondisi yang sesuai. Gunakan perkiraan yang sesuai untuk menemukan probabilitas bahwa lebih dari 250 berkecambah.

9. Diketahui bahwa 45% orang dewasa di suatu negara kelebihan berat badan. Sebuah sampel acak dari 350 orang dewasa dipilih. Gunakan perkiraan yang sesuai untuk menemukan probabilitas bahwa kurang dari 150 sampel kelebihan berat badan.

10. Massa telur dapat dimodelkan dengan distribusi normal dengan rata-rata 55 gram dan standar deviasi 5,2 gram. Seorang produsen mengklasifikasikan telur sebagai jumbo jika memiliki massa minimal 65 gram.
    i) Temukan peluang bahwa telur yang dipilih secara acak tergolong jumbo.
    ii) Sebuah kotak berisi 12 telur yang dipilih secara acak. Temukan peluang bahwa tidak ada telur jumbo di dalam kotak.
    iii) Pesanan besar untuk 300 butir telur datang dari sebuah restoran. Gunakan perkiraan yang sesuai untuk mencari peluang terdapat kurang dari 6 telur jumbo dalam urutannya.

Matematika Dalam kehidupan nyata

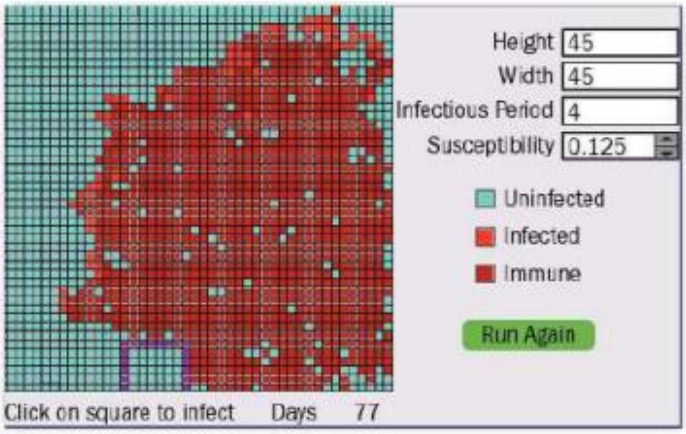
Sebagian besar ahli statistik bekerja dalam tim interdisipliner - mereka mungkin bekerja dalam masalah lingkungan, dalam bisnis dan keuangan, dalam manufaktur, dalam kesehatan, menyelidiki cara-cara yang efektif untuk mengatasi kemiskinan atau dalam hampir semua aktivitas manusia yang menarik - bekerja sama dengan spesialis di bidang tersebut.

Gambar 10.3 Perumpamaan statistik yang sudah menjalar di semua belahan Bumi

Salah satu bidang pertumbuhan karir dalam beberapa tahun terakhir adalah pemodelan simulasi. Komputer sekarang menawarkan kekuatan yang sangat besar sehingga simulasi kompleks dapat dijalankan bahkan pada komputer desktop atau laptop standar. Banyak situasi menarik seperti penyebaran penyakit dan analisis risiko investasi keuangan dapat dimodelkan dengan langkah-langkah yang relatif sederhana yang diulang berkali-kali. Dengan munculnya perjalanan udara dan kemampuan penyakit menyebar dengan cepat, model komputer ini menjadi sangat penting.

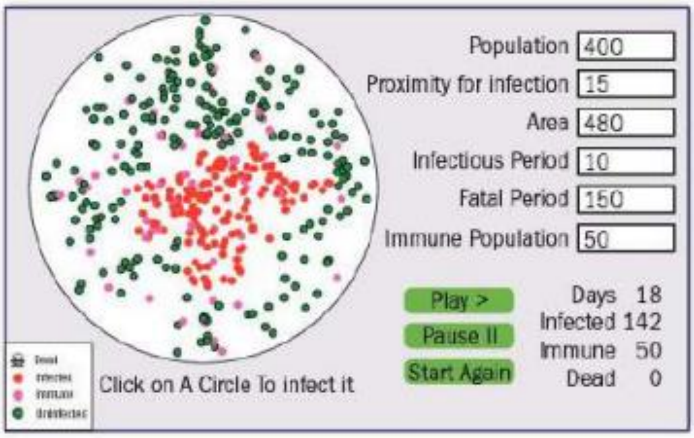
Banyak penyakit mengikuti model SIR dasar - populasi terdiri dari tiga kelompok: Rentan, Terinfeksi, dan Sembuh (kelompok yang pulih dapat dianggap termasuk siapa saja yang kebal karena alasan lain, seperti vaksinasi). Setiap penyakit akan memiliki karakteristik yang berbeda - berapa lama seseorang terinfeksi, seberapa besar kemungkinan mereka menularkannya ke orang yang mereka hubungi, dll. Simulasi dapat membangun ini sebagai parameter, jadi untuk penyakit di mana seseorang berada menular selama 3 hari, dan kemungkinan menulari seseorang pada hari tertentu adalah 0,2, peluang tidak menulari mereka dalam 3 hari adalah $0{,}8^3 = 0{,}512$ atau kira-kira sama. Namun, jika Anda ingin memodelkan penyebaran dalam suatu populasi, Anda harus memperhitungkan banyak interaksi selama periode waktu penyakit tersebut bertahan. Menyiapkan model komputer dari perilaku penyakit dan menjalankannya berulang kali memungkinkan profesional kesehatan untuk mengeksplorasi berbagai kemungkinan tindakan yang mungkin mereka ambil untuk campur tangan dalam upaya mengendalikan epidemi.

Mampu memodelkan pola penyakit sangatlah penting. Misalnya, penyakit Kaki dan Mulut adalah penyakit virus yang sangat menular yang menyerang hewan berkuku belah yang menyebabkan epidemi di Inggris pada tahun 2001. Penyakit ini sangat sulit dikendalikan dan terdapat 2.000 kasus di peternakan di seluruh negeri. Beberapa hewan yang terinfeksi telah diangkut ke benua sebelum wabah teridentifikasi dan langkah-langkah diambil untuk mencegah epidemi menyebar ke seluruh benua — misalnya di Belanda mereka menyembelih seperempat juta sapi sebagai tindakan pencegahan. Implikasi ekonomi dari menemukan cara efektif untuk mengatasi penyakit mematikan seperti ini sangat besar. Bagaimana cara pemerintah menangani jika terjadi wabah penyakit dengan ciri-ciri tersebut di antara manusia?



Gambar 10.4 simulasi pemodelan penyebaran penyakit dapat dilihat di website http://www.oxfordsecondary.com/cambridge-alevelmath.

Ini akan memberi Anda beberapa wawasan tentang bagaimana sebuah model dikembangkan — memperkenalkan kompleksitas yang lebih besar pada setiap tahap, sehingga dimulai dengan model statis, di mana orang yang terinfeksi memiliki titik kontak tetap.



Gambar 10.5 Permodelan yang dikembangkan dari hasil simulasi sebelumnya

Cuplikan layar pertama di sebelah kanan menunjukkan model di mana pengguna dapat memilih kotak 'imun' (ditunjukkan dengan warna ungu di bagian tengah bawah kisi), yang dapat dianggap mewakili penghalang — seperti sungai, atau pegunungan. — bahwa penyakit tidak bisa lewat tetapi harus berpindah-pindah. Dalam hal ini hampir seluruh populasi terinfeksi (kemudian menjadi kebal), dengan hanya sejumlah kecil (sel biru muda) yang lolos secara kebetulan, kecuali blok yang terlindung oleh penghalang.

Cuplikan layar kedua menunjukkan model terakhir dalam seri ini. Populasi bergerak dan ada lebih banyak parameter untuk dikontrol — memungkinkan Anda menjelajahi apa yang terjadi dengan berbagai kombinasi efek. 'Orang' yang terinfeksi dalam model ini mati (ditampilkan sebagai tengkorak) atau pulih (ditampilkan sebagai lingkaran merah muda; ketika mereka sembuh, mereka kebal dari infeksi ulang).

Ringkasan bab

- Distribusi binomial B(n, p) dapat didekati dengan distribusi normal N(np, npq) asalkan bibir dan nq = n(1 -p) lebih besar dari 5.
- Ketika distribusi normal digunakan untuk mendekati binomial (atau distribusi lain yang hanya mengambil nilai bilangan bulat), koreksi kontinuitas harus digunakan.

LEMBAR UJIAN A

1. Panjang, x cm, dari 25 penggaris diukur, dan diringkas dengan $\sum(x-30)=0.6$ dan $\sum(x-30)^2=5.32$ Temukan rata-rata dan standar deviasi dari penggaris.

2. Jarak lari dalam latihan oleh sekelompok pelari maraton dirangkum dalam tabel berikut.

Distance run (x km)	Frequency
$15 \le x < 25$	19
$25 \le x < 30$	17
$30 \le x < 35$	24
$35 \le x < 40$	12

   Gambarlah histogram pada kertas grafik untuk mewakili data ini.

3. Panjang tali panjat berdistribusi normal dengan rata-rata 24,2 meter, dan 20% tali lebih panjang dari 25 meter.
   a) Tentukan deviasi standar dari panjang tali.
   b) Tentukan peluang tali yang dipilih secara acak lebih pendek dari 24 meter.

4. Seorang perawat yang menjalankan klinik mengetahui bahwa rata-rata 22% pasiennya tidak datang untuk membuat janji.
   a) Temukan peluang bahwa, di sebuah klinik dengan 10 janji temu, kurang dari 7 pasien datang.
   b) Untuk lima klinik yang dipilih secara acak dengan 10 janji temu, carilah probabilitas dia memiliki paling sedikit satu klinik dengan kurang dari 7 pasien.

5. Seorang dokter spesialis cedera olahraga. 134 cedera yang dia tangani dalam beberapa olahraga selama sebulan dirangkum dalam tabel berikut.

	Knee	Shoulder	Other	
Basketball	23	10	7	40
Tennis	12	14	16	42
Soccer	22	6	24	52
	57	30	47	

   Seorang pasien dipilih secara acak dari kelompok ini. Berapa peluang pasien a) mengalami cedera lutut saat bermain tenis b) mengalami cedera bahu c) sedang bermain sepak bola, mengingat mereka mengalami cedera yang tergolong cedera lainnya?

6. a) Suatu kelompok yang terdiri dari 12 orang terdiri dari 3 anak laki-laki, 5 anak perempuan dan 4 orang dewasa. Dalam berapa cara sebuah tim yang terdiri dari 4 orang dapat dipilih jika
   i) paling sedikit dua anak laki-laki dalam tim
   ii) orang dewasa semuanya ada dalam tim atau tidak semua dalam tim

iii) harus ada paling sedikit satu dari masing-masing anak laki-laki, perempuan dan orang dewasa?

b) Tentukan banyaknya permutasi berbeda dari huruf-huruf pada kata ASSESS.

7. Seorang pemintal memiliki 5 bagian yang sama bernomor 1, 2, 3, 4, 5.
   a) Tentukan peluang mendapatkan paling sedikit 6 bilangan ganjil dalam 8 putaran. Spinner diputar dua kali.

   Biarkan X menjadi produk dari dua skor. Tabel berikut menunjukkan kemungkinan nilai X.

X	1	**2**	**3**	**4**	**5**
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	15
4	4	8	12	16	20
5	5	10	15	20	25

   b) Buatlah tabel yang menunjukkan distribusi probabilitas dari X.
   c) Hitung rata-rata dan varians dari X.
   d) Tentukan probabilitas bahwa observasi X yang dipilih secara acak lebih besar daripada rata-rata X.

LEMBAR UJIAN B

1. Diberikan bahwa X N(46.3, 12.3). Temukan probabilitas bahwa nilai x yang dipilih secara acak terletak antara 40 dan 50.
2. Diagram batang-dan-daun berurutan berikut menunjukkan denyut nadi sekelompok siswa sebelum dan sesudah melakukan olahraga sedang dalam waktu singkat.

	Before exercise							After exercise							
(3)				9	7	3	6								
(6)	9	8	6	3	1	0	7	9							(1)
(5)		8	6	4	2	1	8	2	2	3	4	5	7	9	(7)
(1)						2	9	2	5	6	8	9			(5)
							10	2	5						(2)

Kunci 2 **|** 8 **|** 3 berarti 82 denyut per menit sebelum latihan dan 83 denyut per menit setelah latihan

   a) Temukan median dan kuartil dari denyut nadi sebelum berolahraga. Diketahui bahwa rata-rata denyut nadi setelah latihan adalah 89, kuartil bawah adalah 83 dan kuartil atas adalah 98.
   b) Gambarkan data dengan menggunakan sepasang plot kotak-dan-kumis dalam satu diagram.

3. Tabel berikut menunjukkan hasil survei untuk mengetahui rata-rata waktu harian, dalam menit, yang dihabiskan oleh sampel anak yang berolahraga pada hari sebelumnya.

Time (t minutes)	Frequency
$0 \leq t < 10$	3
$10 \leq t < 20$	5
$20 \leq t < 40$	f
$40 \leq t < 70$	4
$70 \leq t < 120$	3

   Waktu rata-rata dihitung menjadi 35,8 menit.
   a) Bentuklah persamaan yang melibatkan f dan maka tunjukkan bahwa jumlah seluruh anak adalah 25.
   b) Tentukan simpangan baku dari waktu-waktu tersebut.

4. Diketahui bahwa rata-rata 15% penduduk di suatu negara menderita gizi buruk.
   a) Hitunglah peluang bahwa dalam suatu sampel acak yang terdiri dari 10 orang tidak terdapat lebih dari satu orang yang menderita gizi buruk.
   b) Sampel lain yang dipilih secara acak dari 400 orang sekarang dipilih. Carilah peluang bahwa tidak lebih dari 40 orang menderita gizi buruk.

5. Seorang pemain memiliki peluang 0,4 untuk memenangkan sebuah turnamen tenis, dan peluang untuk tidak mencapai babak semifinal adalah 0,2. Jika dia memenangkan

turnamen, probabilitas yang sesuai untuk turnamen berikutnya adalah 0,5 dan 0,1. Jika dia mencapai semifinal tetapi tidak memenangkan turnamen pertama, probabilitas yang sesuai adalah 0,5 dan 0,3. Jika dia gagal mencapai semifinal, probabilitas yang sesuai adalah 0,2 dan 0,6.

a) Hitunglah peluang bahwa ia tidak mencapai babak semifinal pada turnamen pertama dan memenangkan turnamen kedua.
b) Tentukan peluang bahwa ia memenangkan setidaknya satu turnamen.
c) Diberikan bahwa dia memenangkan turnamen kedua, berapa peluang bahwa dia juga memenangkan turnamen pertama?

