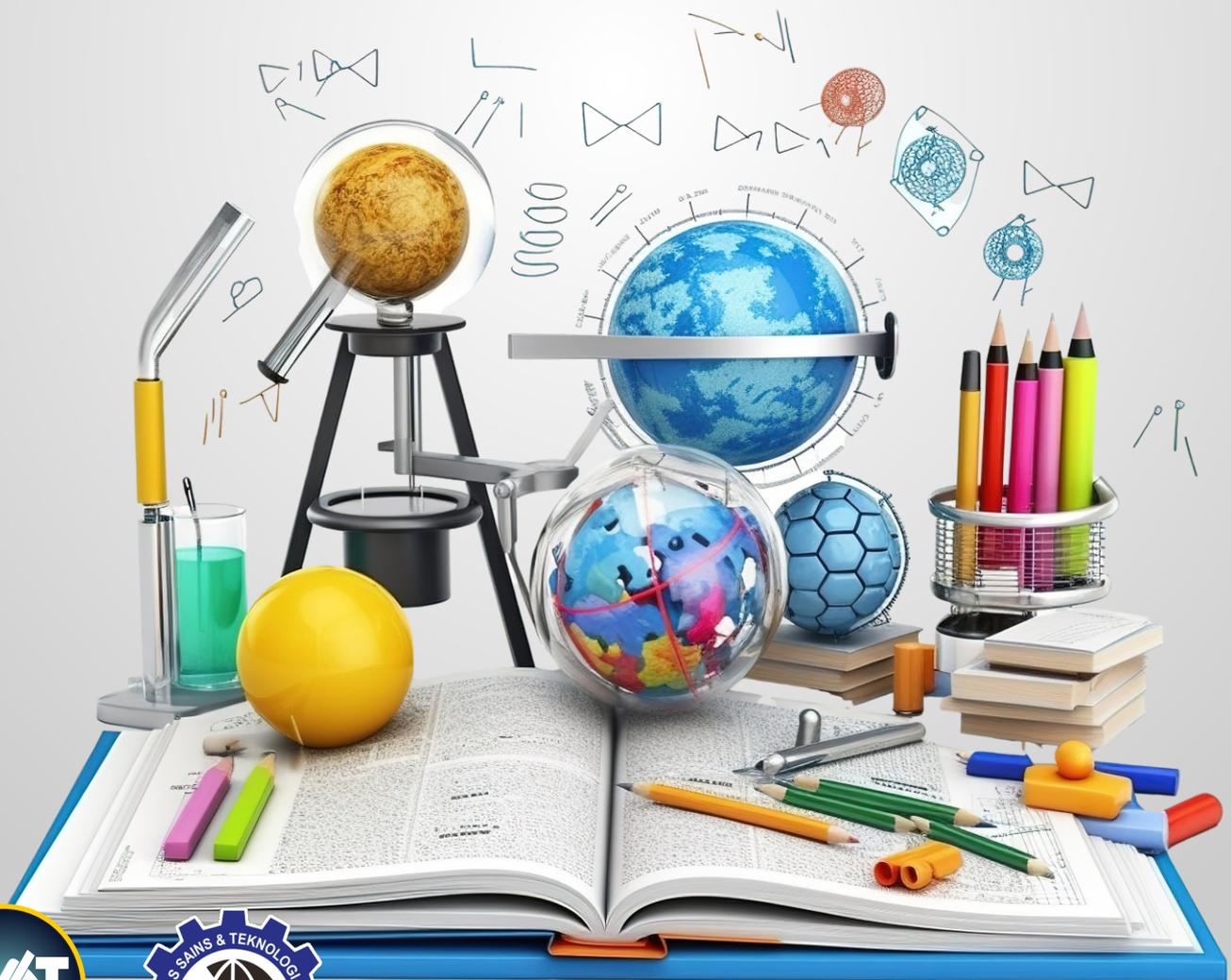
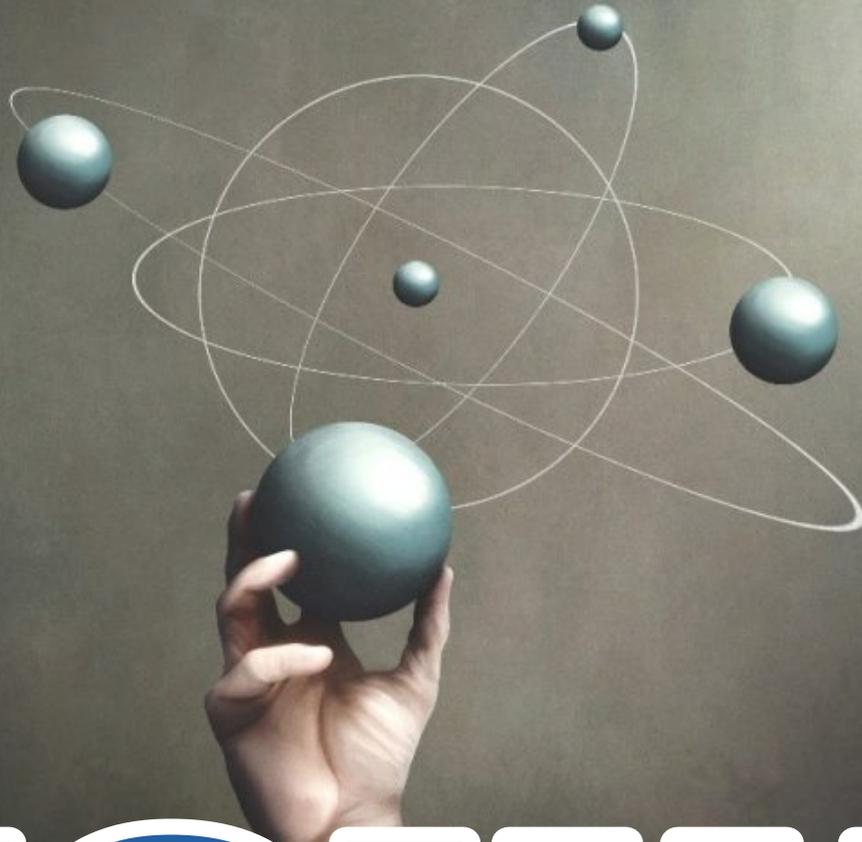


Dr. Ir. Agus Wibowo, M.Kom, M.Si, MM.

FISIKA TEKNIK



Dr. Ir. Agus Wibowo, M.Kom, M.Si, MM.



FISIKA TEKNIK



YAYASAN PRIMA AGUS TEKNIK

PENERBIT :

YAYASAN PRIMA AGUS TEKNIK
Jl. Majapahit No. 605 Semarang
Telp. (024) 6723456. Fax. 024-6710144
Email : penerbit_ypat@stekom.ac.id

ISBN 978-623-8642-44-1 (PDF)



9

786238

642441

FISIKA TEKNIK

Penulis :

Dr. Ir. Agus Wibowo, M.Kom, M.Si, MM.

ISBN : 978-623-8642-44-1

Editor :

Dr. Joseph Teguh Santoso, S.Kom., M.Kom.

Penyunting :

Dr. Mars Caroline Wibowo. S.T., M.Mm.Tech

Desain Sampul dan Tata Letak :

Irdha Yuniato, S.Ds., M.Kom

Penebit :

Yayasan Prima Agus Teknik Bekerja sama dengan
Universitas Sains & Teknologi Komputer (Universitas STEKOM)

Anggota IKAPI No: 279 / ALB / JTE / 2023

Redaksi :

Jl. Majapahit no 605 Semarang

Telp. 08122925000

Fax. 024-6710144

Email : penerbit_ypat@stekom.ac.id

Distributor Tunggal :

Universitas STEKOM

Jl. Majapahit no 605 Semarang

Telp. 08122925000

Fax. 024-6710144

Email : info@stekom.ac.id

Hak cipta dilindungi undang-undang

Dilarang memperbanyak karya tulis ini dalam bentuk dan dengan cara
apapun tanpa ijin dari penulis

KATA PENGANTAR

Puji syukur kita panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, karena atas berkat dan rahmat-Nya, kami dapat menyelesaikan karya ini yang bertajuk "Fisika Teknik". Buku ini hadir sebagai panduan bagi mahasiswa, profesional, dan siapa saja yang tertarik untuk memahami penerapan konsep-konsep fisika dalam berbagai aspek teknik dan teknologi.

Fisika teknik merupakan cabang ilmu yang menggabungkan prinsip-prinsip fisika dengan teknik untuk merancang, menganalisis, dan mengembangkan sistem dan perangkat yang berfungsi dalam kehidupan sehari-hari. Dalam konteks yang semakin kompleks dan teknologis ini, pemahaman yang mendalam tentang fisika teknik sangat penting, baik dalam pengembangan energi terbarukan, teknologi material, maupun sistem mekanik dan elektronik.

Dalam buku ini, kami menguraikan berbagai topik, mulai dari dasar-dasar fisika yang relevan hingga aplikasi spesifik dalam bidang teknik. Kami juga menyajikan studi kasus yang menggambarkan bagaimana teori fisika diimplementasikan dalam proyek-proyek teknik nyata. Harapan kami, karya ini tidak hanya menjadi sumber informasi, tetapi juga menginspirasi para pembaca untuk mengeksplorasi lebih jauh potensi fisika dalam inovasi teknologi transformator dan perangkat elektronik lainnya.

Bab 1 membahas osilasi, mencakup osilasi bebas, teredam, dan paksa, serta pentingnya gerak harmonik sederhana dalam analisis sistem dinamis. Pada Bab 2, gelombang kejut dijelaskan melalui bilangan Mach dan aplikasinya dalam teknik, dengan penekanan pada hukum kekekalan massa, energi, dan momentum. Bab 3 melanjutkan dengan sifat elastis bahan, menguraikan elastisitas, tegangan, dan regangan, serta peran faktor-faktor yang mempengaruhi elastisitas dalam aplikasi teknik. Di Bab 4, pembengkokan balok dan torsi pada berbagai jenis balok dibahas, penting untuk memahami integritas struktural dalam rekayasa. Bab 5 menyajikan Persamaan Maxwell, dasar elektrostatis, listrik, dan magnetisme yang relevan untuk induksi elektromagnetik.

Bab 6 memperkenalkan gelombang elektromagnetik, menjelaskan persamaan gelombang dan polarisasi, yang menjadi kunci dalam komunikasi modern. Selanjutnya, Bab 7 membahas serat optik dan prinsip total internal reflection, menyoroti aplikasi serat optik dalam komunikasi titik ke titik. Di Bab 8, mekanika kuantum dibahas melalui teori radiasi kuantum dan prinsip ketidakpastian Heisenberg, yang memiliki aplikasi luas dalam teknologi modern. Bab 9 menjelaskan teknologi LASER, interaksi radiasi dengan materi, dan aplikasi LASER dalam berbagai bidang.

Dalam Bab 10, teori elektron bebas kuantum pada logam mengungkap perilaku konduktivitas listrik, dengan konsep energi Fermi dan statistik Fermi-Dirac. Bab 11 menguraikan semikonduktor, fokus pada tingkat Fermi dan konsentrasi pembawa yang menjadi dasar perangkat elektronik. Terakhir, Bab 12 membahas dielektrik, polaritas, dan medan internal, menunjukkan relevansinya dalam desain transformator dan teknologi elektronik lainnya. Keseluruhan bab ini memberikan gambaran komprehensif tentang prinsip fisika yang mendasari berbagai aplikasi Teknik.

Penulis berharap buku ini dapat menjadi sumber pengetahuan yang berharga bagi para pembaca, khususnya mahasiswa dan profesional di bidang fisika teknik. Semoga pemahaman

yang mendalam tentang prinsip-prinsip fisika yang dibahas dapat menginspirasi inovasi dan aplikasi nyata dalam teknologi modern. Penulis juga mengajak pembaca untuk terus mengeksplorasi dan mengembangkan wawasan dalam dunia fisika teknik, yang selalu menghadirkan tantangan dan peluang baru. Terima Kasih.

Semarang, Oktober 2024

Penulis

Dr. Ir. Agus Wibowo, M.Kom, M.Si, MM.