6. Variabel acak X memiliki fungsi probabilitas $P(X = x) = kx^2$, x = 1, 2, 3, 4, 5.
   a) Tunjukkan bahwa $k = \frac{1}{55}$.
   b) Tentukan probabilitas P(X 3).
   c) Hitung E(X).
   d) Carilah probabilitas bahwa empat pengamatan yang dipilih secara acak dari x mengandung tepat satu yang lebih besar dari E(X).

7. a) Empat teman bersekolah di sekolah yang berbeda, dan masing-masing membawa dua teman sekelas ke malam kuis. Kuis ini untuk tim yang terdiri dari 6 orang, jadi grup tersebut terdiri dari dua tim.
   i) Berapa banyak pasangan tim yang berbeda yang mungkin terjadi jika siswa di sekolah yang sama selalu berada dalam tim yang sama?
   ii) Berapa banyak pasangan tim berbeda yang mungkin terjadi jika keempat teman semuanya berada dalam satu tim?
   iii) Berapa banyak pasangan tim berbeda yang mungkin terjadi jika setiap tim terdiri dari paling sedikit satu siswa dari setiap sekolah?
   b) Tentukan banyaknya permutasi berbeda dari huruf-huruf pada kata PERBEDAAN.

JAWABAN SOAL

Jawaban yang diberikan di sini singkat. Namun, saat menjawab pertanyaan bergaya ujian, Anda harus menunjukkan sebanyak mungkin langkah dalam pekerjaan Anda.

BAB 1

Latihan 1.1

1. Formasi jangka panjang memainkan peran penting dalam format liga yang diperluas. Namun, hasil 'kejutan' dalam turnamen knock-out dapat disebabkan oleh kurangnya performa sementara atau dari tim yang bermain di atas standar normal mereka.
2. Mengumpulkan atau menggunakan data yang direkam sebelumnya untuk memperkirakan waktu perjalanan untuk perjalanan yang terlibat.
3. Ada penelitian ekstensif yang dilakukan oleh badan-badan seperti Organisasi Kesehatan Dunia (WHO) mengenai pertanyaan ini. Sayangnya banyak dari informasi ini seringkali tidak meyakinkan dan hasilnya juga dapat dibingungkan oleh laporan dari pihak yang berkepentingan seperti penyedia ponsel.

Latihan 1.3

1.

Days late	0	1	2	3	4	5
Frequency	19	7	2	1	0	1

2.

Depth (feet)	3.6–4	4.1–4.5	4.6–5	5.1–5.5	5.6–6	6.1–6.5
Frequency	3	4	4	4	8	6

3. Jawab
   a) Merek mobil (kualitatif, diamati)
   Warna mobil (kualitatif, diamati)
   Tahun pendaftaran (kuantitatif, diskrit, dapat ditentukan dari plat nomor)
   Jarak tempuh (kuantitatif, kontinyu, dibaca dari milometer)
   b) Panjang balapan (kuantitatif, kontinyu, diukur atau dinyatakan dalam informasi balapan)
   Jumlah entri (kuantitatif, diskrit, dihitung atau ditentukan dari daftar entri)
   Waktu menang (kuantitatif, kontinyu, terukur)
   Membuat sepeda pemenang (kualitatif, diamati)
   c) Jumlah jumlah umbi (kuantitatif, diskrit, terhitung)
   Ukuran (kuantitatif, kontinyu, terukur)
   Warna (kualitatif, teramati)
   Buat (kualitatif, teramati)
   d) Nama (kualitatif, teramati)
   Lokasi sumber (kualitatif, teramati)

Panjang (kuantitatif, kontinyu, terukur)
Laju aliran pada berbagai titik (kuantitatif, kontinyu, terukur)

e) Jumlah domba (kuantitatif, diskrit, terhitung)
Warna (kualitatif, teramati)
Tempat asal (kualitatif, teramati)
Berat (kuantitatif, kontinyu, terukur)

f) Jumlah produksi per hari (kuantitatif, diskrit, terhitung)
Jenis coklat (kualitatif, teramati)
Nama (kualitatif, teramati)
Berat (kuantitatif, kontinyu, terukur)

g) Konsistensi (misalnya cair) (kualitatif, diamati)
Suhu udara (kuantitatif, kontinu, terukur)
Kedalaman (kuantitatif, kontinu, terukur)
Durasi badai salju (kuantitatif, kontinu, terukur)

h) Nama (kualitatif, teramati)
Tinggi (kuantitatif, kontinyu, terukur)
Tim (kualitatif, teramati)
Jumlah skor home run (kuantitatif, diskrit, terhitung)

i) Gender (kualitatif, teramati)
Usia (kuantitatif, kontinyu, terukur)
Tinggi (kuantitatif, co terus-menerus, terukur)
Kenyaringan deru dalam desibel (kuantitatif, kontinu, terukur)

j) Tahun pertama kali dibuka untuk umum (kuantitatif, diskrit, catatan sejarah penelitian)
Jumlah pengunjung per hari (kuantitatif, diskrit, terhitung)
Usia (kuantitatif, kontinu, terukur)
Tinggi (kuantitatif, kontinyu, terukur)

k) Jenis usaha (kualitatif, teramati)
Jumlah usaha (kuantitatif, diskrit, terhitung)
Ketinggian gedung tertinggi (kuantitatif, kontinyu, terukur)
Omset tahunan (kuantitatif, diskrit, terhitung)

l) Jenis kendaraan (kualitatif, diamati)
Jumlah kendaraan (kuantitatif, diskrit, dihitung)
Jumlah polisi lalu lintas (kuantitatif, diskrit, dihitung)
Waktu yang dibutuhkan untuk menempuh jarak satu mil (kuantitatif, kontinyu, terukur)

BAB 2

Contoh Soal

1. a)2 b) 2 c) S d) 2
2. a) 6.8 (1 d.p.) b) 6.5 c) 2 d) 6

Latihan 2.1

1. a) 77 b) 76.5 c) 77
2. a) 4 b) 4 c) 4,1 (1 d.p.)
3. 90,8 denyut per menit (1 d.p.), 109,1 denyut per menit (1 d.p.)
4. 62,8 cm (1 d.p.)
5. 21,1 menit 6. $16 600

Latihan 2.2

1. $Q_1 = 75$, $Q_5 = 77$
2. $Q_1 = 3$, $Q_5 = 5$
3. 3. a) 6 denyut per menit b) 8,5 denyut per menit
4. 4. a) 28 b) 11
5. 5. a) 49,5 detik b) 58 detik
6. 6. a) 19,5 menit b) 18 menit

Latihan 2.3

1. a) mean = 13.8 (3 s.f.); standar deviasi = 3,86 (3 s.f.)
   b) rata-rata = 6,38 (3 s.f.); standar deviasi = 1,37 (3 s.f.)
2. Rata-rata = 74,3 cm (3 s.f.); simpangan baku = 1,99 cm (3 s.f.)
3. Rata-rata = 346 g (3 s.f.); standar deviasi = 11,5g (3 s.f.)
4. Rata-rata = 2,5; varians = 3,52 (3 s.f.)
5. Rata-rata = 0,3; standar deviasi = 3,43 (3 s.f.)
6. 2,77 (3 s.f.)
7. 23,1 (3 s.f.)
8. Standar deviasi kira-kira 10.

Latihan 2.4

1. mean = 80.5, varians = 132.5
2. mean = 1137, varians = 322
3. a) 55.85°F b) 10, 12, 11.5, 13, 13, 14, 15.5, 17 c) 13.25° C
4. a) rata-rata = 11,2 (3 s.f.), varian = 2,64 (3 s.f.)
   b) X = 0, 1, 2, 3
   c) rata-rata = 1,08 (3 s.f.), varian = 0,660 (3 s.f.)
5. a) X = 0, 3, 5, 7, 9, 14
   b) mean = 4,46 (3 s.1), varians = 7,48 (3 s.f.)
   c) mean = 16 100 (3 s.f.), varians = 46 700 000 (3 s.f.)
6. a) T= 0, 1, 2, 3
   b) mean = 1.15 (3 s.f.), varians = 0.873 (3 s.f.)
   c) mean = 18.2 (3 s.f.), varians = 21.8 (3 s.f.)

Latihan Rangkuman 2

1. 6; 25,4

2. *a* -1,85; 8,55
3. 799; 7188
4. a) mean = 65.6 (3 s.f.), varians = 31.9 (3 s.f.)
   b) 61 523.646
   c) 64.7 (3 s.f.)
5. median = 8, rentang interkuartil = 9.5
6. a) mean = 67.6, standar simpangan = 6,25 (3 s.f.)
   b) a = 36,35, b = 0,625
7. a =10,11; a = 3.04 (3 s.f.;
8. x = 70.3; a = 2.72 (3 s.f.)
9. $\sum x$ = 977; $\sum x^3$ =38507
10. i) tinggi rata-rata = 170 cm
    ii) st. dev. = 5,94cin
11. Anak usia 4 tahun: rata-rata = 99, standar deviasi = 9,6 Anak usia 14 tahun: rata-rata = 77,1, standar deviasi = 7,6 Denyut nadi untuk anak usia 14 tahun rata-rata jauh lebih rendah dan mereka lebih konsisten.

BAB 3

Pemeriksaan Keterampilan

1. a) median = 12 kuartil bawah = 9 kuartil atas = 19
   b) median = 4 kuartil bawah = 4 kuartil atas = 5

Latihan 3.1

1. a) Tipe A: median = 44g; rentang interkuartil = 8 g
   Tipe B: median = 51 g; rentang interkuartil = 6 g

   b)

Type A		Type B
5	2	
420	3	
97755	3	
444422221	4	4
8777766655	4	56778889999
2210	5	00001111122334
987	5	556677899

   Kunci: 5 **|** 4 **|** 6 berarti 45g untuk Tipe A dan 46g untuk Tipe B

   c) Rata-rata buah plum Tipe B lebih berat daripada buah plum Tipe A. Plum tipe A memiliki berat yang lebih bervariasi daripada plum Tipe B.

   d) Tipe B karena lebih berat dan kurang bervariasi.
2. Sebelum latihan: median = 81 detak/menit, rentang interkuartil = 20 detak/menit Setelah latihan: median = 94 detak/menit, rentang interkuartil = 13 detak/menit Denyut nadi rata-rata lebih tinggi dan lebih sedikit variabel setelah latihan daripada sebelumnya.
3. Januari: median = 22,55 g, rentang interkuartil = 2,25g April: median = 21,5 g, rentang interkuartil = 1,9 g Rata-rata nock Dun lebih berat dan bobotnya lebih bervariasi di bulan Januari daripada di bulan April.

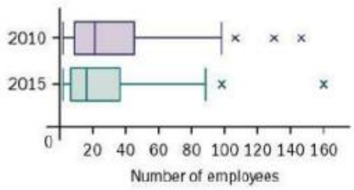
4. Jantan: median = 169,5 mm, rentang interkuartil = 13 mm Betina: median = 179,5 mm, rentang interkuartil = 16 mm Rata-rata betina memiliki bentang sayap yang lebih panjang daripada jantan dan betina memiliki rentang sayap yang lebih bervariasi daripada jantan.
5.

Fruit		Vegetables
3	0	222344555678
9953221	1	18
66310	2	6
40	3	

Kunci: 3 | 2 | 6 artinya 23 g untuk Emit dan 26 g untuk Sayuran
Buah: median = 19g, rentang interkuartil = 14g
Sayuran: median = 5 g, rentang interkuartil = 5g Jumlah karbohidrat dalam buah rata-rata lebih besar dan lebih banyak variabel dibandingkan sayuran.

Latihan 3.2

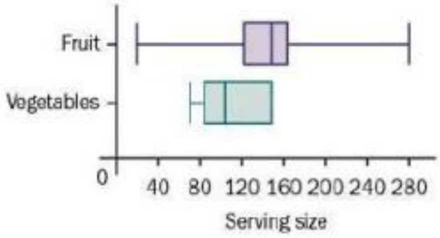
1. Rata-rata resor B lebih panas daripada resor A. Suhu lebih bervariasi di resor A daripada di resor B. Juga bermanfaat untuk memiliki informasi tentang suhu pada waktu yang berbeda dalam setahun, jam matahari dan jumlah curah hujan.
2. a) Rata-rata laki-laki dibayar lebih dari perempuan. Kisaran keseluruhan serupa untuk laki-laki dan perempuan tetapi laki-laki yang dibayar sangat rendah adalah outlier. Kisaran interkuartil lebih kecil untuk laki-laki sehingga gaji mereka kurang bervariasi daripada gaji perempuan.
   b) Gaji awal rata-rata untuk laki-laki dan perempuan sama dengan gaji perempuan lebih bervariasi daripada laki-laki. Mungkin laki-laki tinggal di perguruan tinggi lebih lama yang dapat menjelaskan gaji rata-rata mereka lebih tinggi pada tahun 1991-1992.
3. a)



   b) Jumlah karyawan rata-rata lebih tinggi dan lebih bervariasi pada tahun 2010 dibandingkan tahun 2015.
4. a)

	Min	LQ	Median	UQ	Max
Fruit	30	126	147	161	280
Vegetables	78	85	99	148	148
Seafood	84	84	84	84	84

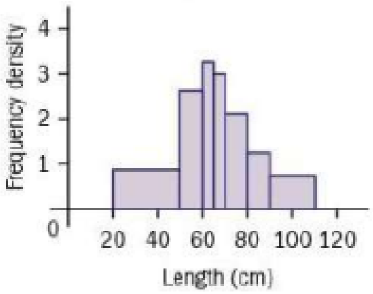
   b) 5 ringkasan statistik adalah sama.



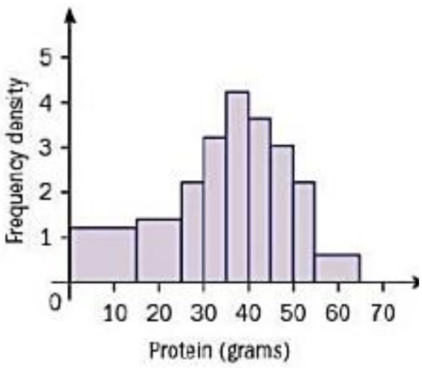
c)

5. Rata-rata skor tertinggi pada lompat jauh dan skor terendah pada lari 1500 meter. Kisaran keseluruhan tertinggi untuk 1500 meter dan terendah untuk 100 meter. Kisaran interkuartil tertinggi untuk lompat jauh dan terendah untuk 100 meter. Variasi skor untuk nomor 100 meter lebih sedikit dibandingkan dengan dua nomor lainnya.

Latihan 3.3



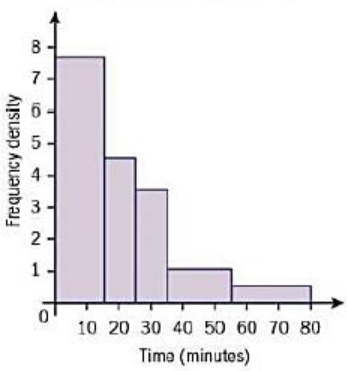
1.