DAFTAR ISI

Halaman Judul	i
Kata Pengantar	ii
Daftar Isi	iv
BAB 1 OSILASI	1
1.1. Osilasi Bebas	1
1.2. Osilasi Tereadam	5
1.3. Osilasi Paksa	8
BAB 2 GELOMBANG KEJUT	16
2.1. Bilangan Mach	16
2.2. Klasifikasi Gelombang Dan Rezim Mach	16
2.3. Gelombang Kejut Dan Penerapannya	17
2.4. Dasar-Dasar Konservasi Massa, Energi, Dan Momentum	18
2.5. Pembuatan Gelombang Kejut Menggunakan Tabung Kejut	20
BAB 3 SIFAT ELASTIS BAHAN	22
3.1. Pendahuluan	22
3.2. Elastisitas Dan Plastisitas	22
3.3. Tegangan Dan Regangan	22
3.4. Jenis-Jenis Tegangan Dan Regangan	23
3.5. Kurva Tegangan, Regangan Dan Hukum Hooke	25
3.6. Kelelahan Elastis/Patah	26
3.7. Faktor Yang Mempengaruhi Elastisitas	26
3.8. Pentingnya Elastisitas Dalam Aplikasi Teknik	27
3.9. Pengerasan Dan Pelunakan Regangan	27
3.10. Modulus Elastisitas	28
3.11. Koefisien Regangan	29
3.12. Rasio Poisson (Σ)	30
3.13. Hubungan Antara Modulus Elastisitas	30
BAB 4 PEMBENGKOKAN BALOK DAN TORSI	37
4.1. Pendahuluan	37
4.2. Jenis Balok	37
4.3. Momen Tekuk Dan Ekspresi	37
4.4. Balok Kantilever Tunggal	40
4.5. Torsi Silinder	42
4.6. Pendulum Torsi	43
BAB 5 PERSAMAAN MAXWELL	48
5.1. Dasar-Dasar Kalkulus Vektor	46
5.2. Integral Garis, Permukaan, Dan Volume	49
5.3. Teorema Elektrostatika, Listrik, Magnetik, Dan Induksi Elektromagnetik	51

5.4.	Persamaan Kontinuitas	58
5.5.	Arus Perpindahan	59
5.6.	Persamaan Maxwell	61
BAB 6	GELOMBANG ELEKTROMAGNETIK	64
6.1.	Pendahuluan	64
6.2.	Persamaan Gelombang Elektromagnetik Dalam Persamaan Maxwell	64
6.3.	Gelombang Elektromagnetik Bidang Dalam Ruang Hampa	66
6.4.	Polarisasi Gelombang Elektromagnetik	66
BAB 7	SERAT OPTIK	68
7.1.	Pendahuluan	68
7.2.	Pemantulan Internal Total	68
7.3.	Sudut Penerimaan Dan Bukaan Numerik	69
7.4.	Mode Perambatan	72
7.5.	Redaman	74
7.6.	Komunikasi Serat Optik	75
BAB 8	MEKANIKA KUANTUM	78
8.1.	Pendahuluan	78
8.2.	Teori Radiasi Kuantum	78
8.3.	Dualisme Gelombang-Partikel	79
8.4.	Hipotesis De Broglie	79
8.5.	Gelombang Materi Dan Sifat-Sifatnya	79
8.6.	Prinsip Ketidakpastian Heisenberg	81
8.7.	Fungsi Gelombang	82
8.8.	Persamaan Gelombang Schrödinger Yang Tidak Bergantung Waktu	83
8.9.	Makna Fisik Fungsi Gelombang	84
8.10.	Normalisasi Dan Fungsi Gelombang Yang Dinormalisasi	85
8.11.	Nilai Eigen Dan Fungsi Eigen	86
8.12.	Aplikasi Persamaan Gelombang Schrödinger	86
BAB 9	LASER DAN APLIKASINYA	93
9.1.	Pendahuluan	93
9.2.	Interaksi Radiasi Dengan Materi	93
9.3.	Kondisi Sistem Laser	94
9.4.	Koefisien A Dan B Einstein Dan Ekspresi Untuk Kerapatan Energi	96
9.5.	Konstruksi Dan Cara Kerja Laser CO ₂	99
9.6.	Laser Semikonduktor Atau Laser Dioda	100
9.7.	Aplikasi Laser	102
BAB 10	TEORI ELEKTRON BEBAS KUANTUM PADA LOGAM	105
10.1.	Teori Elektron Bebas Klasik	105
10.2.	Teori Elektron Bebas Kuantum Pada Logam	106
BAB 11	SEMIKONDUKTOR	116
11.1.	Pendahuluan	116

11.2. Arti Penting Level Fermi	116
11.3. Konsentrasi Pembawa Dalam Semikonduktor Intrinsik	117
11.4. Ekspresi Untuk Konduktivitas Listrik Dalam Semikonduktor	119
11.5. Efek Hall	120
BAB 12 DIELEKTRIK	124
12.1. Dasar-Dasar Dielektrik	124
12.2. Medan Internal Dalam Dielektrik	126
12.3. Contoh Dan Aplikasi Dielektrik	129
Daftar Pustaka	132

BAB 1 OSILASI

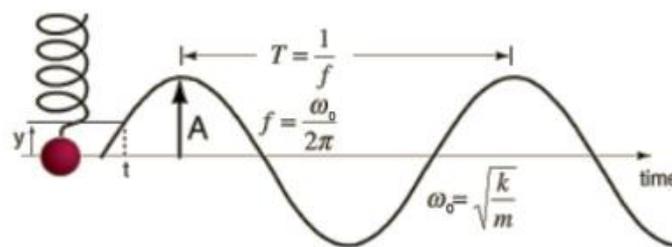
1.1 OSILASI BEBAS

Gerak Harmonik Sederhana (SHM)

Osilasi adalah gerak berulang yang terjadi ketika gaya yang berubah terhadap waktu bekerja pada sistem. Osilasi adalah gerak periodik. Gerak suatu benda dikatakan gerak harmonik sederhana jika gaya pemulih (atau percepatan) berbanding lurus dengan perpindahan dan bekerja dalam arah yang berlawanan dengan arah gerak.

Osilator harmonik sederhana mekanis dan Persamaan untuk SHM (Persamaan untuk Osilasi Bebas)

Pertimbangkan sebuah massa yang terikat pada pegas dengan massa yang dapat diabaikan yang digantung dari penyangga kaku seperti yang ditunjukkan pada gambar. Massa dibuat berosilasi ke atas dan ke bawah. Osilasi disebabkan oleh gaya pemulih yang dihasilkan pada pegas dan berbanding lurus dengan perpindahan massa dari posisi kesetimbangan.



Gambar 1.1. Sistem Pegas-Massa yang Berosilasi

Menurut Hukum Hooke, gaya pemulih berbanding lurus dengan perpindahan.

$$f = -ky \quad (1.1)$$

Di sini k disebut konstanta pegas atau faktor kekakuan atau konstanta gaya. ('y' digunakan karena perpindahannya sepanjang arah vertikal).

$$ma = -ky$$

Dengan menerapkan persamaan kinematika gerak, persamaan di atas dapat ditulis sebagai

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = -ky$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{-k}{m}y$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{k}{m}y = 0$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega_0^2 y = 0 \quad (1.2)$$

Persamaan 1.2 adalah persamaan diferensial homogen orde dua untuk SHM. Di sini $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ adalah frekuensi sudut osilasi. Persamaan bantu ini dapat ditulis sebagai

$$(D^2 + \omega_0^2)y = 0 \quad (1.3)$$

Akar persamaan 1.3 adalah $D = i\omega_0$ dan $D = -i\omega_0$. Dengan demikian solusi umum persamaan 1.2 dapat ditulis sebagai berikut:

$$y = Me^{i\omega_0 t} + Ne^{-i\omega_0 t} \quad (1.4)$$

Di sini M dan N adalah konstanta yang tidak diketahui yang harus ditentukan menggunakan kondisi awal. Dengan mensubstitusi $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ pada persamaan di atas, persamaan tersebut dapat disederhanakan menjadi bentuk

$$y = A\sin(\omega_0 t + \phi) \quad (1.5)$$

Persamaan 1.5 juga menggambarkan persamaan gerak untuk osilasi bebas. A adalah amplitudo SHM dan ϕ adalah fase awal.

Karakteristik SHM

Amplitudo: Nilai perpindahan y bervariasi dari $+A$ hingga $-A$. Dengan demikian, perpindahan maksimum partikel selama gerak harmonik sederhana disebut amplitudo (A).

Sudut Fase dan Fase Awal: Nilai $(\omega t + \phi)$ menggambarkan keadaan sistem dan disebut sudut fase. Sudut ϕ disebut fase awal.

Kecepatan sudut atau Frekuensi (ω_0): Ini adalah laju perubahan perpindahan sudut dan diberikan oleh $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Frekuensi (f): Frekuensi osilasi didefinisikan sebagai jumlah osilasi per detik dan diberikan oleh:

$$f = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Periode Waktu (T): Ini adalah waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan satu osilasi dan diberikan oleh $T = \frac{1}{f}$

Kecepatan (v): Kecepatan partikel dalam gerak harmonik sederhana diberikan dengan mendiferensiasikan persamaan 1.5 terhadap waktu. Kecepatan partikel dalam gerak harmonik sederhana bervariasi terhadap waktu. Oleh karena itu kita memperoleh

$$v = \frac{dy}{dt} = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \phi) \quad (1.6)$$

Kecepatannya bervariasi dari $+A\omega_0$ dan $-A\omega_0$. Kecepatan partikel adalah nol pada $y = A$ & $y = -A$ dan maksimum pada $y = 0$.

Percepatan (a): Percepatan dalam SHM bervariasi terhadap waktu dan diberikan dengan mendiferensiasikan persamaan kecepatan terhadap waktu.

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \phi) = -\omega_0^2 y \quad (1.7)$$

Dengan demikian percepatan sebanding dengan perpindahan dan bekerja dalam arah yang berlawanan dengan perpindahan. Percepatan bervariasi dari $+A\omega_0^2$ ke $-A\omega_0^2$. percepatan partikel maksimum pada $y = A$ & $y = -A$ dan nol pada $y = 0$.

Konstanta gaya dan signifikansi fisiknya

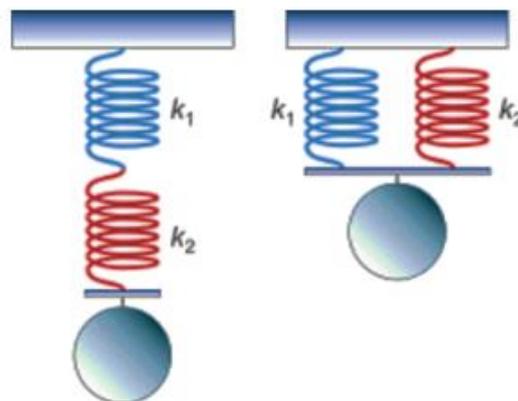
"Ini adalah jumlah gaya yang diberikan saat pegas diperpanjang/dikompresi dengan panjang satuan." Ini menentukan kekakuan tali. Satuan SI untuk konstanta pegas adalah Nm^{-1}). Signifikansi fisik k adalah, jika k besar maka gaya yang lebih tinggi diperlukan untuk perpanjangan satuan dan jika k kecil maka gaya yang relatif lebih rendah diperlukan untuk perpanjangan satuan pada pegas.

Frekuensi alami

Jika osilasi terjadi tanpa adanya gaya periodik eksternal, maka osilasi tersebut disebut *osilasi bebas*. Ketika suatu benda menunjukkan osilasi bebas, frekuensi terjadinya osilasi tersebut disebut Frekuensi Alami.

Pegas yang Dihubungkan Seri dan Paralel

Pertimbangkan dua pegas dengan massa yang dapat diabaikan dan dengan konstanta gaya k_1 dan k_2 . Mari kita hitung konstanta pegas efektif ketika kedua pegas dihubungkan secara seri dan paralel, seperti yang ditunjukkan pada gambar 1.2.



Gambar 1.2. Pegas yang dihubungkan secara seri dan paralel

Pegas yang dihubungkan secara seri

Ketika dua pegas dihubungkan secara seri dan sebuah massa dipasang, gaya pada pegas tersebut adalah sama. Perpanjangan total y diberikan oleh

$$y = y_1 + y_2 \quad (1.8)$$

Di sini y adalah total perpanjangan, y_1 adalah perpanjangan pegas dengan konstanta gaya k_1 dan y_2 adalah perpanjangan pegas dengan konstanta gaya k_2 . Jika k_s adalah konstanta gaya efektif dari kombinasi dan jika F adalah gaya yang diberikan pada kombinasi maka kita memperoleh

$$\frac{F}{k_s} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2}$$

Dengan demikian

$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad (1.9)$$

Dengan demikian dari persamaan 1.9 konstanta gaya efektif kombinasi seri diberikan oleh

$$k_s = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \quad (1.10)$$

Jika n pegas dihubungkan secara seri maka

$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots + \frac{1}{k_n} \quad (1.11)$$

Pegas yang sejajar

Ketika pegas dihubungkan secara paralel dan diberi massa, perpindahan pada pegas tetap sama. Gaya total F pada sistem pegas diberikan oleh

$$F = F_1 + F_2 \quad (1.12)$$

Di sini F_1 adalah gaya pada pegas dengan konstanta gaya k_1 dan F_2 adalah gaya pada pegas dengan konstanta gaya k_2 . Jika k_p adalah konstanta gaya efektif dari kombinasi dan jika y adalah perpanjangan total dalam kombinasi maka kita memperoleh

$$k_p y = k_1 y + k_2 y$$

Dengan demikian konstanta gaya efektif kombinasi paralel diberikan oleh

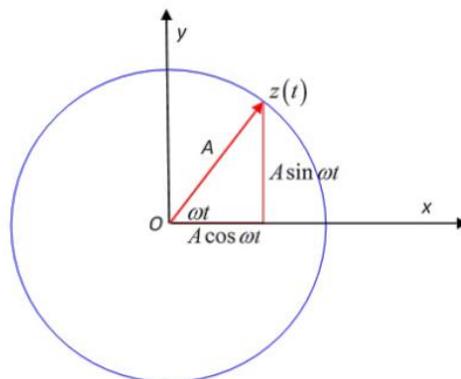
$$k_p = k_1 + k_2 \quad (1.13)$$

Jika pegas ' n ' dihubungkan secara paralel maka konstanta pegas efektif diberikan oleh

$$k_p = k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_n \quad (1.14)$$

Notasi kompleks SHM dan representasi fasor SHM

Secara umum, bilangan kompleks dapat ditulis sebagai $z = Ae^{i\theta}$. Di sini $\theta = \omega t$ dan bilangan kompleks z merepresentasikan vektor pada bidang kompleks dengan besaran A dan sudut fase θ . Jika A adalah konstanta, maka untuk semua sudut θ , lingkaran digambarkan oleh z . Notasi kompleks SHM dapat diekspresikan bahkan dalam bentuk lain. Dalam bentuk kartesius, $z = x + iy$ dan dalam bentuk kutub, $z = r \angle \theta$.