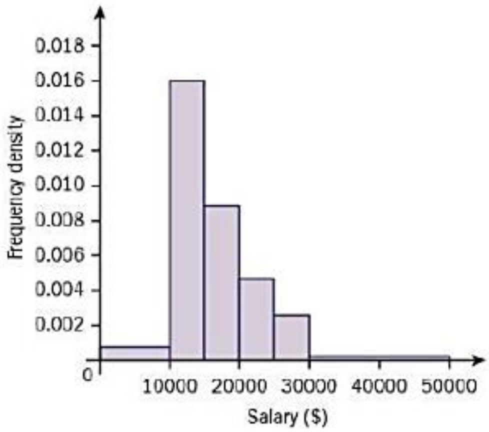
2. a)

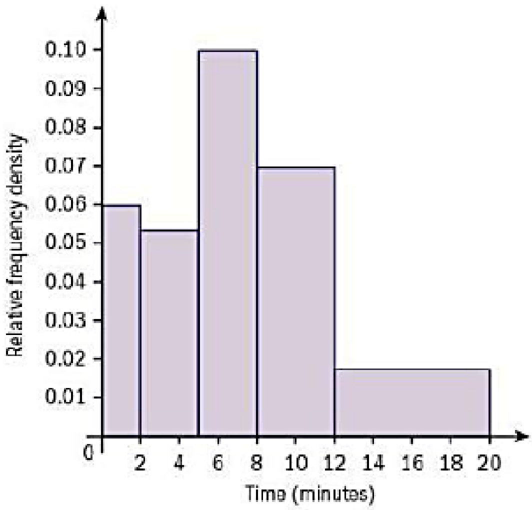
b) rata-rata = 34,2g (1 d.p.), standar deviasi = 14,7g (1 d.p.)

c) Rata-rata asupan protein harian lebih tinggi di negara kedua daripada di negara pertama. Asupan protein harian lebih bervariasi di negara pertama daripada di negara kedua.



3.

4. 

5. a) 

   b) 10

Latihan 3.4

1. a) median = 64, kuartil bawah = 60,5, kuartil atas = 69

   b)

Pulse rate	Frequency
51–55	4
56–60	5
61–65	12
66–70	8
71–75	4
76–80	2
81–85	1

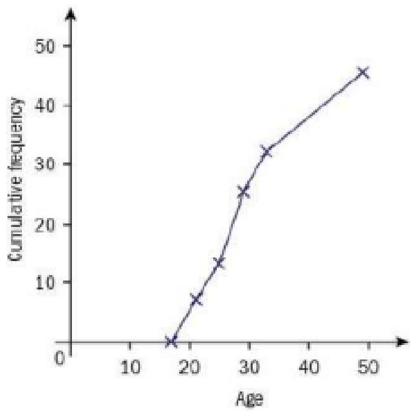
   c) median = 64,5 (1 d.p.), kuartil bawah = 60,7 (1 d.p.), kuartil atas = 69,6 (1 d.p.)

2. a) median = 28, kuartil bawah = 23, kuartil atas = 34

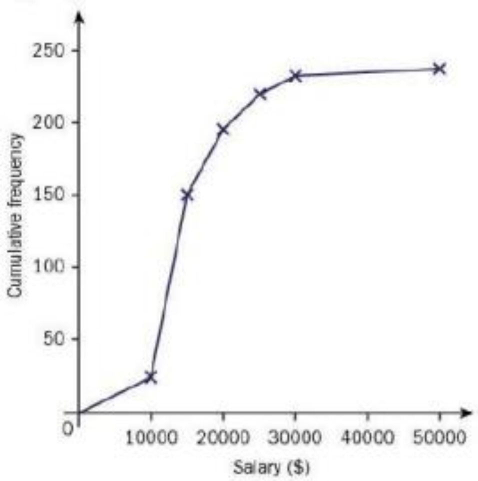
b)

Age	Frequency
17–20	7
21–24	6
25–28	12
29–32	7
33–48	13

c)



d) median = 28, kuartil bawah = 24, kuartil atas = 35 3. A 250 -

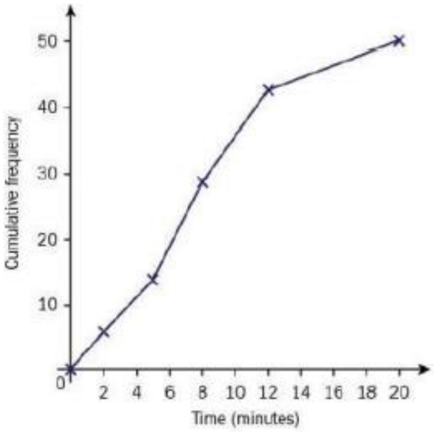


3. a)

b) median = $13 700, kuartil bawah = $11 400, kuartil atas = $17 000

c) 4%

4. a)



   b) 7,3 menit Jawaban

   c) 6 menit

Latihan 3.5

1. a) A = 1,69 (2 d.p.),
   B = —1,62 (2 d.p.),
   C = —1,04 (2 d.p.)

   b) Grup A

2. a) A = —0,07 (2 d.p.),
   B = 0,17 (2 d.p.),
   C = —0,21

   b) Golongan C

   c) Ya, tetapi tandanya dibalik untuk Golongan 13 dan C

3. a) 31,9375

   b)

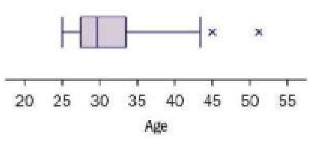
2	566777899
3	0234
4	25
5	1

   Kunci: 3 | 4 artinya 34

   c) median = 29, kuartil bawah = 27, kuartil atas = 33,5

   d) 45 dan 51 outlier

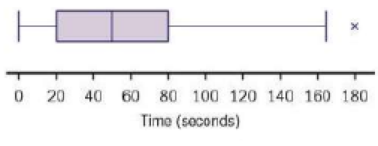
   e)



   f) Distribusi miring positif karena ada ekor panjang ke kanan. Juga, Q3 — Q,› Q, — Q1

4. a) median = 49,5 detik,
   rentang interkuartil = 58 detik

   b)



   c) Distribusi miring positif karena ada ekor panjang ke kanan. Namun, distribusinya hampir simetris antar kuartil.

d) Waktu tunggu nol terjadi ketika ada kereta di peron dan penumpang tidak perlu menunggu.

Latihan 3.6

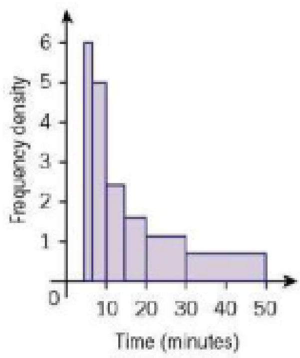
1. Rata-rata denyut nadi mereka lebih tinggi setelah pelajaran olahraga daripada setelah pelajaran matematika. Mereka juga lebih bervariasi setelah pelajaran olahraga daripada setelah pelajaran matematika.
2. a) rata-rata = 1,1 kg, varians = 0,075kg2
   b) Rata-rata diet baru menunjukkan penurunan berat badan yang lebih tinggi daripada diet tradisional. Penurunan berat badan dengan diet baru kurang bervariasi dibandingkan penurunan berat badan dengan diet tradisional.
3. Rata-rata tanaman lebih panjang di kebun A daripada di kebun B. Kisaran keseluruhan sedikit lebih besar untuk kebun B daripada kebun A tetapi jangkauan interkuartil lebih besar untuk kebun A daripada kebun B. Ini berarti ada lebih banyak variasi di pusat 50% dari data untuk taman A daripada taman B.

Latihan Tambahan

1. a)
   b) Distribusi tundaan miring positif karena ada ekor panjang ke kanan. Juga, Q,— Q,> Q, — Q,
   c) Rata-rata terjadi keterlambatan yang lebih lama pada hari kedua dibandingkan hari pertama. Keterlambatan pada hari kedua lebih bervariasi dibandingkan dengan keterlambatan pada hari pertama.

0	013346788
1	12245
2	8
3	4

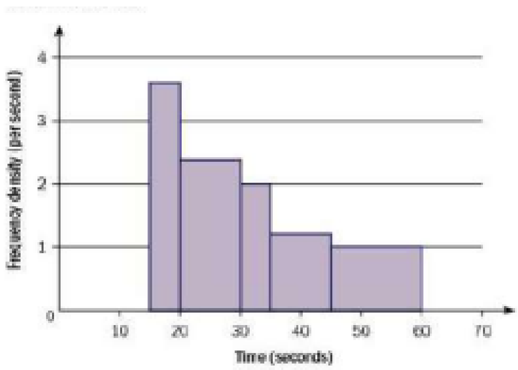
2. Kunci: 1 | 6 berarti 16 penumpang
3. a) Data kontinyu dan memiliki lebar kelas yang tidak sama.
   b) batas kelas atas = 14,5, batas kelas bawah = 9,5



c)

d) mean = 17,9 menit (1 d.p.), standar deviasi = 12,2 menit (1 d.p.)

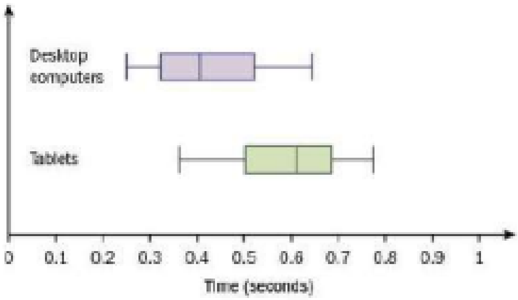
e) Rata-rata akan berkurang karena waktu keluar untuk 12 penerbangan yang dikecualikan semuanya lebih besar dari rata-rata saat ini yaitu 17,9 menit.

4. i)


ii) 32 detik

iii) 5 detik

5. i) median = 0,41 detik, LQ = 0,325 detik: UQ = 0,52 detik

ii)


iii) Komputer desktop lebih cepat (rata-rata), dan kedua jenis tersebut memiliki variabilitas yang serupa.

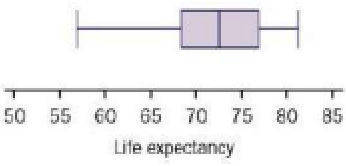
6. a)

0	4567777
1	2388
2	6
3	334
4	4
5	6
6	9

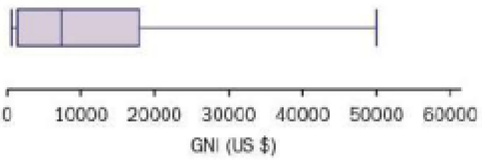
Kunci: 2 | 4 artinya 24

b) 5 6 7 8 9

Kunci: 8 | 5 berarti 85%

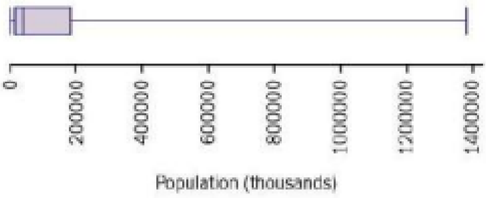
c)


Distribusi keseluruhan miring negatif tetapi hampir simetris antara kuartil.



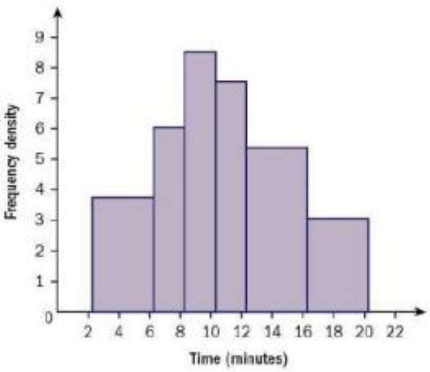
d)

Positive skew.

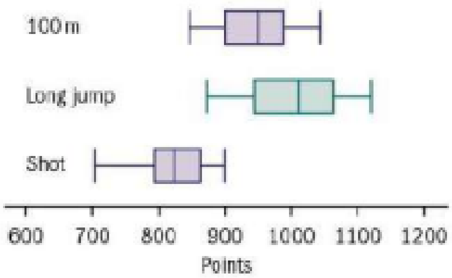


e)

Sangat miring positif



7.



8.

Rata-rata poin yang dicetak dalam lompat jauh adalah yang tertinggi dan poin yang dicetak dalam tembakan paling sedikit. Variasi poin yang dicetak paling besar pada lompat jauh dan terendah pada tembakan.

BAB 4

Latihan

1. **a)** $\frac{11}{12}$ **b)** $\frac{1}{6}$

2. HH, TT, HT, TH

Latihan 4.1

1. **a)** $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{1, 4\}$, $C = \{2, 3, 5\}$, $D = \{3, 6\}$

b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ **c)** $\{2\}$ **d)** $\frac{1}{6}$

e) 0 **f)** $\frac{1}{2}$

2. **a)** A consonant is chosen.

b) $A = \{A, E, I\}$, $B = \{B\}$, $C = \{A, B, C, D, E, G, I, M\}$, $D = \{C, E\}$

c) $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{8}{9}, \frac{2}{9}$ **d)** {A, E, I}

e) $\frac{1}{3}$ **f)** $\frac{1}{9}$ **g)** $\frac{4}{9}$

3. **c)** 10

4. **b)** 5 **d)** 3

Latihan 4.2

1. {(V,V); (V,O); (V,C); (O,V); (O,O); (O,C); (C,V); (C,O); (C,C)}

2. {(V,O); (V,C); (O,V); (O,C); (C,V); (C,O)}

3.

Sum	1	2	3	4	5	6
1	X	3	4	5	6	7
2	3	X	5	6	7	8
3	4	5	X	7	8	9
4	5	6	7	X	9	10
5	6	7	8	9	X	11
6	7	8	9	10	11	X

a) $\frac{2}{15}$ **b)** $\frac{1}{15}$ **c)** 0

4. **a)** {(H, 1); (H, 2); (H, 3); (H, 4); (H, 5); (H, 6); (T, 1); (T, 2); (T, 3); (T, 4); (T, 5); (T, 6)}

b)

Score		1	2	3	4	5	6
H	1	2	3	4	5	6	7
T	2	3	4	5	6	7	8

5. a)

Product	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

b) i) $\frac{1}{18}$ ii) $\frac{1}{18}$ iii) $\frac{1}{9}$ iv) $\frac{1}{18}$

6. a)

Low	1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2
3	1	2	3	3	3	3
4	1	2	3	4	4	4
5	1	2	3	4	5	5
6	1	2	3	4	5	6

b) i) $\frac{7}{36}$ ii) $\frac{1}{12}$ iii) $\frac{1}{36}$

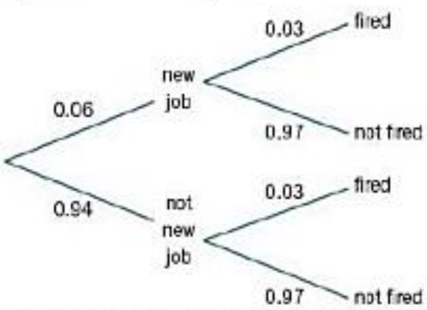
7. a)

Difference	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

b) i) $\frac{1}{6}$ ii) $\frac{1}{18}$ iii) 0

Latihan 4.3

1. a) $\frac{15}{32}$ b) $\frac{15}{28}$
2. a) 0.4 b) 0.5
3.



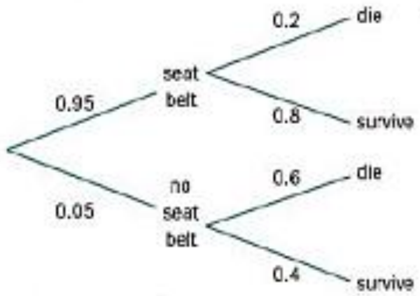
a) 0.9118 b) 0.0864 c) 0.0018

4. a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{4}$

5. a) $\frac{3}{10}$ b) $\frac{1}{30}$ c) $\frac{3}{10}$

Latihan 4.4

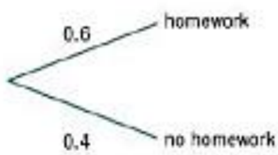
1. a)



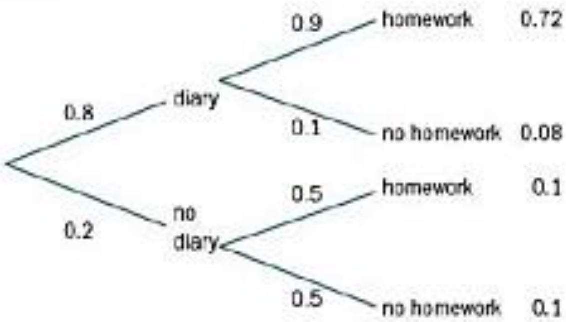
b) 0.02

2. a) $\frac{7}{300}$ b) $\frac{4}{7}$

3. Student A



Student B

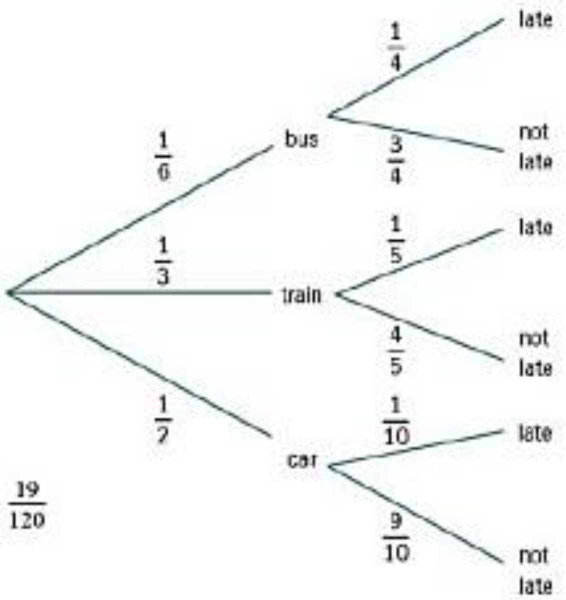


a) 0.82 b) 0.492 c) 0.752

4. a) $\frac{130}{271}$ b) $\frac{49}{542}$ c) $\frac{49}{260}$ d) $\frac{153}{364}$

5. a) $\frac{25}{173}$ b) $\frac{7}{25}$

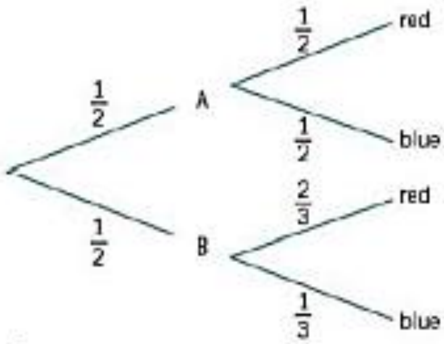
6.



$\frac{19}{120}$

7. **a)** 0.035 **b)** 0.048 **c)** $\frac{35}{48}$

8. **a)**



$\frac{7}{12}$

b) **i)** $\frac{25}{42}$ **ii)** $\frac{12}{25}$

Latihan 4.5

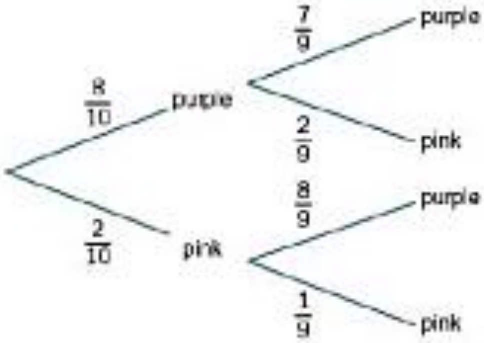
1.	**a)** 0.28	**b)** 0.82	**c)** 0.12
4.	**a)** 0.4	**b)** 0.5	**c)** 0.3
5.	**a)** **i)** $\frac{59}{208}$	**ii)** $\frac{100}{208}$	**iii)** $\frac{59}{124}$

6. a) saling lepas b) saling lepas
c) tidak satu pun d) saling lepas dan lengkap
e) mandiri f) saling lepas

7. a) benar b) benar c) benar d) salah

Latihan Lanjutan

1. **a)**



b) $\frac{4}{5}$ **c)** $\frac{7}{9}$

2. **a)** 0.002978 **b)** 0.671 (3 s.f.)

c) There is more than a 67% chance that a person who has tested positive does not have the disea

3. **a)** 0 **b)** $\frac{5}{6}$

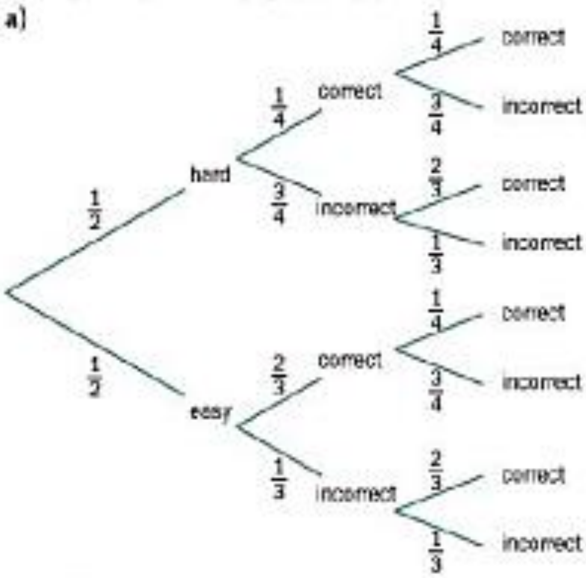
c) A and B are not independent since $P(A \mid B) \neq P(A)$.

4. **a)** **i)** $\frac{1}{4}$ **ii)** $\frac{1}{4}$ **iii)** $\frac{2}{5}$

b) **i)** no, since $P(A \cap B) \neq 0$

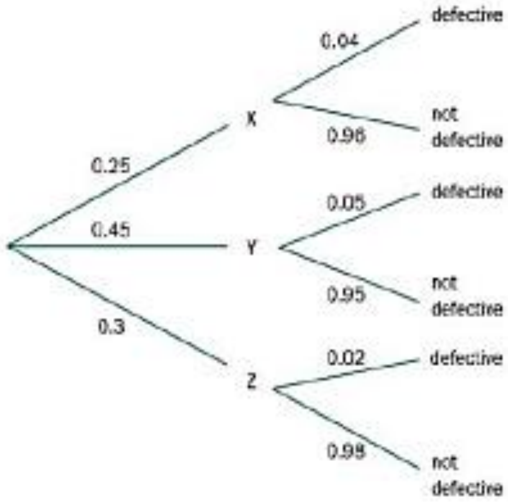
ii) no, since $P(A \mid B) \neq P(A)$

5. **a)**



b) $\frac{11}{96}$ **c)** $\frac{3}{11}$

6. a)



b) i) 0.4275 ii) 0.9615

c) $\frac{285}{641}$ or 0.445 (3 s.f.)

7. a) 0.35

b) $P(F \cap S) = 0.35 \neq P(F) \times P(S) = 0.6 \times 0.4 = 0.24$

c) The golfer's form from the first week is likely to be carried into the second week.

8. a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{2}$

9. 0

10. a) 0.05 b) 0.125 c) 0.8

11. a) $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$,
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$

b) $\frac{2}{3}$ or $\frac{1}{2}$

12. a) 0.2 b) $\frac{5}{7}$

13. i) 0.85 ii) 0.41

14. $\frac{1}{3}$

15. i) 0.465 ii) 0.221
iii) 0.488 iv) 0.512

16. i) 25 – 30 ii) 13
iii) 72 iv) $\frac{13}{21} = 0.62$

BAB 5

Pemeriksaan Keterampilan

1. *12, 6, 4, 3*
2. *a = 0.1, b=0.3*

Latihan 5.1

1. a) bukan variabel acak diskrit karena $\sum \mathrm{P}(X = x) \neq 1$
   b) variabel acak diskrit
   c) variabel acak diskrit
   d) bukan variabel acak diskrit karena P(X = 5) < 0

2. a)

x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

b)

y	2	4	6	8	10	12
$P(Y = y)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

c)

z	1	4	9	16	25	36
$P(Z = z)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

d)

w	0	1
$P(W = w)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

3.

x	0	1	2
$P(X = x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

4. a) i) 0.3 ii) 0.8

b) i) $\frac{1}{6}$ ii) $\frac{5}{6}$

c) i) 0 ii) 0.1

Latihan 5.2

1. a)

r	1	2	3	4	5
Probability	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{5}{15}$

b)

r	1	2	3	4
Probability	$\frac{12}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{3}{25}$

c) bukan fungsi probabilitas karena tidak terdefinisi untuk $r = 1$

d)

r	1	2	3	4
Probability	$\frac{30}{77}$	$\frac{20}{77}$	$\frac{15}{77}$	$\frac{12}{77}$

2. a)

z	1	2	3	4
Probability	$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$

b)

y	1	2	3	4	5
Probability	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

c)

w	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Probability	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

d)

r	1	2	3	4
Probability	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{7}{16}$

3. a) $\frac{12}{15}$ b) $\frac{6}{15}$ c) $\frac{3}{15}$
   d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{4}$
4. b) i) 0.52 ii) $\frac{3}{13}$
5. $c = \frac{1}{30}$, $P(Y < 3) = \frac{5}{30}$

Latihan 5.3

1. a) 3.2 b) –0.2 c) 7.6875
2. a) 2 b) 3
3. a) i) 0.3 ii) 2.7 iii) 9.3
   b) i) $\frac{1}{6}$ ii) 7.5 iii) 61.5
4. $\frac{161}{36}$
5. $a = 0.4$, $b = 0.2$
6. $a = 0.175$, $b = 0.125$, $P(X > E(X)) = 0.325$

Latihan 5.4

1. a) $E(X) = 7.1$, $Var(X) = 1.29$
   b) $E(X) = 0.1$, $Var(X) = 1.29$
   c) $E(X) = 1.9375$, $Var(X) = 1.43$ (3 s.f.)
2. a) mean = 2.33 (3 s.f.), variance = 1.56 (3 s.f.)
   b) mean = 3.5, variance = 2.92 (3 s.f.)
   c) mean = 7, variance = 5.83 (3 s.f.)
3. a) i) 0.3 ii) $E(X) = 2.9$, $Var(X) = 1.69$
   b) i) $\frac{1}{6}$ ii) $E(X) = 4.5$, $Var(X) = 0.917$ (3 s.f.)
4. $E(Y) = 2.53$ (3 s.f.), $Var(Y) = 1.97$ (3 s.f.)
5. $a = 0.1$, $b = 0.5$, $Var(X) = 2.21$
6. $a = 0.2$, $b = 0.3$, $Var(X) = 18.01$

Latihan Rangkuman 5

1. b) $\frac{18}{25}$ c) 1.92
2. b) 5.5 c) 2.42 (3 s.f.)
3. a) 0.4 b) 6.56 c) 0
4. X is not a discrete uniform distribution, Y and Z are discrete uniform distributions.
5. a) 0.3 b) 8 c) 1
   d) −11 e) 4
6. a) i) mean = 2, standard deviation = 1.14 (3 s.f.)
   ii) 5.1 minutes
   b) i) 0.35 ii) $\frac{1}{14}$
7. a) $a + b = 0.4$, $8a + 11b = 3.95$ b) $a = 0.15$, $b = 0.25$
   c) 2.0475
8. a)

x	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	$\frac{9}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{5}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{1}{25}$

   b) $\frac{8}{25}$ c) 2.2 d) 1.36
9. a)

x	10	12	15	16	18	20	24	25
$P(X = x)$	0.1	0.2	0.05	0.05	0.2	0.1	0.2	0.1

   b) 17.85 c) 26.7275
10. b) $E(X) = 3.33$ (3 s.f.) c) 0.689 (3 s.f.)
11. a) $\frac{1}{28}$ b) $E(X) = 5$, $Var(X) = 3$
    c) $\frac{3}{28}$ d) mean = 3500, variance = 6 750 000
12. i)

Score	2	3	4	5	6
Probability	$\frac{1}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{9}{36}$

    ii) $E(X) = \frac{14}{3}$; $Var(X) = \frac{10}{9}$
    iii) $\frac{7}{18}$
13. i)

Number of green cards	0	1	2
Probability	$\frac{7}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{1}{15}$

    ii) 0.6
14. i) $a = 0.25$, $b = 0.15$ ii) 4.3875

BAB 6

Pemeriksaan keterampilan

1. HH, TT, HT, TH
2. H1, H2, H3, H4, H5, H6, T1, T2, T3, T4, T5, T6

Latihan 6.1

1. a) 720 b) 6 c) 479 001 600
2. a) 7 b) 20 c) 1
3. 24 4. 40 320 5. 40 320
6. 120 7. 120 8. 3 628 800

Latihan 6.2

1. a) 8 b) 210 c) 120 d) 120
2. a) 13 366 080 b) 2.18×10^{11}
3. 15120 4. 3024 5. 1 814 400
6. 6720 7. 336 8. 360

Latihan 6.3

1. 240
2. a) 40 320 b) 2880
3. a) 241 920 b) 40 320
4. 96 5. 24 6. 42
7. a) 72 b) 24
8. a) 261 273 600 b) 3 110 400
9. 144

Latihan 6.4

1. a) 10 080 b) 360
2. a) 120 b) 720
3. 1680 4. 56
5. 1960 6. 8008
7. a) 151 200 b) 5040

Latihan 6.5 halaman 107

1. 27 405
2. 15 504 3
3. b) Memilih objek cts untuk menetapkan ke grup 'diambil' memiliki korespondensi satu-ke-satu dengan memilih objek ri - r untuk ditetapkan ke grup 'tertinggal'.
4. a) 14 950 b) 8965
5. 53 130
6. 531300; mereka perlu memastikan bahwa baik pemenang maupun runner up dinyatakan positif menggunakan obat peningkat kinerja.