Gambar 1.3. Notasi kompleks SHM

Dalam fisika dan teknik, fasor adalah bilangan kompleks yang mewakili fungsi sinusoidal yang amplitudonya (A), frekuensi sudut (ω), dan fase awal (θ) tidak berubah terhadap waktu. Jadi, fasor adalah vektor berputar dan SHM dapat direpresentasikan menggunakan fasor. Fasor digunakan secara luas saat merepresentasikan besaran listrik seperti arus dan tegangan yang bersifat sinusoidal. Perbedaan fase antara besaran tersebut dapat dengan mudah diperkirakan menggunakan diagram fasor. Contoh: $\vec{I} = I \angle \theta = I \cos \theta + j I \sin \theta$ dan $\vec{V} = V \angle \theta = V \cos \theta + j V \sin \theta$.

1.2 OSILASI TEREDAM

Definisi: Jika amplitudo osilasi menurun terhadap waktu, maka osilasi tersebut disebut osilasi teredam. Penurunan amplitudo osilasi disebabkan oleh adanya gaya resistif seperti gesekan. Dengan demikian, energi akan terdisipasi yang mengurangi amplitudo osilasi teredam. Berikut ini adalah beberapa contoh osilasi teredam.

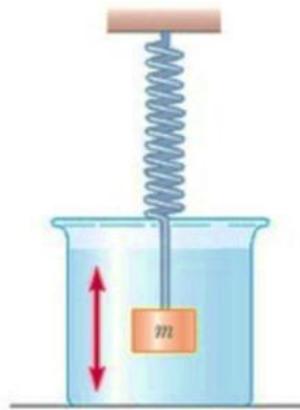
Contoh osilasi teredam

Bandul sederhana yang berosilasi di udara

Pertimbangkan bandul sederhana yang berosilasi di udara. Selama gerakan, bandul mengalami hambatan udara yang menyebabkan disipasi energi. Oleh karena itu amplitudo osilasi bandul sederhana berkurang dan akhirnya berhenti.

Sistem massa pegas dengan massa yang terbenam dalam cairan

Pertimbangkan sistem massa pegas di mana massa yang berosilasi terbenam dalam cairan kental. Selama osilasi, gaya kental yang bekerja pada massa mengurangi amplitudo secara progresif.



Gambar 1.4. Massa Pegas - Sistem yang Diredam

Osilasi LC

Misalkan kapasitor bermuatan dihubungkan melintasi induktor. Dalam sistem ini kapasitor melepaskan muatan melalui induktor dan terisi muatan dalam arah yang berlawanan. Proses ini berlanjut dalam pengaturan arus osilasi di sirkuit. Osilasi semacam itu disebut osilasi LC. Jika Induktor dan Kapasitor tidak ideal, energi dihamburkan melintasi komponen dan amplitudo arus osilasi menurun terus-menerus dan dengan demikian mengarah pada osilasi teredam.

Ekspresi untuk peluruhan amplitudo dalam osilasi teredam

Mari kita pertimbangkan sistem osilator harmonik sederhana yang diredam oleh gaya redaman kental. Gaya redaman sebanding dengan kecepatan sistem. Dengan demikian gaya redaman diberikan oleh

$$f_d = -b \frac{dy}{dt} \quad (1.15)$$

di sini b adalah konstanta yang bergantung pada medium dan bentuk benda. Dengan demikian persamaan untuk osilator harmonik sederhana yang teredam dapat diperoleh dengan menambahkan suku gaya redaman ke hukum Hooke.

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -ky - b \frac{dy}{dt}$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + ky = 0$$

Persamaan di atas dapat ditulis sebagai

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dy}{dt} + \frac{k}{m} y = 0 \quad (1.16)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \gamma \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = 0 \quad (1.17)$$

Di sini $\gamma = \frac{b}{m}$ disebut rasio redaman dan $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ adalah frekuensi alami sistem. Persamaan bantu dapat ditulis sebagai

$$\left(D^2 + \frac{b}{m}D + \frac{k}{m}\right)y = 0 \quad (1.18)$$

Akar persamaan di atas dapat ditulis sebagai

$$D_1 = \frac{-b}{2m} + \frac{1}{2m}\sqrt{b^2 - 4mk} \quad (1.19)$$

Dan

$$D_2 = \frac{-b}{2m} - \frac{1}{2m}\sqrt{b^2 - 4mk} \quad (1.20)$$

Dengan demikian solusi umum untuk persamaan 1.16 dapat ditulis sebagai

$$y(t) = Me^{\left(\frac{-b}{2m} + \frac{1}{2m}\sqrt{b^2 - 4mk}\right)t} + Ne^{\left(\frac{-b}{2m} - \frac{1}{2m}\sqrt{b^2 - 4mk}\right)t} \quad (1.21)$$

Untuk redaman kecil, persamaan di atas dapat disederhanakan menjadi

$$y(t) = Ae^{\frac{-b}{2m}t} \cos(\omega t + \phi) \quad (1.22)$$

Untuk redaman kecil, persamaan di atas dapat disederhanakan menjadi $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$

Amplitudo osilasi teredam diberikan oleh $Ae^{\frac{-b}{2m}t}$ yang berkurang seiring bertambahnya waktu. Frekuensi osilasi teredam ω lebih kecil dari frekuensi alami ω_0 .

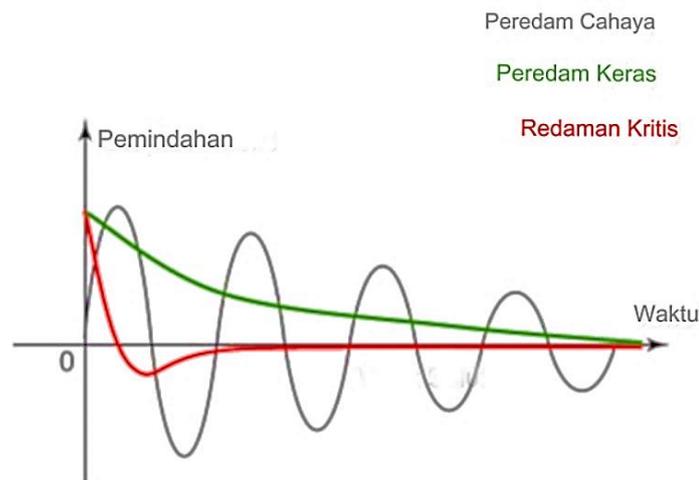
Peredaman diklasifikasikan menjadi tiga jenis seperti yang ditunjukkan di bawah ini:

Peredaman kurang: Osilasi dikatakan kurang teredam atau teredam lemah jika gaya penghambat lebih lemah daripada gaya pemulih. Amplitudo osilasi menurun terhadap waktu. Kondisi untuk osilasi teredam adalah $b^2 < 4mk$.

Peredaman berlebih: Osilasi dikatakan teredam berlebihan atau teredam berat ketika sistem mencapai keadaan setimbang cukup lambat tanpa membuat osilasi. Kondisi untuk peredaman berlebih diberikan oleh $b^2 > 4mk$

Peredaman kritis: Ketika sistem mendekati keadaan setimbang cukup cepat tanpa membuat osilasi apa pun disebut Peredaman kritis. Kondisi untuk peredaman kritis diberikan oleh $b^2 = 4mk$.

Kondisi di atas seperti yang ditunjukkan pada grafik di bawah ini.



Gambar 1.5 Redaman Bawah, Atas, Kritis

Faktor kualitas dan signifikansinya

Definisi

Laju kehilangan energi dari osilator yang diredam lemah secara mudah dicirikan dalam bentuk parameter Q yang disebut Faktor kualitas. Faktor kualitas didefinisikan sebagai 2π kali rasio penyimpanan energi dalam osilator terhadap energi yang hilang per periode waktu.

$$Q = 2\pi \frac{E}{PT} = \omega\tau(\text{for lowdamping}) \quad (1.23)$$

Di sini P adalah daya yang hilang dan T adalah periode waktu. Besaran τ disebut waktu relaksasi. Besaran ini didefinisikan sebagai waktu yang dibutuhkan untuk energi mekanik total meluruh ke nilai $\frac{1}{e}$ kali nilai awal. Q juga diberikan oleh

$$Q = \frac{1}{\gamma} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.24)$$

hal ini dikarenakan $r = \frac{1}{\gamma}$ dan $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Signifikansi

Jika osilator teredam lemah maka kehilangan energi per periode relatif kecil dan faktor Kualitas jauh lebih besar daripada satu. Faktor Kualitas dapat dianggap sebagai jumlah osilasi yang biasanya diselesaikan osilator sebelum amplitudonya meluruh ke nilai yang dapat diabaikan.

1.3 OSILASI PAKSA

Definisi dan Contoh

Osilasi yang terjadi di bawah aksi gaya periodik eksternal disebut osilasi paksa. Selama osilasi paksa, sistem berosilasi dengan frekuensi gaya periodik eksternal. Contoh osilasi paksa adalah kawat sonometer yang diatur ke osilasi menggunakan garpu tala atau elektromagnet. Kolom udara resonansi.

Persamaan untuk Amplitudo dan Fase dalam Osilasi Paksa

Gaya yang bekerja pada sistem selama osilasi paksa adalah gaya pemulih, gaya redaman, dan gaya periodik eksternal. Dengan demikian persamaan osilasi dalam bentuk diferensial dapat ditulis sebagai berikut:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -ky - b \frac{dy}{dt} + F_0 \cos(\omega t)$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + ky = F_0 \cos(\omega t)$$

Persamaan di atas dapat ditulis sebagai

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dy}{dt} + \frac{k}{m} y = \frac{F_0}{m} \cos(\omega t) \quad (1.25)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \gamma \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = \frac{F_0}{m} \cos(\omega t) \quad (1.26)$$

Di Sini $r = \frac{b}{m}$ disebut koefisien redaman, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ adalah frekuensi alami, $\frac{F_0}{m} \cos(\omega t)$ adalah gaya periodik yang diterapkan dan ω adalah frekuensi gaya periodik yang diterapkan. Persamaan di atas dapat direpresentasikan dalam bentuk eksponensial kompleks sebagai

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \gamma \frac{dz}{dt} + \omega_0^2 z = \frac{F_0}{m} e^{i\omega t} \quad (1.27)$$

Mari kita asumsikan solusi berikut untuk persamaan di atas

$$z = A e^{i(\omega t - \phi)} \quad (1.28)$$

Substitusikan persamaan 1.28 ke persamaan 1.27 kita peroleh

$$(-\omega^2 A + i\gamma\omega A + \omega_0^2 A) e^{i(\omega t - \phi)} = \frac{F_0}{m} e^{i\omega t}$$

$$(\omega_0^2 - \omega^2) A + i\gamma\omega A = \frac{F_0}{m} e^{i\omega t} e^{-i(\omega t - \phi)}$$

$$(\omega_0^2 - \omega^2) A + i\gamma\omega A = \frac{F_0}{m} e^{i\phi} \quad (1.29)$$

Persamaan di atas dapat ditulis sebagai

$$(\omega_0^2 - \omega^2) A + i\gamma\omega A = \frac{F_0}{m} (\cos\phi + i\sin\phi) \quad (1.30)$$

Menyamakan bagian Real dan Imajiner dari sisi kiri dan kanan persamaan 1.30

$$(\omega_0^2 - \omega^2)A = \frac{F_0}{m} \cos(\phi) \quad (1.31)$$

$$\gamma\omega A = \frac{F_0}{m} \sin(\phi) \quad (1.32)$$

Dengan mengkuadratkan dan menambahkan persamaan 1.31 dan 1.32 kita memperoleh

$$A = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}} \quad (1.33)$$

Membagi persamaan 1.32 dengan 1.31 kita peroleh

$$\tan \phi = \frac{\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (1.34)$$

Hasil yang sama dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan 1.26 dan asumsi $y = A \cos(\omega t - \phi)$ sebagai solusi.

Kondisi-kondisi yang berbeda pada osilasi paksa

1. Jika $\omega \ll \omega_0$: Jika frekuensi gaya yang diberikan sangat kecil dibandingkan dengan frekuensi alaminya Maka persamaan 1.33 menjadi

$$A = \frac{F_0}{m\omega_0^2} \quad (1.35)$$

Oleh karena itu sistem berosilasi dengan frekuensi ω dan amplitudonya bergantung pada $\frac{F_0}{m}$ dan tidak bergantung pada ω . Persamaan 1.34 menjadi

$$\tan(\phi) = \frac{\gamma\omega}{\omega_0^2} \approx 0 \quad (1.36)$$

Dengan demikian, perpindahan dan fase akan hampir sefase.