Latihan 6.6

1. $\frac{2}{5}$ 2. $\frac{5}{42}$
3. a) $\frac{2}{11}$ b) $\frac{1}{77}$ c) $\frac{27}{154}$
4. 0.398 5. 0.0128 6. $\frac{1}{105}$

Latihan Rangkuman 6

1. 369600 2. $\frac{1}{945}$
3. 0.2 4. $\frac{1}{3}$
5. 3024000
6. i) 151200 ii) 64800
7. i) 726485760 ii) 3628800 iii) 0.995
8. i) 3840 ii) 28800
9. i) 28 ii) 20 iii) 70

BAB 7

Latihan Soal:

1. a) 3628800 b) 6435
2. 10.4

Latihan 7.1

1. a) 1 7 21 35 35 21 7 1
   b) i) 35 ii) 21
2. a) i) 210 ii) 1 iii) 5005
   iv) 4950
   b) i) 45 ii) 462 iii) 1
   iv) 4.71×10^{13} (3 s.f.)
3. a) 0.234 (3 s.f.) b) 0.0938 (3 s.f.)
4. a) 0.324 (3 s.f.) b) 0.0102 (3 s.f.)
5. a) 0.142 (3 s.f.) b) 0.0420 (3 s.f.)
6. a) 0.00149 (3 s.f.) b) 0.231 (3 s.f.)
7. a) 0.0173 (3 s.f.) b) 0.137 (3 s.f.)
8. a) 0.0131 (3 s.f.) b) 0.0393 (3 s.f.)
9. a) 0.234 (3 s.f.) b) 0.0938 (3 s.f.)
10. a) i) 0.000977 (3 s.f.) ii) 0.00977 (3 s.f.)
    iii) 0.0439 (3 s.f.) iv) 0.117 (3 s.f.)
    b) i) 0.0107 (3 s.f.) ii) 0.945 (3 s.f.)
    iii) 0.828 (3 s.f.)
11. a) 0.264 (3 s.f.) b) 1.00 (3 s.f.)
12. a) 0.0913 (3 s.f.) b) 9.09×10^{-13} (3 s.f.)
13. a) 0.237 (3 s.f.) b) 0.0879 (3 s.f.)

Latihan 7.2

1. a) 17.5 b) 8.75
2. mean = 30, standar deviasi = 4.24 (3 s.f.)
3. a) 2 b) 0.421 (3 s.f.)
4. 100
5. a) mean = 16, varians = 3.2 b) 0.589 (3 s.f.)

6. Var(X) = 20p(1 - p), p = 0.5
7. 0.360 (3 s.1)

Latihan 7.3

1. a) Tidak, tidak ada jumlah percobaan yang tetap.

   b) Ya, n =10, $p = \frac{1}{6}$

   c) Tidak, karena bola diambil tanpa pengembalian, percobaannya tidak independen.

   d) Ya, n = 5, $p = \frac{1}{2}$

   e) Ya, n = 25, $p = \frac{1}{6}$

   f) Tidak, Anda tidak menghitung berapa kali hasil tertentu diamati.

2. a) i) 0,0424 (3 s.f.) ii) 0,141 (3 s.f.)

   iii) 0,228 (3 s.f) iv) 0,236 (3 s.f.)

   b) 3

   c) rata-rata = 3, varians = 2,7

3. a) Mobil-mobil itu bebas. n = 40, p = 0,08

   b) Sekrupnya independen. n = 48, p = 0,02

   c) n = 50, p = 0,3

   d) Ada cukup banyak bola untuk mengasumsikan bahwa warna bola itu independen. n=50,p=0.3

4. a) mean = 3, varians = 1.5

   b) mean = 3, varians = 3.07 (3 s.f)

   c) Tidak, varians 3.07 lebih dari dua kali lipat varians yang diberikan oleh model binomial.

Latihan Tambahan

1. a) 0,817 (3 s.f.) b) 0,408 (3 s.f.)
2. a) 125 b) 1,70 (3 s.f.)
3. a) 0,825 (3 s.f.) b) 0,177 (3 s.f.)
4. a) i) 0,683 (3 s.f.) ii) 0,576

   b) 0,166 (3 s.f.)

   c) mean = 2, standar deviasi = 1,10 (3 s.f.)

   d) i) rata-rata = 2,1, standar deviasi = 1,60 (3 s.f.)

   ii) Nilai-nilai ini tidak mendukung keyakinan Louise.

   Rata-rata 2,1 adalah dosis rata-rata yang diberikan oleh model binomial tetapi standar deviasi 1,60 kira-kira 45% lebih besar dari yang diberikan oleh model binomial.
5. a) i) 0,839 (3 s.f.) ii) 0 0,187 (3 st.) iii) 0,835 (3 s.f.)

   b) rata-rata = 210, varians = 151,2
6. a) i) 0,219 (3 s.f.) ii) 0,950 (3 s.f.) iii) 0 iv) 0,686 (3 s.f.)

   b) i) mean = 9, standar deviasi = 1,90 (3 s.f.)

ii) mean = 9,1, standar deviasi = 1,58 (3 s.f.)

Nilai-nilai ini dekat dengan yang diberikan oleh model binomial dan mendukung klaim Ronnie.

7. a) i) 0,839 (3 s.f.) ii) 0,107 (3 s.f.) iii) 0,831 (3 s.f.)

   b) Untuk model binomial rata-ratanya adalah 8 dan variannya adalah 6,4. Nilai-nilai ini tidak mendukung klaim Conn karena tingginya nilai variansnya.
8. a) 0,873 (3 s.f.) b) 0,0266 (3 s.f.)
9. a) Dua asumsi dari: ada jumlah percobaan tetap; setiap percobaan harus memiliki dua kemungkinan hasil yang sama; hasil uji coba tidak tergantung satu sama lain; probabilitas hasil tetap konstan.

   b) i) 0,0402 (3 s.f.) ii) 0,314 (3 s.f.)

   c) Bukti
10. a) 0,411 (3 s.f.) b) 0,210 (3 s.f.)

    c) Warna manik-manik tidak tergantung.
11. 0,438
12. i) 0,647

    ii) Tidak - karena cuaca pada suatu hari sering dipengaruhi oleh cuaca pada hari sebelumnya.
13. 0.660

BAB 8

Latihan Soal

1. a) $P(B|A) = \frac{2}{3}$ b) $P(B|A') = \frac{1}{3}$
2. $P(2 \text{ sixes} \mid \text{at least 1 six}) = \frac{1}{11}$

Latihan 8.1

1. a) 0.1875 b) 0.015625
2. a) 0.16 b) 0.36
3. a) 0.0478 b) 0.531
4. a) 0.0154 b) 0.990
5. a) 0.0864

   b) $P(X = 6 \mid X > 2) = P(X = 4) = 0.0864$
6. 0.316
7. 0.218
8. 0.0625
9. 0.272

Latihan 8.2

1. 2.5
2. 10
3. 0.5904
4. a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{8}{27}$
5. a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{8}$
6. a) 0.1024 b) 0.2304
7. a) 20 b) 0.226 c) 0.215 d) 1
8. a) $N \sim \text{Geo}\left(\frac{1}{6}\right)$ b) $\frac{5}{36}$
   c) 0.598 d) 0.402
9. a) $X \sim \text{Geo}(0.5122)$ b) 1.95
   c) 0.5122 d) 0.4878

Latihan 8.3

1. a) Ya, p = $\frac{1}{6}$
   b) Tidak-binomial
   c) Tidak - probabilitas berubah 1
   d) Ya,p = $\frac{1}{3}$
   e) Ya, p = $\frac{1}{36}$
   f) Tidak - ini adalah kombinasi linier acak variabel.

2. Modus, mean, median:
   a) $1, \frac{5}{3}, 1$ b) 1, 2.5, 2 c) 1, 5, 4

3. Kemandirian dan probabilitas tetap konstan untuk semua.
   a) Dipertanyakan bahwa probabilitas tetap konstan sepanjang hari-p=0,08 jika model dianggap memadai.
   b) $p = 0.02$ c) $p = 0.2$ d) $p = 0.2$

4. a) 1.91 (3 s.f.)
   b) X-Geo(0.523), frekuensi yang diharapkan: 41.8, 20.0, 9.5, 4.5, 2,2, 1.0, 0.5, 0.2
   c) Sangat pas.

Latihan Soal Tambahan

1. **a)** 0.1024 **b)** 0.262

2. 1.11

3. **a)** $\frac{4}{27}$ **b)** 3 **c)** $\frac{8}{27}$

4. **a)** 0.144 **b)** 0.216

c) $P(X=6 \mid X>3) = \frac{P(X=6)}{P(X>3)} = \frac{0.6^3 \times 0.4}{0.6^3} = 0.6^2 \times 0.4$
$= 0.144$

d) a memoryless property

5. 0.613

6. **a)** $\frac{1}{4}$ **b)** $\frac{27}{64}$

7. 0.0625

8. 0.668

9. **a)** 0.1029 **b)** 0.2401 **c)** 0.832

10. **a)** $X \sim \text{Geo}\left(\frac{1}{3}\right)$ **b)** **i)** 0.0988 **ii)** $\frac{5}{9}$

c) 3 **d)** 0.00963

11. **b)** $P(Y_1 + Y_2 > 3) = 1 - P(Y_1 + Y_2 = 2, 3) =$
$1 - (0.3^2 + 2 \times 0.3^2 \times 0.7) = 0.784$

13. **a)** $\frac{5}{36}$

b) 0.0804 (3 s.f.)

c) 0.402 (3 s.f.)

d) 0.147

e) $\frac{5}{11}$

BAB 9

Pemeriksaan Keterampilan

1. $\mu = 41, \sigma = 10$

2. 5

Latihan 9.1

1. **a)** **i)** 2 **ii)** −0.5 **iii)** 1.5 **iv)** 0

b) **i)** 65.1 **ii)** 39.2 **iii)** 53.2 **iv)** 70

2. **a)** **i)** −1.4 **ii)** −5.6 **iii)** 0.86 **iv)** −0.06

b) **i)** 98.5 **ii)** 76.5 **iii)** 84 **iv)** 92

3. **a)** **i)** 1 **ii)** −0.5 **iii)** −2.5

iv) 0.233 (3 dp)

Latihan 9.2

1.	a) 0.4761		b) 0.9957		c) 0.7881	
	d) 0.1089		e) 0.7721			
2.	a) 0.8599		b) 0.6179		c) 0.2358	
	d) 0.0905					
3.	a) 0.2061		b) 0.7675		c) 0.8371	
4.	a) 0.9282		b) 0.4716		c) 0.0205	
	d) 0.9638					
5.	a) 1.282		b) 2.576		c) −1.960	
	d) −0.842		e) 1.555		f) −2.120	

Latihan 9.3

1.	a) 0.9641	b) 0.2119	c) 0.1587
2.	a) 0.3085	b) 0.9599	c) 0.3354
3.	a) 0.9772	b) 0.3696	c) 0.3598
4.	a) 0.5	b) 0.4279	c) 0.6826
5.	a) 0.9873	b) 0.2881	c) 0.6170
6.	a) 31.6	b) 26.0	
7.	a) 93.7	b) 80.8	c) 86.7
8.	a) 4.97	b) 3.26	
9.	15.2	10. 2.71	
11.	5.22	12. 4.98	
13.	0.546		
14.	$\mu = 31.9$, $\sigma = 5.86$		
15.	$\mu = 73.3$, $\sigma = 18.7$		
16.	$\mu = 1.54$, $\sigma = 2.21$		
17.	$\mu = 1074$, $\sigma = 69.4$		
18.	$\mu = 47.3$, $\sigma = 5.58$		

Latihan 9.4

1. 124.7
2. a) 0,2798 b) 0,4982
3. a) Bukti b) 45,92% c) 0,1582

   d) Proses produksi biasanya simetris secara luas, dan diameter adalah ukuran kontinu. Diameter tidak boleh negatif, tetapi 0 adalah >100 standar deviasi di bawah rata-rata untuk konteks ini, jadi ini bukan masalah. Normal cenderung menjadi model yang baik untuk konteks ini.

4. a) $\mu = 29.4$, $\sigma = 8.29$

   b) Waktu perjalanan cenderung memiliki kemiringan positif - yang disebabkan oleh perbaikan jalan, penundaan kereta dll. Jika ini tidak parah maka model normal kemungkinan merupakan model yang masuk akal (berkelanjutan dan 0 adalah >3.5 standar deviasi di bawah rata-rata, jadi pemotongan nilai negatif tidak menjadi masalah).

5. a) 0,7734
   b) 48,1 jam
   c) 49,6 jam

6. a) 0,1056
   b) 0,864
   c) 343 ml
   d) 333,m1
   e) 6,08rn1

7. a) 0,2266
   b) 0,253

8. a) i) 11,51% ii) 86,21% iii) 483 detik
   b) 351 detik

9. a) 662m1
   b) 0,0002%

10. a) 2,28%
    b) 29
    c) 17,95 mm
    d) 0,0063

Latihan Soal Tambahan

1. a) 0,0228
   b) 0,2384
   c) 87,4 2.

2. a) 0,0196
   b) 0,0531
   c) 0,0010
   d) Kecil kemungkinan bahwa penampilan dalam kedua peristiwa itu independen.

3. a) 0,1587
   b) 0,1624
   c) 3,88 ml

4. a) Dua dari berikut ini:

- simetris
- tidak terhingga di kedua arah
- memiliki puncak tunggal di tengahnya
- kontinu
- 95% nilai berada dalam kira-kira 2 standar deviasi rata-rata
- 99% nilai berada dalam kira-kira 3 standar deviasi rata-rata.

b) μ = 291 jam, σ = 29,7 jam

c) $64600

5. a) 0,1186
   b) 0/435
   c) 265

6. a) 9,45 menit
   b) Apakah ini masuk akal mungkin sedikit bergantung pada apa subjeknya: mungkin tidak masuk akal dalam Matematika di mana jawaban yang sepenuhnya benar akan membutuhkan waktu yang sangat sedikit untuk dinilai, di mana mata pelajaran interpretatif seperti Bahasa Inggris atau Sejarah mungkin dimodelkan dengan baik oleh normal (sekali lagi, ini kontinu dan pemotongan negatif tidak menjadi masalah).

7. a) 0,0228
   b) 82
   c) 0,0150
   d) Tidak mungkin bahwa kinerja dalam makalah tertulis dan kinerja dalam proyek tidak bergantung satu sama lain.

8. a) i) Bukti ii) 85
   b) 0,2684

9. a) i) 0,2266 ii) 0,6678 iii) 0,0287
   b) untung = $34,75

10. a) i) 0,0913 ii) 0,186
    b) 139

11. i) 0,266 ii) 0,268 iii) 6,47m1

12. 9,2 cm

13. μ = 323,7, σ=8,32

BAB 10

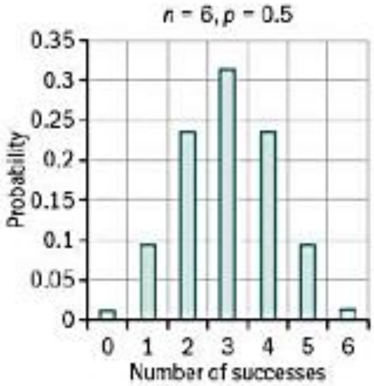
Latihan Soal

1. mean = 2.4, variance = 1.68
2. a) 0.9772 b) 0.3696 c) 0.3598

Latihan 10.1

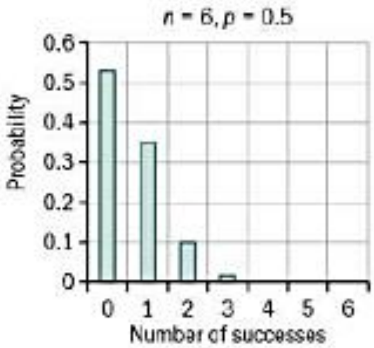
1.

X	0	1	2	3	4	5	6
Prob	0.015625	0.09375	0.234375	0.3125	0.234375	0.09375	0.015625



2.

X	0	1	2	3	4	5	6
Prob	0.531441	0.354294	0.098415	0.01458	0.001215	5.4E-05	0.000001

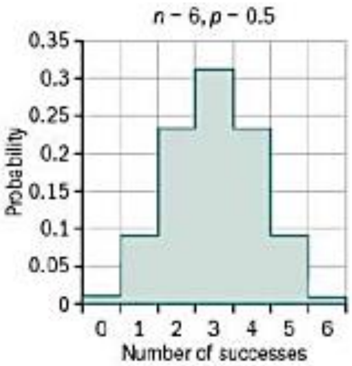


Latihan 10.2

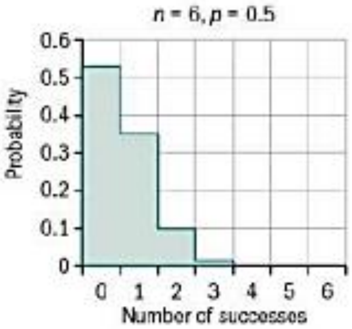
1. a) $P(Y < 41.5)$ b) $P(Y > 31.5)$ c) $P(Y > 8.5)$
   d) $P(42.5 < Y < 85.5)$

2.

X	0	1	2	3	4	5	6
probability	0.015625	0.09375	0.234375	0.3125	0.234375	0.09375	0.015625



X	0	1	2	3	4	5	6
Prob	0.531441	0.354294	0.098415	0.01458	0.001215	5.4E-05	0.000001



Latihan 10.3

1. **a)** N(35, 10.5) **c)** N(100, 80)

2. **a)** 0.9775 **b)** 0.1136 **c)** 0.4887
d) 0.8263 **e)** 0.6288

3. **a)** **i)** 0.6923 **ii)** 0.6975
b) **i)** 0.0052 **ii)** 0.75%

4. $np > 5$ and $n(1-p) > 5$, $N(np, np(1-p))$

5. **a)** 0.2342 **b)** 0.0268

6. **a)** B(50, 0.25) **b)** 0.0111 **c)** 0.8023

7. **a)** 0.8689

b) Mereka tidak mungkin menjadi sampel acak karena mereka adalah pasien yang lebih mungkin sakit dan mengalami peningkatan tekanan darah.

Latihan Soal Tambahan

1. **a)** 3.2 **b)** 0.7939 **c)** 0.0066

2. **a)** 0.0547 **b)** 0 **c)** 0

3. **a)** 0.1252 **b)** 0.005 **c)** 0

4. **a)** **i)** 0.850 **ii)** 0.350
b) 0.9502 **c)** 0.425

5. **a)** 0.805 **b)** 0.0277

6. **a)** **i)** 0.0718 **ii)** 0.729 **iii)** 0.2364
b) 0.001

7. **i)** 0.558 **ii)** 0.013

8. 0.065

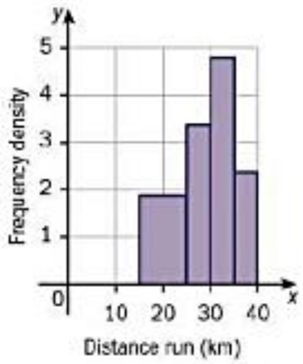
9. 0.189

10. **i)** 0.0272 **ii)** 0.718 **iii)** 0.113

Lembar Ujian A

1. $\bar{x} = 30.024$; $\sigma = 0.461$

2.



3. **a)** $\sigma = 0.950$ **b)** 0.4164

4. **a)** 0.159 **b)** 0.579

5. **a)** $\frac{12}{134}$ **b)** $\frac{15}{67}$ **c)** $\frac{24}{47}$

6. **a)** **i)** 117 **ii)** 71 **iii)** 270 **b)** 30

7. **a)** 0.315

b)

X	1	2	3	4	5	6	8	9	10	12	15	16	20	25
Prob(/36)	1	2	2	3	2	2	2	1	2	2	2	1	2	1

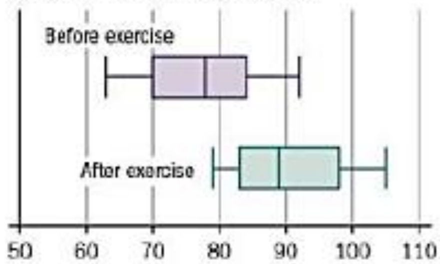
c) 6.25; 44.97 **d)** $\frac{13}{36}$

Lembar Ujian B

1. 0.8181

2. **a)** median 78, LQ = 70, UQ = 84

b)



3. **a)** $35.8 = \frac{(3 \times 5) + (5 \times 15) + 30f + (4 \times 55) + (3 \times 95)}{15 + f}$

$\Rightarrow f = 10$

b) 26.3

4. **a)** 0.544 **b)** 0.0032

5. **a)** 0.04 **b)** 0.64 **c)** 0.455

6. **a)** Proof **b)** $\frac{14}{55}$ **c)** 4.09 **d)** 0.295

7. **a)** **i)** 3 **ii)** 28 **iii)** 243 **b)** 302 400

KUMPULAN DATA

"Tabel berikut memberikan kumpulan data lengkap untuk skor decathlon yang telah kami gunakan di Bab 3 dan yang kami pertimbangkan dalam Matematika dalam statistik Olahraga angkat-nyata. Tabel pertama menunjukkan hasil yang dicapai setiap atlet, dan tabel kedua menunjukkan poin yang diberikan kepada mereka. Mengingat kumpulan data yang lengkap, kita dapat melihat bahwa ada jumlah variasi yang mengejutkan di seluruh peristiwa. Anda dapat menggunakan data ini untuk membuat diagram dan ringkasan statistik Anda sendiri, untuk menjelajahi data untuk latihan ekstra di teknik yang berbeda dan untuk melihat cerita lain apa yang diceritakan data jika Anda tertarik dengan cerita yang Anda lihat di Matematika dalam penyebaran kehidupan nyata dan dalam latihan di Bab 3. Ada 10 acara untuk setiap atlet sehingga Anda dapat merawat setiap atlet skor poin sebagai satu set data dengan 10 nilai, ada 75 atlet untuk setiap acara dan Anda memiliki waktu atau jarak untuk setiap disiplin serta skor poin.

Apakah 'cerita' dalam data tampak sama saat Anda menggunakan data mentah bahkan t hasil (kali atau jarak) seperti ketika Anda menggunakan skor poin? Anda dapat menggunakan semua 75 atlet untuk membuat perbandingan atau Anda dapat mempertimbangkan blok - misalnya, dengan membandingkan grup dari daftar peringkat ini, Anda mungkin mendapatkan cerita yang lebih kaya (Anda dapat menggunakan 3 blok dari 25 atau 5 blok dari 15 untuk melakukan ini.

	Athlete	100 m	Long	Shot	High	400 m	110 h	Discus	Pole	Javelin	1500 m
1	Ashton Eaton	10.21	8.23	14.2	2.05	46.7	13.7	42.81	5.3	58.87	254.48
2	Roman Šebrle	10.64	8.11	15.33	2.12	47.79	13.92	47.92	4.8	70.16	261.98
3	Tomaš Dvorak	10.54	7.9	16.78	2.04	48.08	13.73	48.33	4.9	72.32	277.2
4	Dan O'Brien	10.43	8.08	16.69	2.07	48.51	13.98	48.56	5	62.58	282.1
5	Daley Thompson	10.44	8.01	15.72	2.03	46.97	14.33	46.56	5	65.24	275
6	Jürgen Hingsen	10.7	7.76	16.42	2.07	48.05	14.07	49.36	4.9	59.86	259.75
7	Bryan Clay	10.39	7.39	15.17	2.08	48.41	13.75	52.74	5	70.55	290.97
8	Erki Nool	10.6	7.63	14.9	2.03	46.23	14.4	43.4	5.4	67.01	269.58
9	Uwe Freimuth	11.06	7.79	16.3	2.03	48.43	14.66	46.58	5.15	72.42	265.19
10	Trey Hardee	10.45	7.83	15.33	1.99	48.13	13.86	48.08	5.2	68	288.91
11	Tom Pappas	10.78	7.96	16.28	2.17	48.22	14.13	45.84	5.2	60.77	288.12
12	Siegfried Wentz	10.89	7.49	15.35	2.09	47.38	14	46.9	4.8	70.68	264.9
13	Eduard Hämäläinen	10.5	7.26	16.05	2.11	47.63	13.82	49.7	4.9	60.32	275.09
14	Dmitri Karpov	10.5	7.81	15.93	2.09	46.81	13.97	51.65	4.6	55.54	278.11
15	Aleksandr Apaichev	10.96	7.57	16	1.97	48.72	13.93	48	4.9	72.24	266.51
16	Frank Busemann	10.6	8.07	13.6	2.04	48.34	13.47	45.04	4.8	66.86	271.41
17	Dave Johnson	10.96	7.43	14.61	2.04	48.19	14.17	49.88	5.28	66.96	269.38
18	Grigori Degtyaryov	10.87	7.42	16.03	2.1	49.75	14.53	51.2	4.9	67.08	263.09
19	Chris Huffins	10.31	7.76	15.43	2.18	49.02	14.02	53.22	4.6	61.59	299.43
20	Torsten Voss	10.69	7.88	14.98	2.1	47.96	14.13	43.96	5.1	58.02	265.93

	Athlete	100 m	Long	Shot	High	400 m	110 h	Discus	Pole	Javelin	1500 m
21	Michael Schrader	10.73	7.85	14.56	1.99	47.66	14.29	46.44	5	65.67	265.38
22	Guido Kratschmer	10.58	7.8	15.47	2	48.04	13.92	45.52	4.6	66.5	264.15
23	Leonel Suarez	11.07	7.42	14.39	2.09	47.65	14.15	46.07	4.7	77.47	267.29
24	Steve Fritz	10.9	7.77	15.31	2.04	50.13	13.97	49.84	5.1	65.7	278.26
25	Maurice Smith	10.62	7.5	17.32	1.97	47.48	13.91	52.36	4.8	53.61	273.52
26	Bruce Jenner	10.94	7.22	15.35	2.03	47.51	14.84	50.04	4.8	68.52	252.61
27	Robert Zmelík	10.62	8.02	13.93	2.05	48.73	13.84	44.44	4.9	61.26	264.83
28	Michael Smith	11.23	7.72	16.94	1.97	48.69	14.77	52.9	4.9	71.22	**281.95**
29	Andrei Krauchanka	10.86	7.9	13.89	2.15	47.46	14.05	39.63	5	64.35	269.1
30	Dean Macey	10.72	7.59	15.41	2.15	46.21	14.34	46.96	4.7	54.61	269.05
31	Christian Plaziat	10.72	7.77	14.19	2.1	47.1	13.98	44.36	5	54.72	267.83
32	Aleksandr Yurkov	10.69	7.93	15.26	2.03	49.74	14.56	47.85	5.15	58.92	272.49
33	Jon Arnar Magnusson	10.74	7.6	16.03	2.03	47.66	14.24	47.82	5.1	59.77	286.43
34	Lev Lobodin	10.66	7.42	15.67	2.03	48.65	13.97	46.55	5.2	56.55	270.27
35	Sebastian Chmara	10.97	7.56	16.03	2.1	48.27	14.32	44.39	5.2	57.25	269.66
36	Pascal Behrenbruch	10.93	7.15	16.89	1.97	48.54	14.16	48.24	5	67.45	274.02
37	Attila Zsivoczky	10.64	7.24	15.72	2.18	48.13	14.87	45.64	4.65	63.57	263.13
38	Paul Meier	10.57	7.57	15.45	2.15	47.73	14.63	45.72	4.6	61.22	272.05
39	Igor Sobolevski	10.64	7.71	15.93	2.01	48.24	14.82	50.54	4.4	67.4	272.84
40	Siegfried Stark	11.1	7.64	15.81	2.03	49.53	14.86	47.2	5	68.7	267.7
41	Aleksandr Pogorelov	10.95	7.49	16.65	2.08	50.27	14.19	48.46	5.1	63.95	288.7
42	Francisco Javier Benet	10.72	7.45	14.57	1.92	48.1	13.83	46.12	5	65.37	266.81
43	Kristjan Rahnu	10.52	7.58	15.51	1.99	48.6	14.04	50.81	4.95	60.71	292.18
44	Sebastien Levicq	11.05	7.52	14.22	2	50.13	14.48	44.65	5.5	69.01	266.81
45	Yuri Kutsenko	11.07	7.54	15.11	2.13	49.07	14.94	50.38	4.6	61.7	252.68
46	Hans van Alphen	10.96	7.62	15.23	2.06	49.54	14.55	45.45	4.96	64.15	260.87
47	Damian Warner	10.43	7.39	14.23	2.05	48.41	13.96	44.13	4.8	64.67	269.97
48	Valter Külvet	11.05	7.35	15.78	2	48.08	14.55	52.04	4.6	61.72	255.93