2. Jika $\omega = \omega_0$ persamaan 1.33 disederhanakan menjadi

$$A = \frac{F_0}{m\gamma\omega_0} = \frac{F_0}{b\omega_0} \quad (1.37)$$

Di sini amplitudo osilasi adalah maksimum. Kondisi ini disebut resonansi. Juga pada frekuensi resonansi $\omega = \omega_0$, sudut fase antara perpindahan dan gaya periodik yang diterapkan adalah $\frac{\pi}{2}$.

3. Jika $\omega \gg \omega_0$ Kasus ini hanya signifikan ketika gaya redaman sangat kecil (untuk γ kecil). Persamaan 1.33 disederhanakan menjadi

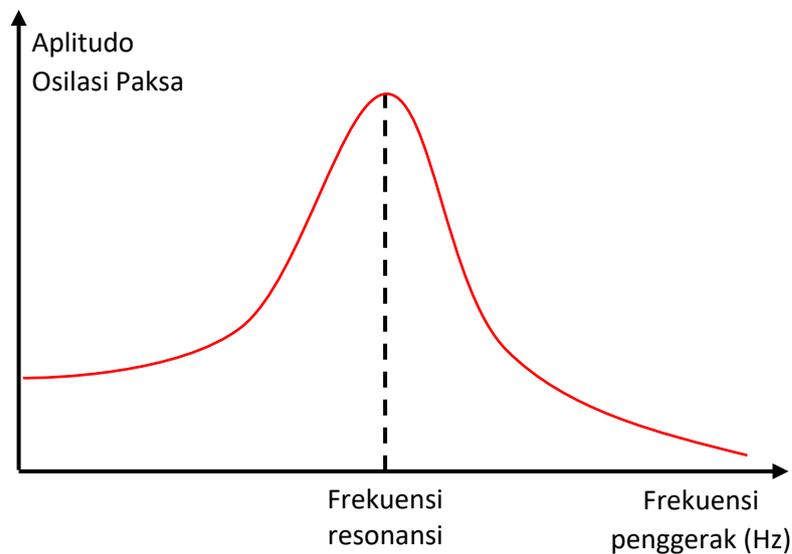
$$A = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\gamma\omega)^2 + \omega^4}}$$

$$A = \frac{F_0}{m\omega^2} = \frac{F_0}{m\omega^2} \quad (1.38)$$

persamaan 1.34 menjadi

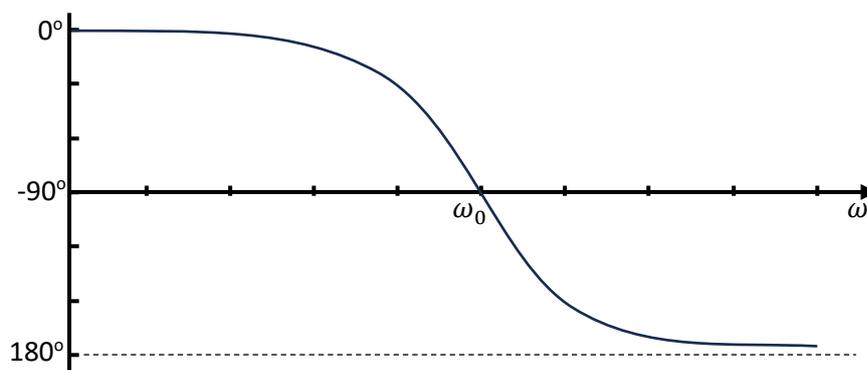
$$\tan\phi = -\frac{\gamma}{\omega} \quad (1.39)$$

atau kecil γ persamaan di atas adalah nol. Jadi $\tan(\phi) = 0$ dan perbedaan fase antara perpindahan dan gaya periodik yang diberikan adalah $-\pi$.
 Grafik yang menggambarkan variasi amplitudo sebagai fungsi frekuensi penggerak dan redaman seperti yang ditunjukkan pada gambar 1.6 di bawah ini.



Gambar 1.6: Variasi amplitudo dengan frekuensi gaya penggerak

Grafik yang menggambarkan variasi fase terhadap frekuensi penggerak seperti yang ditunjukkan pada gambar 1.7 di bawah ini.



Gambar 1.7: Variasi fase dengan frekuensi gaya penggerak

Resonansi

Pertimbangkan sistem yang mengalami osilasi paksa di mana frekuensi gaya periodik yang diberikan divariasikan (penyetelan). Selama penyetelan, jika frekuensi gaya periodik yang diberikan G sesuai dengan frekuensi alami G_0 osilasi sistem, maka amplitudo osilasi akan maksimum dan transfer energi maksimum terjadi dari sistem penggerak ke sistem yang berosilasi. Kondisi ini disebut resonansi. Pada resonansi, sistem akan mempertahankan fase yang sama dengan gaya periodik yang diberikan setiap saat. Hal ini juga terbukti dari persamaan 1.40 di bawah ini.

$$A = \frac{F_0}{m\gamma\omega_0} = \frac{F_0}{b\omega_0} \quad (1.40)$$

Seperti yang ditunjukkan pada gambar 1.6, amplitudo osilasi maksimum pada frekuensi resonansi.

Contoh Resonansi

Berikut ini adalah contoh resonansi dalam berbagai sistem osilasi di bawah osilasi paksa.

1. Dalam sonometer, ketika frekuensi alami senar yang diregangkan sama dengan frekuensi garpu tala, amplitudo osilasi maksimum.
2. Resonator Helmholtz
3. Resonansi dalam rangkaian LCR, contoh resonansi listrik.
4. Penyerapan energi oleh elektron dalam atom.
5. Kolom udara resonansi.

Ketajaman Resonansi

Pengertian dan Makna

Selama penyetelan sistem osilasi, laju perubahan amplitudo mendekati resonansi bergantung pada peredaman. Semakin kecil peredaman, semakin tajam resonansinya dan semakin besar peredaman, semakin datar resonansinya. Seperti yang ditunjukkan pada gambar 1.8.

Ketajaman resonansi adalah laju perubahan amplitudo terhadap perubahan kecil pada frekuensi gaya periodik eksternal yang diberikan, pada resonansi. Secara matematis

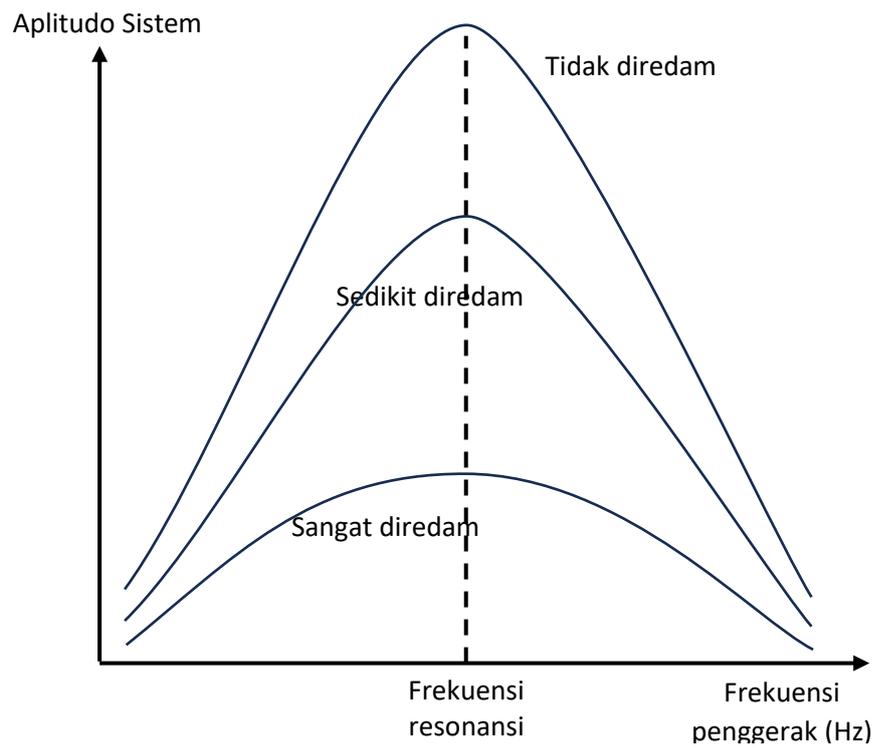
$$\text{Sharpness of resonance} = \frac{\Delta A}{\Delta \omega}$$

Di sini ΔA adalah perubahan amplitudo terhadap ΔG , perubahan frekuensi pada resonansi. Ekspresi berikut dapat diturunkan untuk ketajaman resonansi.

$$\text{Sharpness of resonance} = \frac{F_0}{m\gamma\omega_0\omega} = \frac{F_0}{b\omega_0\omega} \quad (1.41)$$

Pengaruh redaman terhadap ketajaman resonansi

Grafik yang menggambarkan variasi amplitudo osilasi paksa terhadap redaman ditunjukkan pada gambar 1.8 di bawah ini.



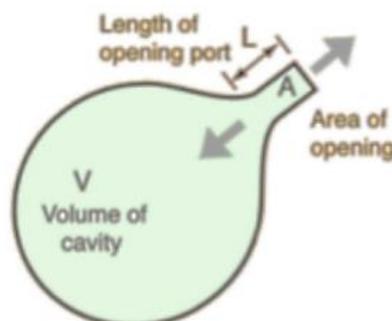
Gambar 1.8: Variasi amplitudo dengan peredaman

Dengan mengacu pada persamaan 1.41, amplitudo maksimum pada resonansi merupakan fungsi peredaman. Semakin tinggi peredaman, semakin rendah amplitudo pada resonansi. Dengan demikian, ketajaman akan lebih tinggi pada peredaman yang lebih rendah dan sebaliknya merupakan signifikansi.

Resonator Helmholtz

Deskripsi Resonator Helmholtz dinamai menurut fisikawan Jerman Hermann Von Helmholtz. Resonator ini merupakan jenis resonator penting dengan karakteristik akustik yang sangat berbeda. Resonator ini terbuat dari bola berongga dengan leher pendek dan berdiameter kecil. Resonator Helmholtz memiliki satu frekuensi resonansi terisolasi dan tidak ada resonansi lain di bawah sekitar 10 kali frekuensi tersebut. Frekuensi resonansi (f) dari resonator Helmholtz klasik yang ditunjukkan pada gambar 1.9, ditentukan oleh volumenya (V) dan oleh panjang (L) serta luas (A) lehernya:

$$f_{\text{resonance}} = \frac{v}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{VL}}$$



Gambar 1.9: Resonator Helmholtz

Cara Kerja Resonator Helmholtz diletakkan di dekat sumber bunyi. Jika bunyi atau nada yang dianalisis memiliki komponen frekuensi resonator, maka udara di dalamnya akan mulai beresonansi. Dengan mendengarkan resonansi alat musik dengan saksama menggunakan resonator, seseorang dapat mengidentifikasi komponen spektralnya. Komponen ini dapat digunakan untuk menyetel alat musik. Ekspresi untuk frekuensi resonansi pada resonator Helmholtz diberikan oleh

$$f = \left(\frac{v}{2\pi} \right) \sqrt{\frac{A}{LV}} \quad (1.42)$$

Di sini v adalah kecepatan suara di udara.

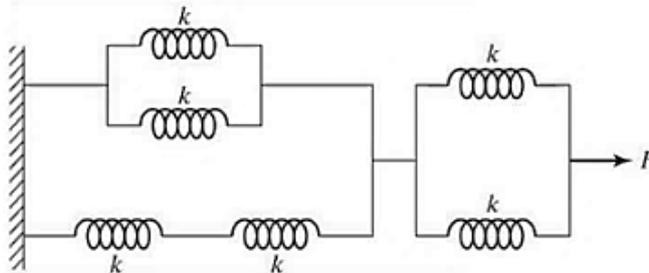
LATIHAN SOAL

1. Definisikan SHM dan Jelaskan karakteristiknya.
2. Susun persamaan Diferensial untuk SHM dan dapatkan solusinya.
3. Turunkan persamaan gerak untuk Osilasi Bebas dan dapatkan solusinya.
4. Definisikan konstanta gaya dan signifikansi fisiknya.
5. Bahas konstanta pegas efektif dari tangkai dalam seri dan paralel.
6. Tulis catatan tentang representasi fasor SHM.
7. Jelaskan osilasi teredam beserta contohnya.
8. Bahas teori osilasi teredam dan klasifikasikan osilasi teredam menjadi redaman kurang, redaman kritis, dan redaman lebih.
9. Jelaskan Faktor Kualitas dan jelaskan signifikansi fisiknya.
10. Bahas teori getaran paksa.
11. Jelaskan ketergantungan amplitudo dan frekuensi pada gaya periodik yang diterapkan dalam osilasi paksa.
12. Jelaskan resonansi dan signifikansi fisiknya.
13. Jelaskan ketajaman resonansi.
14. Tulis catatan tentang Resonator Helmholtz.