	Athlete	100 m	Long	Shot	High	400 m	110 h	Discus	Pole	Javelin	1500 m
49	Eelco Sintnicolaas	10.77	7.27	14.2	2	48.02	14.1	42.81	5.36	63.59	266.98
50	Christian Schenk	11.22	7.63	15.72	2.15	48.78	15.29	46.94	4.8	65.32	264.44
51	Aleksei Sysoyev	10.86	7.01	15.49	2.03	49.1	14.64	54.08	5.1	64.22	278.82
52	Yordani Garcia	10.88	7.36	16.5	2.1	48.77	14.07	43.97	4.8	68.1	286.8
53	Aleksandr Nevski	10.97	7.24	15.04	2.08	48.44	14.67	46.06	4.7	69.56	259.62
54	Jagan Hames	10.77	7.64	14.73	2.19	49.67	14.07	46.4	5	64.67	302.68
55	Konstantin Akhapkin	11.1	7.72	15.25	2.02	49.14	14.38	45.68	4.9	62.42	259.6
56	Stefan Schmid	10.82	7.59	14.14	2.01	48.99	14.2	44.24	5.06	67.63	271.76
57	Olexiy Kasyanov	10.63	7.8	15.72	2.05	47.85	14.44	46.7	4.8	49	264.52
58	Antonio Penalver	10.76	7.19	16.5	2.12	49.5	14.32	47.38	5	59.32	279.94
59	Aleksei Drozdov	10.97	7.25	16.49	2.12	50	14.76	48.62	5	63.51	276.93
60	Kai Kazmirek	10.76	7.45	14.2	2.15	47.04	14.15	43.59	4.96	56.31	273.78
61	Nikolai Avilov	11	7.68	14.36	2.12	48.45	14.31	46.98	4.55	61.66	262.82
62	Mike Maczey	10.99	7.59	14.75	2.06	49.83	14.16	44.56	5.15	62.27	269.93
63	Alain Blondel	11.12	7.5	13.78	1.99	48.91	14.18	45.08	5.4	60.64	260.48
64	Romain Barras	11.09	7.24	15.15	2.04	48.33	14.22	44.51	5.05	65.77	268.43
65	Robert de Wit	11.07	6.98	15.88	2.04	48.8	14.32	46.2	5	63.94	260.98
66	Kevin Mayer	11.23	7.5	13.76	2.05	49.53	14.21	45.37	5.2	66.09	265.04
67	Ramil Ganiyev	10.94	7.58	14.76	2.06	48.34	14.35	46.04	5.3	55.14	276.78
68	Ryszard Malachowski	10.93	7.04	14.94	2.09	47.77	14.34	44.04	4.9	59.58	253.67
69	Deszö Szabo	11.06	7.49	13.65	1.98	47.17	14.67	40.78	5.3	61.94	251.07
70	Sergei Zhelanov	11.04	7.5	14.31	2.13	48.94	14.4	43.44	5	65.9	277.24
71	Dave Steen	11.02	7.56	13.99	1.98	48.22	14.95	44.08	5.2	65.36	261.46
72	Nicklas Wiberg	10.96	7.25	14.99	2.05	48.73	14.75	42.28	4.5	75.02	257.05
73	Ricky Barker	10.72	7.53	14.53	2.1	48.6	14.23	43.78	5.2	58.88	289.56
74	Henrik Dagard	10.82	7.37	14.8	1.97	47.25	14.24	43.24	5	66.34	279.91
75	Aleksandr Grebenyuk	10.7	7.12	15.5	2.02	48.8	14.3	45.52	4.7	71.52	267.3
		10.9	7.57	15.3	2.06	48.4	14.3	46.8	4.96	64.0	270.8

	Athlete	100 m	Long	Shot	High	400 m	110 h	Discus	Pole	Javelin	1500 m	Total
1	Ashton Eaton	1044	1120	741	850	973	1014	722	1004	721	850	9039
2	Roman Šebrle	942	1089	810	915	919	985	827	849	892	798	9026
3	Tomaš Dvorak	966	1035	899	840	905	1010	836	880	925	698	8994
4	Dan O'Brien	992	1081	894	868	885	977	840	910	777	667	8891
5	Daley Thompson	989	1063	834	831	960	932	799	910	817	712	8847
6	Jürgen Hingsen	929	1000	877	868	907	965	857	880	736	813	8832
7	Bryan Clay	1001	908	800	878	889	1007	928	910	898	613	8832
8	Erki Nool	952	967	784	831	997	924	734	1035	844	747	8815
9	Uwe Freimuth	847	1007	870	831	888	891	799	957	926	776	8792
10	Trey Hardee	987	1017	810	794	903	993	830	972	859	625	8790
11	Tom Pappas	910	1050	869	963	899	958	784	972	749	630	8784
12	Siegfried Wentz	885	932	811	887	939	975	806	849	900	778	8762
13	Eduard Hämäläinen	975	876	854	906	927	998	864	880	743	712	8735
14	Dmitri Karpov	975	1012	847	887	968	978	905	790	671	692	8725
15	Aleksandr Apaichev	870	952	851	776	875	984	829	880	924	768	8709
16	Frank Busemann	952	1079	704	840	893	1044	768	849	842	735	8706
17	Dave Johnson	870	918	766	840	900	953	868	998	843	749	8705
18	Grigori Degtyaryov	890	915	853	896	826	907	895	880	845	791	8698
19	Chris Huffins	1020	1000	816	973	860	972	938	790	762	563	8694
20	Torsten Voss	931	1030	788	896	911	958	745	941	708	772	8680
21	Michael Schrader	922	1022	763	794	926	937	797	910	824	775	8670
22	Guido Kratschmer	956	1010	819	803	907	985	778	790	836	783	8667
23	Leonel Suarez	845	915	752	887	926	955	789	819	1004	762	8654
24	Steve Fritz	883	1002	809	840	809	978	867	941	824	691	8644
25	Maurice Smith	947	935	933	776	934	986	920	849	642	722	8644
26	Bruce Jenner	874	866	811	831	933	869	871	849	867	863	8634
27	Robert Zmelik	947	1066	724	850	874	995	755	880	757	779	8627
28	Michael Smith	810	990	909	776	876	878	931	880	908	668	8626
29	Andrei Krauchanka	892	1035	722	944	935	968	657	910	803	751	8617
30	Dean Macey	924	957	815	944	998	931	807	819	657	751	8603
	Athlete	100 m	Long	Shot	High	400 m	110 h	Discus	Pole	Javelin	1500 m	Total
31	Christian Plaziat	924	1002	740	896	953	977	754	910	659	759	8574
32	Aleksandr Yurkov	931	1043	806	831	827	903	826	957	722	728	8574
33	Jon Arnar Magnusson	919	960	853	831	926	944	825	941	734	640	8573
34	Lev Lobodin	938	915	831	831	878	978	799	972	686	743	8571
35	Sebastian Chmara	867	950	853	896	896	934	754	972	697	747	8566
36	Pascal Behrenbruch	876	850	906	776	883	954	834	910	851	718	8558
37	Attila Zsivoczky	942	871	834	973	903	865	780	804	792	790	8554
38	Paul Meier	959	952	817	944	922	895	782	790	756	731	8548
39	Igor Sobolevski	942	987	847	813	898	871	882	731	850	726	8547
40	Siegfried Stark	838	970	840	831	835	867	812	910	870	760	8534
41	Aleksandr Pogorelov	872	932	891	878	802	950	838	941	797	627	8528
42	Francisco Javier Benet	924	922	763	731	904	997	790	910	819	766	8526
43	Kristjan Rahnu	970	955	821	794	880	969	887	895	749	606	8526
44	Sebastien Levicq	850	940	742	803	809	913	760	1067	874	766	8524
45	Yuri Kutsenko	845	945	796	925	858	857	878	790	763	862	8519
46	Hans van Alphen	870	965	804	859	836	905	776	898	800	806	8519
47	Damian Warner	992	908	742	850	889	980	749	849	808	745	8512
48	Valter Külvet	850	898	838	803	905	905	913	790	764	840	8506
49	Eelco Sintnicolaas	912	878	741	803	908	962	722	1023	792	765	8506
50	Christian Schenk	812	967	834	944	872	815	807	849	818	782	8500
51	Aleksei Sysoyev	892	816	820	831	857	894	956	941	802	688	8497
52	Yordani Garcia	888	900	882	896	872	965	746	849	860	638	8496
53	Aleksandr Nevski	867	871	792	878	888	890	789	819	883	814	8491
54	Jagan Hames	912	970	773	982	830	965	796	910	808	544	8490
55	Konstantin Akhapkin	838	990	805	822	855	926	781	880	774	814	8485
56	Stefan Schmid	901	957	737	813	862	949	751	929	853	733	8485
57	Olexiy Kasyanov	945	1010	834	850	916	918	802	849	574	781	8479
58	Antonio Peralver	915	859	882	915	838	934	816	910	728	681	8478
59	Aleksei Drozdov	867	874	882	915	815	879	842	910	791	700	8475
60	Kai Kazmirek	915	922	741	944	956	955	738	898	682	720	8471

	Athlete	100 m	Long	Shot	High	400 m	110 h	Discus	Pole	Javelin	1500 m	Total
61	Nikolai Avilov	861	980	750	915	887	935	808	775	763	792	8466
62	Mike Maczey	863	957	774	859	822	954	758	957	772	745	8461
63	Alain Blondel	834	935	715	794	866	951	768	1035	747	808	8453
64	Romain Barras	841	871	799	840	893	946	757	926	825	755	8453
65	Robert de Wit	845	809	844	840	871	934	792	910	797	805	8447
66	Kevin Mayer	810	935	714	850	836	948	774	972	830	777	8446
67	Ramil Ganiyev	874	955	775	859	893	930	788	1004	665	701	8444
68	Ryszard Malachowski	876	823	786	887	920	931	747	880	732	855	8437
69	Deszö Szabo	847	932	707	785	950	890	680	1004	767	874	8436
70	Sergei Zhelanov	852	935	747	925	864	924	735	910	827	698	8417
71	Dave Steen	856	950	728	785	899	856	748	972	819	802	8415
72	Nicklas Wiberg	870	874	789	850	874	880	711	760	966	832	8406
73	Ricky Barker	924	942	761	896	880	945	742	972	721	621	8404
74	Henrik Dagard	901	903	777	776	946	944	731	910	834	681	8403
75	Aleksandr Grebenyuk	929	842	820	822	871	936	778	819	913	762	8492
		905.1	952.9	806.2	858.1	891.8	940.4	803.3	898.6	797.8	740.8	8595.1

DAFTAR ISTILAH

A. Makna Istilah

Menghitung Bekerja dari fakta, angka, dan informasi yang diberikan.

Deskripsikan Berikan ciri-ciri dan ciri-ciri utamanya.

Menentukan Menetapkan dengan pasti.

Mengevaluasi Menilai atau menghitung kualitas/kepentingan/jumlah/nilai sesuatu.

Menjelaskan Menetapkan tujuan/alasan/mekanisme, atau membuat hubungan antara hal-hal yang jelas, dengan bukti pendukung.

Identifikasi Nama/pilih/kenali.

Membenarkan Mendukung kasus dengan bukti/argumen.

Menunjukkan bahwa Memberikan bukti terstruktur yang mengarah ke hasil yang diberikan.

Sketsa Membuat gambar tangan bebas sederhana yang menunjukkan fitur-fitur utama.

Negara Ekspres dalam istilah yang jelas.

Verifikasi Konfirmasikan bahwa pernyataan/hasil yang diberikan benar.

B. Istilah Kata Matematika

Percobaan Bernoulli Serangkaian percobaan di mana masing-masing memiliki dua kemungkinan hasil yang menarik, percobaan independen dan probabilitas hasil tetap konstan melalui seri.

Bias Bias statistik terjadi ketika metode pengambilan sampel yang digunakan berarti bahwa beberapa bagian populasi cenderung kurang atau terlalu terwakili.

Distribusi binomial Distribusi yang digunakan untuk memodelkan seberapa sering satu hasil terjadi dalam serangkaian percobaan Bernoulli.

Box-and-whisker plot Representasi grafis dari distribusi menggunakan lima titik - median, kuartil atas dan bawah serta nilai maksimum dan minimum.

Data kategori Data yang dapat dibagi ke dalam kategori yang berbeda. Mereka bisa numerik atau non-numerik.

Sensus Sensus mengumpulkan informasi tentang setiap anggota populasi.

Interval kelas Dalam data kategori ini adalah grup yang digunakan, mis. Usia 15-20.

Kode Mengubah satu set data dengan fungsi linier, biasanya untuk membuat pekerjaan numerik lebih sederhana.

Kombinasi Jumlah cara memilih beberapa item dari kelompok item yang lebih besar jika urutan pemilihan tidak menjadi masalah.

Kejadian komplementer Kejadian komplementer dari kejadian A adalah A tidak akan terjadi, ditulis dengan A'.

Kejadian majemuk Hasil dari lebih dari satu kejadian sederhana dianggap sebagai hasil tunggal, misalnya skor total saat dua dadu adil dilempar.

Probabilitas bersyarat Ini adalah probabilitas bahwa suatu peristiwa B terjadi dalam pengetahuan bahwa peristiwa A telah terjadi.

Koreksi kontinuitas Koreksi diperlukan ketika distribusi kontinu (biasanya normal) digunakan untuk mendekati binomial (atau distribusi lain yang hanya mengambil nilai diskrit).

Distribusi Probabilitas Berkelanjutan Dimana hasil yang mungkin dalam suatu situasi adalah kontinu (misalnya tinggi atau berat) maka ini menjelaskan probabilitas bahwa hasil terletak pada rentang nilai tertentu.

Data kontinyu Kuantitas seperti berat yang, tidak seperti data diskrit, tidak terbatas pada nilai yang ditentukan. Dalam kebanyakan situasi, keakuratan pengukuran menentukan bagaimana hal itu dilaporkan.

Pencatatan data Mengumpulkan data secara otomatis menggunakan beberapa bentuk teknologi, mis. Penghitung lalu lintas.

Data diskrit Data yang hanya dapat mengambil nilai yang ditentukan - mis. Hitungan objek hanya dapat mengambil nilai '0', , '2, '3' dll. Dan bukan, misalnya, '3.73'.

Himpunan kosong Himpunan yang tidak mengandung unsur. Jika B dan C adalah himpunan yang tidak memiliki elemen persekutuan, maka himpunan elemen yang termasuk dalam B dan C adalah kosong. Kami menulis $B \cap C = \phi$ atau $B \cap C = \{\}$. Juga disebut himpunan nol.

Estimasi Ketika data dirangkum dalam interval, detail nilai eksak tidak diketahui dan kami hanya dapat menghitung perkiraan (estimasi) untuk ringkasan statistik seperti rata-rata, median, dll.

Kejadian Serangkaian hasil yang mungkin dari percobaan. Lengkap Serangkaian peristiwa dikatakan lengkap jika semua hasil yang mungkin terjadi di setidaknya satu dari rangkaian tersebut.