Latihan Tambahan

1. Carilah frekuensi osilasi partikel bebas yang melakukan SHM dengan amplitudo 0,35 m jika kecepatan maksimum yang dapat dicapai adalah 220 m/s?
2. Carilah perpindahan pada akhir 3 detik dan juga amplitudo osilasi benda yang melakukan gerak harmonik sederhana dalam garis lurus jika periodenya 10 detik, dan jika kecepatannya 1 m/s, pada waktu 2 detik setelah melewati kesetimbangan. Asumsikan tidak ada gaya hambatan?
3. Carilah frekuensi getaran kawat sonometer yang mencapai kecepatan maksimum 6,28 m/s, ketika amplitudo getarannya 1 cm. (Asumsikan getaran bebas)?
4. Hitunglah frekuensi resonansi pegas dengan konstanta gaya 2467 N/m, yang membawa massa 100 gm?

5. Jika diberikan konstanta gaya sebesar $9,8 \text{ N/m}$ untuk pegas, perkirakan jumlah osilasi yang akan dilakukannya dalam 1 menit jika pegas diatur untuk osilasi dengan beban $89,37 \text{ gm}$. Asumsikan tidak ada gaya eksternal yang bekerja padanya?
6. Massa 10 kg digantungkan pada ujung pegas yang bebas. Jika diatur untuk osilasi, sistem melakukan 100 osilasi dalam 5 menit. Hitunglah konstanta gaya pegas?
7. Massa 100 kg dipasang pada 4 pegas yang masing-masing memiliki konstanta pegas $4 \times 10^3 \text{ N/m}$. Motor hanya bergerak dalam arah vertikal. Carilah frekuensi alami sistem.]
8. Sebuah pegas dengan massa $4,3 \text{ gram}$ diikatkan pada pegas yang massanya dapat diabaikan dengan konstanta gaya 17 N/m . Sistem pegas dengan massa ini melakukan osilasi harmonik sederhana. Carilah frekuensi gaya eksternal yang menimbulkan resonansi dalam sistem tersebut.
9. Susunan pegas yang identik seperti yang ditunjukkan pada gambar 1.10. Jika konstanta pegas setiap pegas adalah 100 Nm^{-1} , hitunglah konstanta pegas efektif dari kombinasi tersebut. Hitung juga frekuensi osilasi sistem tersebut ketika massa 1 kg diikatkan.



Gambar 1.10:

10. Massa 500 g diikatkan pada pegas dan sistem digerakkan oleh gaya periodik eksternal dengan amplitudo 15 N , dan frekuensi $0,796 \text{ Hz}$. Pegas memanjang sepanjang 88 mm di bawah beban yang diberikan. Hitung amplitudo osilasi jika koefisien resistansi medium adalah $5,05 \text{ kg/s}$. Abaikan massa pegas.
11. Hitung amplitudo resonansi getaran sistem yang frekuensi alaminya 1000 Hz saat berosilasi dalam medium resistif yang nilai redaman per satuan massanya $0,008 \text{ rad/s}$ di bawah aksi gaya periodik eksternal/satuan massa dengan amplitudo 5 N/kg , dengan frekuensi yang dapat disetel.
12. Osilator 20 gm dengan frekuensi sudut alami 10 rad/detik bergetar dalam medium redaman. gaya redaman sebanding dengan kecepatan vibrator. Jika koefisien redaman adalah $0,17$, bagaimana osilasi berkurang?

BAB 2 GELOMBANG KEJUT

2.1 BILANGAN MACH

Pertimbangkan sebuah benda yang bergerak dalam fluida. Misalkan v_0 adalah kecepatan benda dalam medium tersebut. Kecepatan suara dalam medium adalah v_s . Bilangan Mach didefinisikan sebagai rasio kecepatan benda terhadap kecepatan suara dalam medium di sekitarnya. Bilangan Mach adalah besaran tak berdimensi. Secara matematis, bilangan Mach M diberikan oleh

$$M = \frac{v_0}{v_s} \quad (2.1)$$

Mach 0,5 mewakili setengah kecepatan suara dan Mach 2 mewakili dua kali kecepatan suara. Bilangan Mach dinamai menurut ilmuwan Ernst Mach. Bilangan Mach digunakan dalam kedua kasus:

1. Ketika suatu benda bergerak dalam fluida.
2. Ketika fluida bergerak di sekitar suatu benda.

2.2 KLASIFIKASI GELOMBANG DAN REZIM MACH

Klasifikasi gelombang adalah sebagai berikut

Jenis-jenis gelombang

Akustik: Ini adalah studi yang berhubungan dengan studi gelombang melalui gas, cairan dan padatan.

Infrasonik: Ini adalah studi tentang gelombang yang memiliki frekuensi lebih rendah dari suara yang dapat didengar (<20kHz).

Ultrasonik: Ini adalah studi tentang gelombang yang memiliki frekuensi lebih tinggi dari suara yang dapat didengar (>20kHz).

Subsonik: Gelombang yang bergerak dengan kecepatan kurang dari kecepatan suara dalam suatu medium disebut gelombang subsonik ($M < 1$).

Supersonik: Gelombang yang bergerak dengan kecepatan lebih besar dari kecepatan suara dalam suatu medium disebut gelombang supersonik ($M > 1$).

Transonik: Kecepatan yang tumpang tindih antara kecepatan subsonik dan supersonik disebut gelombang transonik ($0,8 < M < 1,2$).

Rezim Mach

Berikut ini adalah tabel yang menggambarkan rezim aliran fluida dari objek yang bergerak dalam fluida berkenaan dengan bilangan Mach.

Tabel 2.1: Rezim Mach

Nomor Mesin	Rezim
Subsonic	0.8
Transonic	0.8 – 1.2

Sonic	1.0
Supersonic	1.0 – 5.0
Hypersonic	5.0 – 10.0
High-Hypersonic	> 10

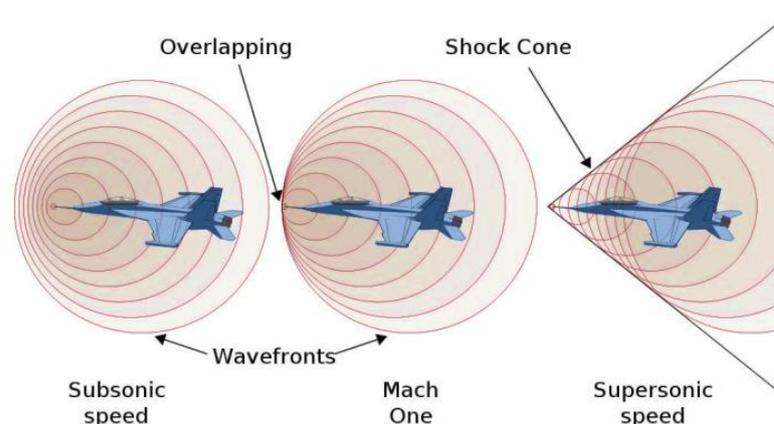
2.3 GELOMBANG KEJUT DAN PENERAPANNYA

Gelombang Kejut

Ketika kecepatan benda yang bergerak dalam suatu medium menjadi sama dengan kecepatan suara dalam medium, muka gelombang tidak dapat lepas dari sumber dan menumpuk. Hal ini mengakibatkan penghalang suara dengan amplitudo yang besar. Ketika kecepatan benda atau sumber yang bergerak melebihi kecepatan suara dalam medium, maka muka gelombang tertinggal di belakang sumber dan membentuk daerah berbentuk kerucut dengan sumber di titik puncak. Tepi kerucut membentuk muka gelombang supersonik dengan amplitudo yang luar biasa besar yang disebut "gelombang kejut". Ledakan sonik terdengar ketika gelombang kejut mencapai pengamat. Gelombang kejut yang dihasilkan ketika jet tempur mencapai kecepatan suara seperti yang ditunjukkan pada gambar 2.1.



Gambar 2.1: Gelombang Kejut



Gambar 2.2: Skema Gelombang Kejut

Gelombang kejut dari benda supersonik adalah kerucut yang terdiri dari muka gelombang bulat yang saling tumpang tindih. Ketika salah satu dari muka gelombang ini terbentuk, ia menjalar secara radial ke luar dengan kecepatan v_s dan memperoleh radius $v_s t$. Pada saat yang sama sumber, yang bergerak dengan kecepatan v_0 bergerak maju $v_0 t$. Kedua

perpindahan tersebut membentuk alas dan sisi miring segitiga yang digunakan untuk menentukan sudut Mach di titik puncak kerucut kejut.

$$\sin \theta = \frac{v_s}{v_o} = \frac{1}{M} \quad (2.2)$$

Sifat-sifat Gelombang Kejut

1. Gelombang kejut bergerak dalam medium dengan mach (M)>1.
2. Gelombang kejut mematuhi hukum dinamika fluida.
3. Ketika gelombang kejut melewati medium, entropi sistem meningkat.
4. Ketika gelombang kejut melewati medium, perubahannya bersifat adiabatik.
5. Sifat-sifat gelombang umum tidak dapat dikaitkan dengan gelombang kejut.

Aplikasi Gelombang Kejut

Berikut ini adalah aplikasi gelombang kejut.

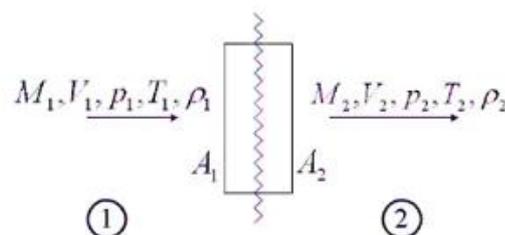
1. Refleksi Mach dari gelombang kejut digunakan untuk menghilangkan partikel debu berukuran mikron dari permukaan wafer silikon.
2. Gelombang kejut digunakan dalam terapi medis di bidang ortopedi dan untuk memecah batu ginjal.
3. Gelombang kejut digunakan dalam industri pensil untuk menghamili bahan pengawet ke dalam bilah kayu.
4. Gelombang kejut digunakan dalam ekstraksi minyak cendana.
5. Gelombang kejut digunakan dalam transformasi sel.
6. Gelombang kejut digunakan dalam geofisika.

2.4 DASAR-DASAR KONSERVASI MASSA, ENERGI, DAN MOMENTUM

Volume kendali

Volume kendali adalah abstraksi matematis yang digunakan untuk membuat model matematis untuk proses fisik. Volume ini adalah volume yang tetap di ruang angkasa atau bergerak dengan kecepatan konstan yang dilalui oleh fluida. Permukaan yang menutupi volume kendali disebut sebagai permukaan kendali.

Pertimbangkan daerah fluida persegi panjang (misalnya udara) di sekitar gelombang kejut normal seperti yang ditunjukkan pada gambar 2.3. Gelombang kejut normal adalah jenis dasar gelombang kejut yang berada dalam arah tegak lurus terhadap aliran. Di sebelah kiri gelombang kejut terdapat kondisi awal dan kondisi akhir di sebelah kanan. $M_1, V_1, p_1, T_1,$ dan ρ_1 mewakili kondisi awal aliran dan $M_2, V_2, p_2, T_2,$ dan ρ_2 mewakili kondisi akhir aliran.



Gambar 2.3: Gelombang Kejut Normal

Berikut ini adalah asumsi-asumsi yang berkaitan dengan aliran

1. Alirannya tetap.
2. Alirannya adalah sistem adiabatik.
3. Tidak ada gaya viskos yang bekerja antara sistem dan batas-batasnya.
4. Tidak ada gaya benda yang bekerja.

Kekekalan Massa

Untuk sistem tertutup, massa bersih sistem tetap konstan. Secara matematis

$$m_{sys} = constant \quad (2.3)$$

Karena itu

$$\frac{dm_{sys}}{dt} = 0 \quad (2.4)$$

Untuk volume kontrol atau sistem terbuka, konservasi massa dinyatakan dalam bentuk laju sebagai

$$\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} = \frac{dm_{cv}}{dt} \quad (2.5)$$

Di sini \dot{m}_{in} dan \dot{m}_{out} masing-masing adalah aliran massa yang masuk dan keluar dari volume kontrol. $\frac{dm_{cv}}{dt}$ adalah laju perubahan massa dalam batas-batas volume kontrol. Dengan menerapkan hukum kekekalan massa pada sistem pada gambar 2.3 kita memperoleh

$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 \quad (2.6)$$

Kekekalan Momentum

Hal ini dinyatakan oleh momentum total sistem yang selalu kekal. Dengan menerapkan hukum gerak kedua Newton pada volume kontrol, kekekalan momentum adalah "setiap perubahan momentum fluida dalam volume kontrol disebabkan oleh aliran bersih fluida ke dalam volume dan aksi gaya eksternal pada fluida di dalam volume." Dengan menerapkan hukum kekekalan energi pada sistem pada gambar 2.3, kita memperoleh

$$p_1 + \rho_1 u_1^2 = p_2 + \rho_2 u_2^2 \quad (2.7)$$

Kekekalan energi

Energi total suatu sistem tetap konstan. Dalam kasus sistem fluida dalam kondisi adiabatik, energi total yang masuk ke sistem harus sama dengan energi total yang keluar dari sistem. Energi total volume kontrol tetap konstan. Dengan menerapkan hukum kekekalan energi pada sistem dalam gambar 2.3, kita memperoleh

$$\frac{u_1^2}{2} + c_p T_1 = \frac{u_2^2}{2} + c_p T_2 \quad (2.8)$$

2.5 PEMBUATAN GELOMBANG KEJUT MENGGUNAKAN TABUNG KEJUT

Metode pembuatan gelombang kejut di laboratorium

Gelombang kejut dapat diaplikasikan dalam berbagai bidang teknik, manufaktur, medis, biologi, dan penelitian ilmiah. Gelombang kejut dihasilkan oleh pelepasan energi secara tiba-tiba seperti ledakan, aliran supersonik, benturan proyektil pada kecepatan tinggi, dll. Oleh karena itu, meskipun memiliki berbagai macam aplikasi umum, peralatan kejut tidak menjadi topik di sekolah dan perguruan tinggi karena masalah keselamatan.

Tabung Kejut

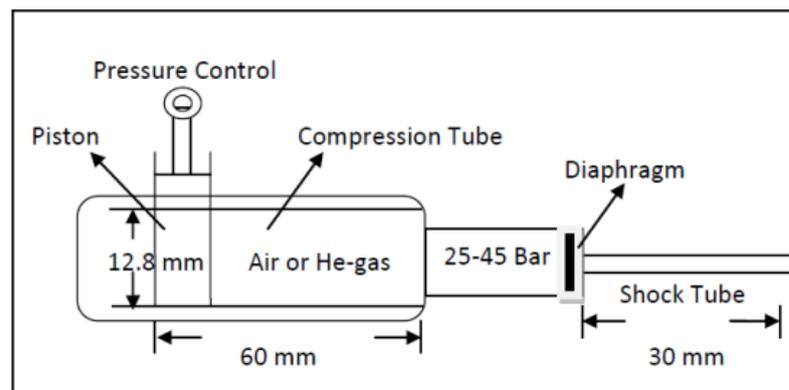
Perangkat yang digunakan untuk menghasilkan gelombang kejut dengan kekuatan yang dibutuhkan di laboratorium disebut tabung kejut. Tabung ini terdiri dari tabung panjang sederhana yang dipisahkan menjadi dua bagian (bagian) oleh diafragma meta. Bagian tersebut adalah bagian penggerak dan bagian yang digerakkan. Diafragma logam umumnya digerakkan oleh gas penggerak bertekanan tinggi yang dikompresi menggunakan kompresor atau dengan peledakan sejumlah kecil bahan peledak. Dengan demikian, sisi penggerak memecah diafragma dan menciptakan gelombang kejut yang bergerak ke bagian yang digerakkan sepanjang tabung kejut. Tabung kejut semacam itu dapat digunakan untuk pengajaran di kelas. Berikut ini adalah beberapa jenis tabung kejut.

1. Didorong oleh Kompresi
2. Didorong oleh Ledakan
3. Didorong oleh Piston
4. Tabung Reddy

Tabung Kejut Reddy

Peralatan dan Pengoperasian

Dr. K.P.J. Reddy dan rekan-rekannya telah mengembangkan tabung kejut mini yang digerakkan dengan tekanan dan dioperasikan dengan tangan yang diberi nama 'Tabung Kejut Reddy' yang sangat mudah dioperasikan. Tabung ini mampu menghasilkan gelombang kejut dengan bilangan Mach melebihi 1,5. Tabung kejut Reddy seperti yang ditunjukkan pada gambar 2.4.



Gambar 2.4: Tabung Kejut Reddy

Konstruksi: Tabung Reddy beroperasi berdasarkan prinsip tabung kejut yang digerakkan piston konvensional. Tabung kejut Reddy terbuat dari jarum suntik medis sederhana dengan dimensi berikut

- Ruang kompresi berukuran panjang 60 mm dan diameter 12,8 mm.
- Piston plastik dengan pendorong berdiameter luar 12,8 mm dipasang rapat di dalam ruang kompresi.
- Cincin-O pada kepala piston mencegah kebocoran gas.
- Tabung penggerak adalah tabung SS sepanjang 30 mm dengan diameter internal 1 mm dan ketebalan dinding 0,8 mm.
- Tabung kompresi dan tabung kejut (jarum hipodermik) dipisahkan oleh diafragma plastik setebal 50 μm .
- Ujung bebas elips dari jarum hipodermik (tabung kejut) dibuat melingkar dengan cara digerinda dan terbuka terhadap udara atmosfer.

Cara kerja: Diafragma dan jarum dilepaskan dari tabung kompresi dan piston digerakkan ke luar untuk mengisi ruang kompresi dengan udara sekitar pada tekanan atmosfer. Diafragma dan jarum dipasang pada tabung kompresi. Piston didorong ke dalam ruang kompresi sehingga udara di dalamnya terkompresi dan tekanan terbentuk. Saat piston bergerak, tekanan meningkat dan akhirnya diafragma pecah sehingga menghasilkan aliran udara terkompresi dengan kecepatan sangat tinggi. Gambar Schlieren dari aliran di pintu keluar tabung Reddy mengonfirmasi pembentukan gelombang kejut. Dengan demikian, gelombang kejut dengan kecepatan 1,5 hingga 2,0 mach dihasilkan di ujung jarum.

LATIHAN SOAL

1. Klasifikasikan gelombang ke dalam berbagai jenis.
2. Definisikan bilangan Mach. Berikan klasifikasi gelombang berdasarkan bilangan Mach.
3. Apa itu Gelombang Kejut. Sebutkan sifat-sifat Gelombang Kejut.
4. Definisikan volume kontrol dan jelaskan hukum kekekalan yang diterapkan pada perambatan gelombang kejut dalam cairan.
5. Apa itu tabung kejut? Jelaskan secara rinci konstruksi dan cara kerja tabung kejut Reddy serta kelebihanannya dibandingkan tabung kejut lainnya.
6. Jelaskan secara singkat aplikasi gelombang kejut.

Latihan Soal Tambahan

1. Jarak antara dua sensor tekanan dalam tabung kejut adalah 100 mm. Gelombang kejut bergerak di antara kedua sensor dalam 100 μs . Temukan bilangan mach gelombang kejut jika kecepatan suara dalam kondisi tersebut adalah 330 m/s.
2. Hitunglah sudut mach jika kecepatan sumber 660 m/s dan kecepatan bunyi dalam medium adalah 330 m/s.

BAB 3

SIFAT ELASTIS BAHAN

3.1 PENDAHULUAN

Bila gaya yang sesuai diterapkan, benda akan mengalami deformasi. Deformasi adalah perubahan bentuk dan/atau ukuran benda. Gaya yang menyebabkan deformasi atau cenderung menyebabkan deformasi benda disebut gaya deformasi. Benda yang mengalami perubahan dimensi disebut benda yang mengalami deformasi atau regangan. Bab ini dimaksudkan untuk mempelajari sifat elastis bahan.

3.2 ELASTISITAS DAN PLASTISITAS

Elastisitas

Pertimbangkan benda yang diregangkan di bawah aksi gaya deformasi. Jika benda tersebut mendapatkan kembali dimensi dan bentuk aslinya setelah gaya deformasi dihilangkan, maka benda tersebut disebut benda elastis. Sifat benda yang cenderung mendapatkan kembali bentuk dan ukurannya setelah gaya deformasi dihilangkan disebut Elastisitas.

Benda Elastis Sempurna Dalam praktiknya, tidak ada benda yang 100% elastis, yaitu elastis sempurna. Jika benda dapat memperoleh kembali kondisi aslinya sepenuhnya setelah gaya deformasi dihilangkan, maka benda tersebut disebut benda elastis sempurna. Fosfor-Perunggu adalah material yang dapat dianggap elastis sempurna. Serat kuarsa dan Elastomer juga merupakan contoh yang baik dari benda elastis sempurna.

Plastisitas

Jika benda tidak mendapatkan kembali bentuk dan ukuran aslinya setelah gaya deformasi dihilangkan, maka benda tersebut disebut benda plastis. Sifat yang menyebabkan benda tersebut gagal mendapatkan kembali bentuk dan ukurannya setelah gaya deformasi dihilangkan disebut Plastisitas.

Badan Plastik

Akhir dari elastisitas adalah awal dari plastisitas. Bahan plastik di bawah gaya deformasi bersifat tidak elastis dan deformasi tidak dapat dipulihkan. Termoset dan Termoplastik adalah contoh terbaik dari badan plastik. Dibandingkan dengan Termoplastik, Termoset dapat dicairkan dan dicetak hanya sekali.

3.3 TEGANGAN DAN REGANGAN

Tegangan

Pertimbangkan benda elastis dalam keadaan setimbang di bawah aksi gaya deformasi. Sebagai reaksi terhadap gaya deformasi ini, gaya internal berkembang yang cenderung membawa material ke dimensi aslinya. Gaya internal juga disebut gaya pemulihan. Gaya pemulihan per satuan luas disebut Tegangan. Satuannya adalah tekanan (Pa). Secara matematis

$$\text{Stress} = \frac{\text{Restoring Force}}{\text{Area}} = \frac{F}{A} \text{ Nm}^{-2} \quad (3.1)$$

Regangan

Bila benda elastis dikenai gaya deformasi, benda tersebut akan mengalami deformasi. Perubahan fraksional pada dimensi benda disebut regangan. Secara matematis

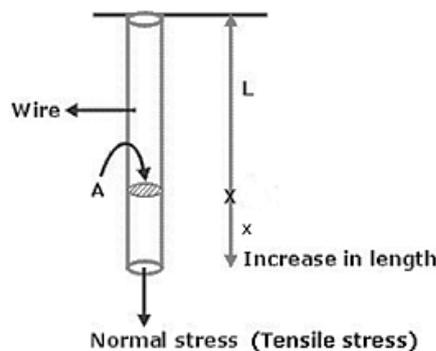
$$Strain = \frac{Change\ in\ dimension\ of\ the\ body}{Original\ dimension\ of\ the\ body} \quad (3.2)$$

3.4 JENIS-JENIS TEGANGAN DAN REGANGAN

Tegangan Tarik dan Regangan Linier

Tegangan Tarik juga dikenal sebagai tegangan longitudinal. Tegangan tarik adalah rasio gaya regangan terhadap satuan luas penampang benda padat sepanjang panjangnya. Perhatikan kawat dengan panjang 'L' dan 'A' adalah luas penampang kawat. Jika kawat diregangkan menggunakan gaya 'F' maka perubahan panjang kawat adalah 'x'. Tegangan tarik diberikan oleh

$$Tensile\ Stress = \frac{F}{A} \quad (3.3)$$



Gambar 3.1: Tegangan Tarik dan Regangan Linier

Regangan Linier

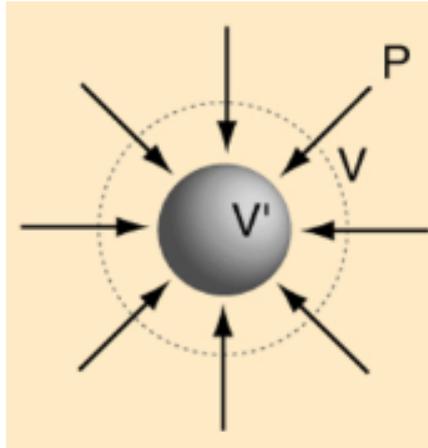
Regangan linier didefinisikan sebagai rasio perubahan panjang terhadap panjang awal. Regangan linier juga disebut sebagai perubahan fraksional pada panjang. Regangan linier diberikan oleh

$$Linear\ Strain = \frac{x}{L} \quad (3.4)$$

Tegangan Kompresif dan Regangan Volume

Tegangan Massal atau Tekanan Kompresif Tegangan massal didefinisikan sebagai tekanan seragam yang bekerja di seluruh benda secara normal. Perhatikan bahan elastis berbentuk bola dan misalkan 'F' adalah gaya seragam yang bekerja di seluruh area 'A' permukaannya. Jadi, tegangan kompresif diberikan oleh

$$Compressive\ Stress = \frac{F}{A} = Pressure \quad (3.5)$$



Gambar 3.2: Tegangan Massal dan Regangan Volume

Regangan Volume Akibat gaya tekan, volume 'V' material berkurang menjadi V'. Ini didefinisikan sebagai rasio perubahan volume terhadap volume awal.

$$\text{Compressive Stress} = \frac{V - V'}{V} = \frac{\Delta V}{V} \quad (3.6)$$

Tegangan geser dan Regangan Geser

Pertimbangkan bahan elastis persegi panjang seperti yang ditunjukkan pada gambar. Permukaan bawah dipasang dengan kaku dan gaya tangensial F diterapkan pada permukaan atas area 'A'. Tegangan geser didefinisikan sebagai rasio gaya tangensial terhadap area permukaan tempat gaya tersebut bekerja.

$$\text{Shearing stress} = \frac{\text{Tangential Force}}{\text{Area}} = \frac{F}{A} \quad (3.7)$$

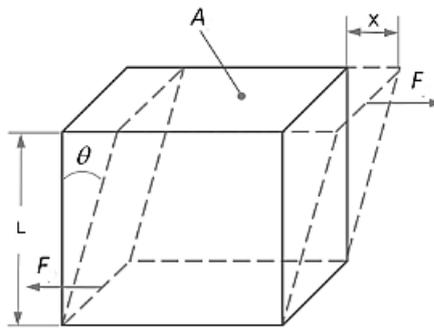
Sudut θ pada gambar tersebut disebut sudut geser. Sudut

Geser θ itu sendiri merupakan ukuran regangan geser. Jadi dari gambar tersebut

$$\tan\theta = \frac{x}{l} \quad (3.8)$$

untuk sudut kecil θ

$$\theta = \frac{x}{l} \quad (3.9)$$



Gambar 3.3: Tegangan dan Regangan Geser

3.5 KURVA TEGANGAN, REGANGAN DAN HUKUM HOOKE

Hukum Hooke

Teramati bahwa dalam batas elastis, tegangan sebanding dengan regangan untuk material homogen dan isotropik. Proporsionalitas ini disebut Hukum Hooke. Secara matematis

$$\text{Stress} \propto \text{Strain}$$

$$\text{Stress} = \text{Elastic Modulus} \times \text{Strain}$$

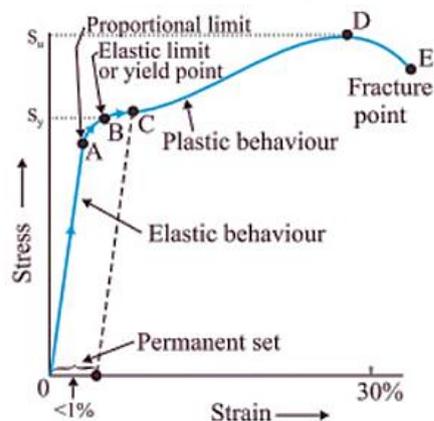
Oleh karena itu modulus elastisitas didefinisikan sebagai

$$\text{Elastic Modulus} = \frac{\text{Stress}}{\text{Strain}} \quad (3.10)$$

Rasio tegangan terhadap regangan tetap konstan untuk bahan elastis dan disebut Modulus Elastisitas Konstan Elastisitas. Satuan Modulus Elastisitas sama dengan tegangan karena regangan hanyalah angka dan diberikan oleh Nm^{-2} atau Pa.