Nilai yang diharapkan (dari distribusi probabilitas) Ini ditemukan dengan mengalikan setiap nilai dengan probabilitasnya dan kemudian menjumlahkan semua nilai yang mungkin dari variabel acak. Ini ditulis sebagai μ= E(X) dan terkadang disebut mean dari distribusi probabilitas.

Probabilitas eksperimental Jumlah kali hasil tertentu terjadi dinyatakan sebagai pecahan (atau desimal) dari jumlah tes. Juga dikenal sebagai frekuensi relatif.

Positif palsu Hasil positif dalam tes skrining ketika pasien tidak memiliki penyakit.

Kerapatan frekuensi Tingkat rata-rata di mana pengamatan terjadi dalam suatu interval (= frekuensi / lebar interval).

Tabel frekuensi Cara meringkas daftar nilai yang besar.

Distribusi Gaussian Nama lain dari distribusi normal, umumnya digunakan dalam Fisika.

Distribusi geometris Sebuah distribusi yang mewakili jumlah kegagalan dalam serangkaian tes Bernoulli sebelum Anda berhasil.

Deret geometri Serangkaian bilangan dengan rasio tetap antara setiap suku.

Independen Dua peristiwa yang tidak mempengaruhi hasil satu sama lain adalah independen. Ini berarti bahwa P(A I B)= P(A), yaitu mengetahui bahwa B telah terjadi tidak memberikan informasi lebih lanjut apakah A terjadi atau tidak.

Interpolasi Mengerjakan perkiraan nilai dalam kelompok menggunakan penalaran proporsional.

Rentang interkuartil (IQR) Penyebaran nilai tengah 50% (dari 25% hingga 75%).

Persimpangan Ini adalah ketika dua peristiwa A dan B harus terjadi keduanya, ditulis sebagai A n B.

Kuartil bawah Nilai terkecil dari tiga nilai yang membagi kumpulan data (di mana nilai disusun secara berurutan) menjadi empat bagian yang sama.

Mean Jumlah semua nilai dibagi dengan jumlah nilai.

Median Nilai tengah ketika nilai disusun secara berurutan.

Ketiadaan memori Sifat dari distribusi geometris di mana waktu tunggu untuk suatu peristiwa terjadi tidak bergantung pada berapa banyak waktu (atau berapa banyak percobaan) yang telah terjadi.

Mode Nilai yang paling sering muncul.

Saling lepas Dua kejadian A dan B saling lepas jika keduanya tidak dapat terjadi pada waktu yang sama.

Negative skewed Distribusi condong ke ujung atas rentang.

Distribusi normal Sebuah distribusi kontinu yang simetris dan tak terbatas di kedua arah; 95% nilai berada dalam dua standar deviasi rata-rata, dan 99% berada dalam tiga standar deviasi rata-rata.

Populasi normal Satu set data yang memiliki (atau diharapkan memiliki) distribusi normal.

Tabel probabilitas normal Tabel nilai untuk distribusi normal standar yang dapat digunakan untuk menyimpulkan probabilitas untuk setiap populasi normal.

Set null Lihat set kosong.

Parameter Beberapa properti dari keluarga distribusi probabilitas. Nilai parameter menentukan distribusi spesifik yang akan dipertimbangkan. Misalnya, distribusi binomial memiliki dua parameter (jumlah percobaan, itu, dan probabilitas keberhasilan percobaan, p).

Partisi Sekelompok set yang lengkap dan saling eksklusif membentuk partisi.

Segitiga Pascal Representasi visual dari koefisien binomial. Pada umumnya baris ke-n [n terdiri dari nilai r untuk r = 0, 1, 2, ..., n. Permutasi Jumlah cara sekelompok objek dapat diatur.

Populasi Kelompok yang lebih besar dari mana sampel diambil.

Positive skewed Menggambarkan distribusi yang condong ke ujung bawah rentang.

Diagram ruang kemungkinan Sebuah tabel yang menunjukkan kemungkinan hasil ketika dua hal terjadi menurut beberapa aturan. Juga dikenal sebagai diagram ruang sampel.

Data primer Setiap data yang telah Anda kumpulkan sendiri.

Probabilitas Ukuran seberapa besar kemungkinan sesuatu akan terjadi.

Distribusi probabilitas Menjelaskan semua hasil yang mungkin dalam suatu situasi bersama dengan probabilitas setiap hasil, baik dalam daftar atau dengan rumus.

Eksperimen probabilitas Eksperimen yang memiliki hasil yang tidak dapat diprediksi. Fungsi probabilitas Rumus yang menjelaskan probabilitas bahwa variabel acak diskrit mengambil nilai tertentu.

Proxy Sebuah variabel yang tidak dengan sendirinya relevan, tetapi mewakili sesuatu yang tidak dapat diukur secara langsung atau sulit untuk diukur.

Kualitatif Data non-numerik.

Kuantitatif Data numerik.

Kuartil Salah satu dari tiga nilai yang membagi kumpulan data (di mana nilai disusun secara berurutan) menjadi empat bagian yang sama.

Variabel acak Sebuah kuantitas yang dapat mengambil nilai apapun ditentukan oleh hasil dari peristiwa acak.

Rentang Penyebaran nilai.

Frekuensi relatif Jumlah kali hasil tertentu terjadi dinyatakan sebagai pecahan (atau desimal) dari jumlah tes. Juga dikenal sebagai probabilitas eksperimental.

Ruang sampel Daftar (dalam tanda kurung kurawal { }) hasil dari suatu kejadian majemuk. Setiap hasil berada dalam pasangan tanda kurung ( ). Misalnya, ruang sampel untuk melempar koin dua kali adalah {(H,H); (H, T); (TH); (T,T)}.

Sampling Pemilihan subset dari seluruh populasi yang sedang dipelajari.

Data sekunder Data yang dikumpulkan oleh orang lain selain orang yang menggunakan data tersebut.

Skewness Kurangnya simetri dalam distribusi.

Spread Jumlah variasi dalam satu set data.

Standar deviasi Akar kuadrat dari varians.

Distribusi normal baku Normal distribusi dengan rata-rata 0 dan varians 1.

Skor standar Salah satu cara untuk membandingkan populasi yang berbeda adalah dengan menstandarkan skor dengan melihat jaraknya dari rata-rata, kemudian membaginya dengan ukuran standar deviasi.

Percobaan statistik Sebuah studi statistik di mana para peneliti membuat intervensi dan mengukur efek dari intervensi ini pada beberapa hasil yang menarik.

Diagram batang-dan-daun Menampilkan daftar data secara visual untuk menunjukkan distribusi, tetapi menyimpan informasi detailnya; batang menentukan kelompok, dan daun kemudian menunjukkan nilai detail secara berurutan.

Simetris Menggambarkan distribusi dengan ekor yang sama panjang, didistribusikan secara merata di sekitar rata-rata.

Probabilitas ekor Probabilitas suatu peristiwa yang terjadi di ekor (misalnya atas dan/atau lebih rendah 5%) dari distribusi.

Probabilitas teoretis Probabilitas yang dihitung dari hasil tertentu. Misalnya, dengan lemparan koin yang adil, kemungkinan 'kepala' adalah 50%.

Diagram pohon Sebuah representasi visual dari urutan peristiwa, yang digunakan untuk menghitung probabilitas.

Percobaan Dalam percobaan, Anda sering melakukan hal yang sama secara berulang-ulang. Masing-masing sering disebut sebagai percobaan.

Penyatuan Hasil di mana peristiwa A atau peristiwa B (atau keduanya) dapat terjadi digambarkan sebagai penyatuan, ditulis $A \cup B$.

Kuartil atas Nilai terbesar dari tiga nilai yang membagi kumpulan data (di mana nilai disusun secara berurutan) menjadi empat bagian yang sama.

Nilai (probabilitas) Nilai yang diberikan pada hasil suatu kejadian, jadi untuk kejadian majemuk (1, 5) dari pelemparan dua dadu, nilainya bisa menjadi jumlah dari ini, 6. Varian Rata-rata jarak kuadrat dari rata-rata.

Z-score Nilai yang menggambarkan berapa standar deviasi titik data dari rata-rata.

DAFTAR PUSTAKA

Agung, I.G.N. (2006). Statistika, Jakarta: Yayasan SAD Satria Bhakti.

Algifari. (1994). Statistik Ekonomi: Teori, Kasus dam Solusi. Yogyakarta: Bagian Penerbit

Anas Sudijono (2015), Pengantar Statistik Pendidikan. Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada.

Arief, F. (2011). Pengantar Penelitian dalam Pendidikan. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.

Arikunto, S. (2005). Dasar-Dasar Evaluasi Pendidikan, Jakarta: Bumi Aksara.

Azwar, S. (2001). Reliabilitas dan Validitas. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.

Dajan, A. (1983). Pengantar Metode Statistik, Jilid I, Jakarta: LP3ES.

Djaali dan Muljono, P. (2004). Pengukuran Dalam Bidang Pendidikan. Jakarta; Program Pascasarjana UNJ.

Djarwanto, PS., dan Subagya, P. (1998). Statistik Induktif. Yogyakarta: BPFE.

Farhan, Q. (2008). Metode Statistika. Yogyakarta: Bidang Akademik UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

Hadi, S. (1996). Metodologi Research. Jilid I & 2, Yogyakarta: Fakultas Psikologi UGM.

Hadi, S. (2002). Statistik. Jilid I-III, Yogyakarta: Andi.

Haryo Kuncoro. 2018. Statistika Deskriptif, Bumi Aksara. Jakarta.

Hasan, I. (2008). Analisis Data Penelitian Dengan Statistik, Jakarta: Bumi Aksara.

Howell, D. C. (2011). Fundamental Statistics for the Behavioral Sciences (7rd ed). Belmont, CA: Wadsworth.

Irianto, A. (2004). Statistik, Konsep Dasar dan Aplikasinya. Jakarta: Kencana Prenada Media Group.

Johnson, R.A & Wichern, D.W. (2007). Applied Multivariate Statistical Analysis. London: Pearson Prenti ce Hall

Kerlinger, F.N. (1990). Asas Asas Penelitian Behavioral, Penerjemah: Landung R Simatupang, Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.

Koentjaranigrat, (1997). Metode Metode Penelitian Masyarakat, Jakarta: Gramedia.

Mangkuatmodjo, S. (1997). Pengantar Statistik. Jakarta: Rineka Cipta.

Mason, R.D. (1974). Statistical Techniques In Business and Economics. Third Edition. Illionis: Richard D. irwin Inc.

Mundir. (2013). Statistika Pendidikan: Pengantar Analisis Data untuk Penulis Skripsi & Tesis. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.

Murwani, S. (2006). Statistika Terapan. Teknik Analisis Data. Jakarta: Program Pascasarjana Universitas Muhammadiyah Prof. Dr. Hamka 332 Statistik Pendidikan

Pedhazur, E. J. (1997). Multiple Regression In Behavioral Research Explanation And Prediction. USA: Wadsworth Thomson Learning

Riadi, E. (2013). Aplikasi Lisrel Untuk Penelitian Analisis Jalur. Yogyakarta: Andi Offset

Riduan dan Kuncoro, E. A. (2012). Cara Mudah Menggunakan dan Memakai Path Analysis (Analisis Jalur). Bandung: Alfabeta.

Riduwan. (2002). Skala Pengukuran Variabel-Variabel Penelitian. Bandung: Alfabeta.

Riduwan. (2008). Dasar-dasar Statistika. Bandung: Alfabeta.

Sembiring, RK. (1995). Analisis Regresi. Bandung: ITB Bandung.

Snelbecker, E.G. (1974). Learning Theory, Instructional Theory and Psychoeducational Design, New York: Mc Graw Hill.

Spiegel, M.R. (2004). Schaum's Easy Outline Statistics, Alih bahasa: Julian Gressando, Jakarta: Erlangga.

Subagyo, Pangestu & Djarwanto. (2005). Statistika Induktif. BPFE: Yogyakarta.

Sudijono, A. (2000). Pengantar Statistik Pendidikan, Jakarta: Raja Grafindo Persada.

Sudjana, (2000). Metoda Statistika, Bandung: Tarsito.

Sudjana. (2005). Metode Statistika, Bandung: Tarsito.

Sugiyono, (2004). Statistika Untuk Penelitian. Bandung: Alfabeta.

Supardi U.S. (2013). Aplikasi Statistika Dalam Penelitian Konsep Statistika Yang Lebih Komprehensif. Jakarta: Change Publication.

Zainuddin dan Ghodang, H. (2015). Aplikasi Analisis Jalur Pendekatan Manajemen Pendidikan. Bandung Citapustaka Media.

STATISTIK PROBABILITAS

Dr. Ir. Agus Wibowo, M.Kom, M.Si, MM

BIO DATA PENULIS

Penulis memiliki berbagai disiplin ilmu yang diperoleh dari Universitas Diponegoro (UNDIP) Semarang. dan dari Universitas Kristen Satya Wacana (UKSW) Salatiga. Disiplin ilmu itu antara lain teknik elektro, komputer, manajemen dan ilmu sosiologi. Penulis memiliki pengalaman kerja pada industri elektronik dan sertifikasi keahlian dalam bidang Jaringan Internet, Telekomunikasi, Artificial Intelligence, Internet Of Things (IoT), Augmented Reality (AR), Technopreneurship, Internet Marketing dan bidang pengolahan dan analisa data (komputer statistik).

Penulis adalah pendiri dari Universitas Sains dan Teknologi Komputer (Universitas STEKOM) dan juga seorang dosen yang memiliki Jabatan Fungsional Akademik Lektor Kepala (Associate Professor) yang telah menghasilkan puluhan Buku Ajar ber ISBN, HAKI dari beberapa karya cipta dan Hak Paten pada produk IPTEK. Penulis juga terlibat dalam berbagai organisasi profesi dan industri yang terkait dengan dunia usaha dan industri, khususnya dalam pengembangan sumber daya manusia yang unggul untuk memenuhi kebutuhan dunia kerja secara nyata.

YAYASAN PRIMA AGUS TEKNIK

PENERBIT :
YAYASAN PRIMA AGUS TEKNIK
JL. Majapahit No. 605 Semarang
Telp. (024) 6723456. Fax. 024-6710144
Email : penerbit_ypat@stekom.ac.id

ISBN 978-623-8120-04-8 (PDF)
9 786238 120048

STATISTIK PROBABILITAS

Dr. Ir. Agus Wibowo, M.Kom, M.Si, MM

YAYASAN PRIMA AGUS TEKNIK

PENERBIT :
YAYASAN PRIMA AGUS TEKNIK
JL. Majapahit No. 605 Semarang
Telp. (024) 6723456. Fax. 024-6710144
Email : penerbit_ypat@stekom.ac.id