Kurva Tegangan vs Regangan

Pertimbangkan batang atau kawat dengan penampang seragam yang dipasang pada satu ujung dan diberi beban pada ujung lainnya. Hubungan tegangan-regangan dapat dipahami dengan membuat plot tegangan vs regangan dan disebut diagram tegangan-regangan. Diagram ini seperti yang ditunjukkan pada gambar.



Gambar 3.4: Tegangan Tarik dan Regangan Linier

1. Daerah "OA" adalah daerah elastis. Di daerah ini, proporsionalitas tegangan vs regangan diamati. Hukum Hooke hanya berlaku di daerah ini. Titik "A" adalah "Batas Proporsionalitas".
2. Antara titik "A" dan "B", material menunjukkan perilaku elastis. Namun, ketergantungan proporsionalitas antara tegangan dan regangan tidak diamati. Titik "B" adalah batas elastis dan juga disebut "Titik Leleh".
3. Antara titik "B" dan "C", material memiliki regangan permanen dan perilaku plastis diamati. Material tidak mendapatkan kembali dimensi aslinya. Pada tahap apa pun, jika gaya deformasi ditarik, kurva putus-putus dilacak. Material tersebut dikatakan "Permanent Set".
4. Titik "D" sesuai dengan tegangan maksimum yang dapat ditahan material dan disebut "Titik kekuatan ultimit".
5. Pada titik "E" material putus dan bodi tidak lagi utuh. Titik "E" disebut "Titik Retak". Tegangan yang sesuai dengan titik "E" disebut "Tegangan Putus".
6. Mengenai regangan, wilayah "BE" dibagi menjadi dua subwilayah "BD" dan "DE". Di wilayah "BD" diamati jenis pengerasan yang disebut "Pengerasan Regangan". Di wilayah "DE" material melemah dan melunak di bawah tegangan yang berkurang yang disebut "Pelunakan Regangan".

3.6 KELELAHAN ELASTIS/PATAH

Pertimbangkan material elastis yang mengalami sejumlah siklus pemuatan dan pembongkaran. Dengan demikian, material mengalami regangan dan pelepasan berulang. Selama proses berlangsung, material mengalami "Kelelahan elastis" atau "Kelelahan Elastis". Jika ini berlanjut hingga sejumlah siklus, maka Kelelahan menjadi lebih jelas dan material putus. Dengan demikian, fraktur diamati. Dengan demikian, kelelahan menjadi perhatian penting dalam desain beberapa instrumen dan perangkat mekanis seperti Piston Mesin, Pegas Suspensi, dll. Kelelahan menyebabkan kegagalan material elastis saat bekerja.

Material yang mengalami kelelahan mengembangkan retakan yang tumbuh selama siklus dan material mengalami fraktur. Dengan demikian, material gagal selama operasi. Fraktur diklasifikasikan menjadi dua jenis

- Fraktur getas diamati pada material getas
- Fraktur ulet diamati pada material ulet

3.7 FAKTOR YANG MEMPENGARUHI ELASTISITAS

Sifat elastis suatu material terkait dengan struktur internalnya. Misalnya baja merupakan material elastis yang mengandung batas butiran dan cacat kisi. Oleh karena itu elastisitas material bergantung pada faktor-faktor berikut.

Pengaruh Tegangan dan Suhu

Bila material elastis mengalami tegangan terus-menerus pada suhu tinggi, maka akan terjadi fenomena "Creep". Creep merupakan sifat material yang mengalami tegangan terus-menerus sehingga material akan mengalami regangan terus-menerus. Deformasi semacam ini terjadi bahkan pada batas proporsionalitas. Bila material mengalami tegangan dalam durasi yang lebih lama, regangan permanen akan terjadi dan perlahan-lahan akan menyebabkan fraktur.

Pengaruh Anil

Anil merupakan proses perlakuan panas untuk logam dan paduan. Dalam proses anil, material dibuat lunak dengan pemanasan dan kemudian didinginkan secara bertahap. Hal ini akan memberikan kekuatan, kekerasan, dan ketangguhan yang baik pada material sehingga perkakas yang terbuat dari material tersebut memiliki masa pakai yang lebih lama. Anil meningkatkan keuletan material.

Pengaruh Kotoran

Penambahan kotoran pada material murni dapat meningkatkan atau menurunkan elastisitas, yang bergantung pada material dan kotorannya. Dalam kasus besi, penambahan karbon membuatnya lebih kuat dan lebih elastis. Sifat elastis baja bergantung pada proporsi karbon dalam baja. Di sisi lain, kotoran yang ditambahkan ke material dapat menyebabkan keretakan.

3.8 PENTINGNYA ELASTISITAS DALAM APLIKASI TEKNIK

Sifat elastis suatu material penting dalam teknik terutama dalam teknik mesin dan struktur. Sebagai contoh, perhatikan Besi. Besi kurang elastis dan lebih getas daripada baja. Jadi, perkakas yang terbuat dari Besi tidak dapat menahan getaran. Getaran yang disebabkan oleh tekanan tinggi menghancurkan material secara tiba-tiba dan tidak terduga. Jadi, baja lebih disukai daripada Besi. Jadi, di bawah beban dan getaran yang berat, baja dapat mengalami deformasi plastik tetapi tidak hancur. Jadi, baja menjaga komponen dan sistem tetap aman.

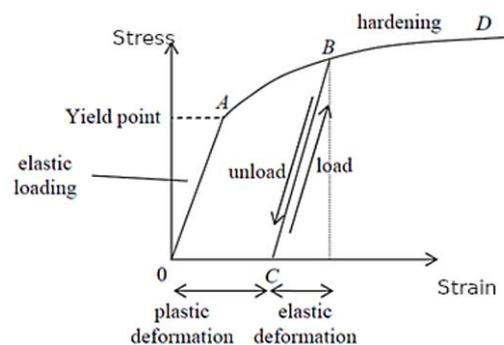
Perancangan pegas memerlukan pengetahuan yang baik tentang Elastisitas. Konstanta pegas bergantung pada sifat elastis logam yang digunakan. Pegas mengalami Kelelahan karena ditekan berulang kali. Material yang dipilih harus mampu menahan kelelahan tanpa mengalami kegagalan.

Jika dibandingkan dengan material murni dan paduan, logam murni lebih lunak daripada paduan. Oleh karena itu, logam murni jarang ditemukan aplikasinya dalam teknik. Paduan yang lebih keras daripada logam murni memiliki sifat elastis yang lebih baik dan banyak ditemukan aplikasinya dalam teknik. Sifat elastis paduan logam bergantung pada proporsi komposisi logam yang menjadi bahan pembuatan paduan logam tersebut.

3.9 Pengerasan dan Pelunakan Regangan

Pengerasan Regangan

Pengerasan regangan atau pengerasan kerja adalah proses pembuatan logam yang lebih keras melalui deformasi plastik.



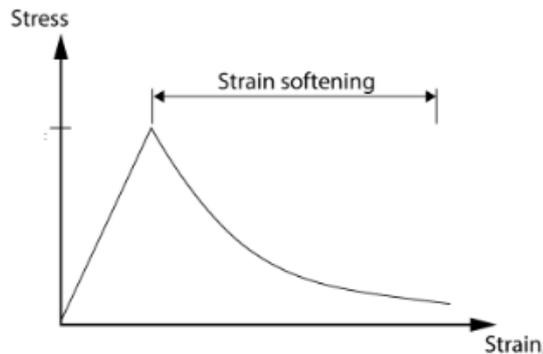
Gambar 3.5: Pengerasan Regangan

Pertimbangkan material yang ditekan dan mengalami deformasi melebihi titik luluh. Material tersebut ditekan ke rentang plastis. Sekarang material tersebut dilepaskan secara bertahap. Kurva yang dilacak dalam grafik adalah "BC". Dengan demikian, regangan sisa "OC" terbentuk dalam material tersebut.

Selanjutnya, jika material tersebut dibebani lagi secara bertahap dan grafik diplot dengan C sebagai kurva asal, CB diamati. Dengan demikian, material tersebut menunjukkan proporsionalitas terhadap nilai tegangan yang lebih tinggi tanpa mengalami deformasi plastis. Oleh karena itu, material tersebut dapat menahan tegangan yang lebih tinggi daripada sebelumnya ketika tidak mengalami deformasi plastis. Ini dikenal sebagai pengerasan regangan.

Pelunakan Regangan

Dalam kasus material tertentu, ketika mereka ditekan melampaui wilayah elastis, kurva tegangan-regangan mengambil kemiringan negatif. Karena material tersebut hanya dapat menahan tegangan yang lebih rendah di wilayah ini, maka itu disebut pelunakan regangan.



Gambar 3.6: Pelunakan Regangan

3.10 MODULUS ELASTISITAS

Modulus Young (Y, q atau E)

Didefinisikan sebagai rasio tegangan tarik (Longitudinal) terhadap regangan longitudinal (Linear).

$$Y = \frac{\text{Longitudinal Stress}}{\text{Linear Strain}}$$

$$Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{x}{L}} = \frac{FL}{Ax} \text{ pascal} \quad (3.11)$$

Di sini F adalah gaya yang bekerja pada area A, x adalah perubahan panjang dan L adalah panjang awal. pascal adalah Nm^{-2}

Modulus Massal (K)

Didefinisikan sebagai rasio tegangan tekan terhadap regangan volume.

$$k = \frac{\text{Compressive Stress}}{\text{Volume Strain}}$$

$$k = \frac{P}{\frac{\Delta V}{V}} = \frac{PV}{\Delta V} \text{ pascal} \quad (3.12)$$

Di sini P adalah tekanan seragam yang diterapkan, ΔV adalah perubahan volume, V adalah volume awal.

Modulus Kekakuan (n atau η)

Didefinisikan sebagai rasio tegangan geser terhadap regangan geser

$$n = \frac{\text{Longitudinal Stress}}{\text{Linear Strain}}$$

$$n = \frac{\frac{F}{A}}{\theta} = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{x}{L}} = \frac{FL}{Ax} \text{ pascal} \quad (3.13)$$

Di sini F adalah gaya tangensial yang bekerja pada area A, θ adalah regangan geser atau sudut geser, x adalah perubahan panjang sepanjang F dan L adalah panjang awal.

3.11 KOEFISIEN REGANGAN

Koefisien Regangan Longitudinal (α)

Didefinisikan sebagai regangan longitudinal yang dihasilkan per satuan tegangan. Regangan longitudinal diberikan oleh x. Jika T adalah tegangan yang diberikan maka koefisien regangan longitudinal diberikan oleh

$$\alpha = \frac{\frac{x}{L}}{T} = \frac{x}{LT} \quad (3.14)$$

$$\Rightarrow \text{Longitudinal Strain} = x = \alpha LT \quad (3.15)$$

Koefisien Regangan Lateral (β)

Pertimbangkan material berbentuk silinder. Biarkan material tersebut mengalami peregangan yang mengakibatkan panjangnya bertambah dan diameter material berkurang. Panjang adalah dimensi longitudinal dan diameter adalah dimensi lateral. Oleh karena itu, regangan lateral diamati dan didefinisikan sebagai rasio perubahan diameter terhadap diameter awal.

$$\text{Lateral Strain} = \frac{d}{D}$$

Untuk tegangan yang diberikan sebesar T

$$\text{Lateral Strain Co-efficient} = \beta = \frac{d}{TD} \quad (3.16)$$

Oleh karena itu, regangan selanjutnya dalam hal β diberikan oleh

$$d = \beta TD \quad (3.17)$$

3.12 RASIO POISSON (σ)

Didefinisikan sebagai rasio regangan lateral terhadap regangan longitudinal dalam batas elastis.

$$\sigma = \frac{\frac{d}{D}}{\frac{x}{L}} = \frac{\frac{d}{TD}}{\frac{x}{TL}} = \frac{\beta}{\alpha} \quad (3.18)$$

Ekspresi untuk Y, k, dan n dalam bentuk α dan β

Hubungannya adalah sebagai berikut.

$$Y = \frac{1}{\alpha} \quad (3.19)$$

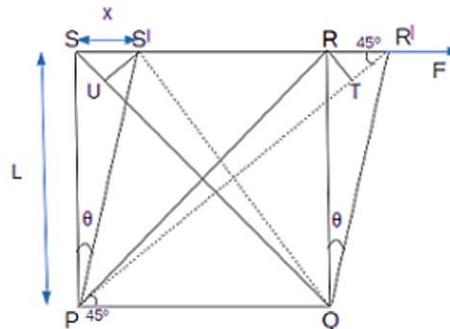
$$n = \frac{1}{2(\alpha + \beta)} \quad (3.20)$$

$$K = \frac{1}{3(\alpha - 2\beta)} \quad (3.21)$$

3.13 HUBUNGAN ANTARA MODULUS ELASTISITAS

Hubungan antara Regangan Perpanjangan, Regangan Kompresi, dan Regangan Geser

Pertimbangkan bahan elastis berbentuk kubus yang direkatkan pada permukaan kaku seperti yang ditunjukkan pada gambar.



Gambar 3.7: Geseran

Misalkan gaya tangensial F diberikan pada permukaan atas dengan luas A seperti yang ditunjukkan pada gambar 3.7. Misalkan L adalah panjang sisi-sisi kubus. Permukaan atas mengalami geser sejauh x karena gaya yang diberikan. Dari gambar 3.7

$$Elongation Strain = \frac{TR'}{PR} \quad (3.22)$$

Dari segitiga siku-siku TRJ

$$TR' = RR' \cos 45^\circ = \frac{x}{\sqrt{2}} \quad (3.23)$$

Substitusikan ke persamaan 3.22 dan karena $PR = \sqrt{2}L$ kita peroleh,

$$Elongation Strain = \frac{x}{2L} = \frac{\theta}{2} \quad (3.24)$$

Demikian pula

$$\text{Compression Strain} = \frac{x}{2L} = \frac{\theta}{2} \quad (3.25)$$

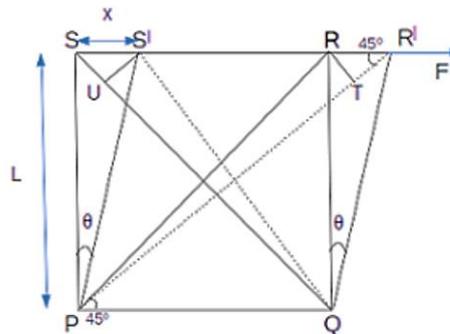
Dengan menambahkan persamaan 3.24 dan 3.25 kita memperoleh

$$\frac{\theta}{2} + \frac{\theta}{2} = \theta \quad (3.26)$$

Regangan geser diukur dalam bentuk sudut geser θ . Oleh karena itu, Regangan Perpanjangan + Regangan Kompresi = Regangan Geser.

Hubungan antara γ , n dan σ

Pertimbangkan bahan elastis berbentuk kubus yang direkatkan pada permukaan kaku seperti yang ditunjukkan pada gambar.



Gambar 3.8: Geser

Misalkan gaya tangensial F diterapkan pada permukaan atas area A seperti yang ditunjukkan pada gambar 3.8. Misalkan L adalah panjang sisi kubus. Misalkan α dan β adalah koefisien tegangan longitudinal dan lateral. Permukaan atas bergeser melalui jarak x karena gaya yang diterapkan. Oleh karena itu PR meningkat menjadi PR' . Regangan geser dapat dianggap disebabkan oleh regangan longitudinal sepanjang PR dan regangan lateral sepanjang QS .

$$TR' = T(PR)\alpha + T(QS)\beta$$

$$TR' = T(PR)(\alpha + \beta)$$

Karena $PR = QS$ dan juga menggunakan teorema Pythagoras kita memperoleh $PR = L\sqrt{2}$

$$TR' = TL\sqrt{2}(\alpha + \beta) \quad (3.27)$$

Pertimbangkan sudut geser θ menjadi sangat kecil dan karenanya $\angle PRQ = \angle PR'Q = 45^\circ$ Jadi dari sudut siku-siku $\Delta^{LE} RR'Q$ kami memiliki

$$\text{Cos}(45^\circ) = \frac{TR'}{RR'}$$

$$TR' = \frac{RR'}{\sqrt{2}} = \frac{x}{\sqrt{2}} \quad (3.28)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan di atas ke persamaan 3.27 kita memperoleh

$$\begin{aligned} \frac{x}{\sqrt{2}} &= TL\sqrt{2}(\alpha + \beta) \\ \frac{TL}{x} &= \frac{1}{2(\alpha + \beta)} \\ \frac{T}{\frac{x}{L}} &= \frac{1}{2\alpha\left(1 + \frac{\beta}{\alpha}\right)} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Kita tahu bahwa $\frac{1}{\alpha} = Y$, $\frac{x}{L} = \theta$, $\frac{\beta}{\alpha} = \sigma$ dan $\frac{T}{\theta} = n$ Oleh karena itu persamaan 3.29 menjadi

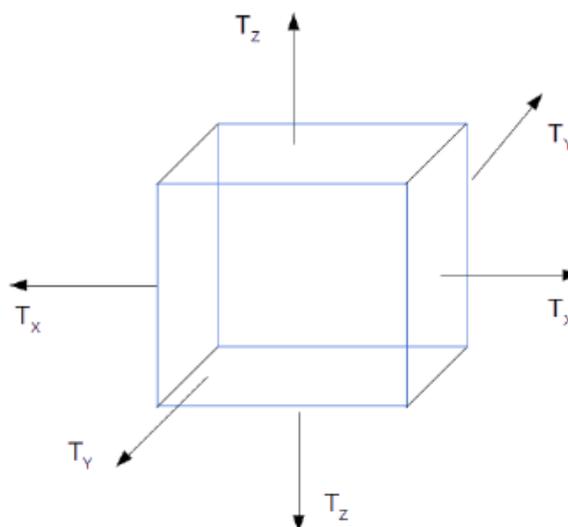
$$n = \frac{Y}{2\left(1 + \frac{\beta}{\alpha}\right)}$$

Oleh karena itu hubungan antara Y, n dan σ diberikan oleh

$$Y = 2n(1 + \sigma) \quad (3.30)$$

Hubungan antara Y, K, dan σ

Pertimbangkan sebuah kubus dengan panjang sisi satuan, maka volumenya juga satu. Misalkan T_x , T_y , dan T_z adalah tegangan yang bekerja pada kubus sepanjang arah X, Y, dan Z ke arah luar. Misalkan α dan β adalah koefisien regangan longitudinal dan lateral.



Gambar 3.9: Tegangan Massal

Pertimbangkan tegangan T_X yang bekerja ke arah luar yang menghasilkan regangan longitudinal αT_X di tepi dan karena T_Y dan T_Z bekerja tegak lurus terhadap T_X , keduanya menghasilkan kontraksi lateral di tepi. Oleh karena itu, perubahan panjang satuan tepi sepanjang arah X diberikan oleh $(1 + \alpha T_X - \beta T_Y - \beta T_Z)$. Demikian pula perubahan panjang satuan sepanjang arah Y dan Z diberikan oleh $(1 + \alpha T_Y - \beta T_X - \beta T_Z)$ dan $(1 + \alpha T_Z - \beta T_X - \beta T_Y)$. Volume kubus baru karena perubahan panjang sisi kubus diberikan oleh

$$= (1 + \alpha T_X - \beta T_Y - \beta T_Z)(1 + \alpha T_Y - \beta T_X - \beta T_Z)(1 + \alpha T_Z - \beta T_X - \beta T_Y) \quad (3.31)$$

Karena α dan β sangat kecil, maka pangkat yang lebih tinggi seperti α^2 , α^3 , β^2 , β^3 dan juga $\alpha\beta$ dapat diabaikan. Dengan demikian persamaan 3.31 disederhanakan menjadi

$$\text{New Volume} = (1 + \alpha(T_X + T_Y + T_Z) - 2\beta(T_X + T_Y + T_Z))$$

If $T_X = T_Y = T_Z = T$ then

$$\text{New Volume} = 1 + \alpha(3T) - 2\beta(3T)$$

$$\text{New Volume} = 1 + (\alpha - 2\beta)3T \quad (3.32)$$

$$\text{Change in volume} = \text{New Volume} - \text{Initial volume}$$

$$\text{Change in Volume} = 1 + (\alpha - 2\beta)3T - 1$$

$$\text{Change in Volume} = (\alpha - 2\beta)3T \quad (3.33)$$

$$\text{Volume Strain} = \frac{\text{Change in Volume}}{\text{Initial Volume}}$$

$$\text{Volume Strain} = \frac{(\alpha - 2\beta)3T}{1} \quad (3.34)$$

Jika tegangan disebabkan oleh tekanan seragam P maka modulus Bulk material diberikan oleh

$$K = \frac{\text{Pressure}}{\text{Volume Strain}} = \frac{P}{(\alpha - 2\beta)3P}$$

$$K = \frac{1}{3\alpha(1 - 2\frac{\beta}{\alpha})}$$

$$K = \frac{Y}{3(1 - 2\sigma)} \quad (3.35)$$

Here $\sigma = \frac{\beta}{\alpha}$ and $Y = \frac{1}{\alpha}$.

$$Y = 3K(1 - 2\sigma) \quad (3.36)$$

Adalah hubungan antara Y, K dan σ .

Hubungan antara K, n dan σ

Perhatikan hubungan

$$Y = 2n(1 + \sigma) \quad (3.37)$$

$$Y = 3K(1 - 2\sigma) \quad (3.38)$$

menyamakan persamaan 3.37 dan 3.38 kita peroleh

$$2n(1 + \sigma) = 3K(1 - 2\sigma)$$

$$2n + 2n\sigma = 3K - 6K\sigma$$

$$6K\sigma + 2n\sigma = 3K - 2n$$

$$\sigma(6K + 2n) = 3K - 2n$$

$$\sigma = \frac{3K - 2n}{6K + 2n}$$

Di sini σ adalah rasio poisson, K adalah modulus bulk, n adalah modulus kekakuan

Hubungan antara Y , K dan n

Pertimbangkan hubungan antara Y , n dan σ

$$Y = 2n(1 + \sigma)$$

$$\frac{Y}{n} = 2 + 2\sigma \quad (3.39)$$

Perhatikan hubungan antara Y , K dan σ

$$Y = 3K(1 - 2\sigma)$$

$$\frac{Y}{3K} = 1 - 2\sigma \quad (3.40)$$

Dengan menambahkan persamaan 3.39 dan 3.40 kita memperoleh

$$\frac{Y}{n} + \frac{Y}{3K} = 1 - 2\sigma = 3$$

$$Y \left(\frac{3K + n}{3Kn} \right) = 3$$

$$Y = \frac{9Kn}{3K + n}$$

Maka hubungan antara Y , K dan n . Di sini Y adalah Modulus Young, K adalah Modulus Bulk dan n adalah Modulus Kekakuan.

Nilai batas σ

Pertimbangkan hubungan

$$Y = 2n(1 + \sigma) \quad (3.41)$$

$$Y = 3K(1 - 2\sigma) \quad (3.42)$$

menyamakan persamaan 3.41 dan 3.42 kita peroleh

$$2n(1 + \sigma) = 3K(1 - 2\sigma) \quad (3.43)$$

- Jika $\sigma > 0,5$ maka sisi kiri akan menjadi "+Ve" dan sisi kanan akan menjadi "-Ve".
- Jika $\sigma < -1$ maka sisi kiri akan menjadi "-Ve" dan sisi kanan akan menjadi "+Ve".
- Karena kedua sisi mewakili Modulus Young, keduanya harus menghasilkan nilai positif yang sama.
- Oleh karena itu, agar kedua sisi menjadi "+Ve", σ dapat mengambil nilai dalam rentang $-1 < \sigma < 0,5$.
- Karena σ tidak dapat mengambil nilai negatif $0 < \sigma < 0,5$.
- Jadi, nilai σ berkisar dari 0 hingga 0,5.

LATIHAN SOAL

1. Jelaskan Elastisitas dan Plastisitas?
2. Definisikan Tegangan dan Noda. Jelaskan jenis tegangan dan regangan.
3. Nyatakan dan Jelaskan Hukum Hooke dan gambarkan kurva tegangan vs regangan.
4. Jelaskan Kelelahan Elastis/Patah
5. Jelaskan faktor-faktor yang memengaruhi Elastisitas.
6. Ilustrasikan pentingnya elastisitas dalam aplikasi teknik.
7. Jelaskan Pengerasan dan pelunakan regangan.
8. Definisikan Modulus Elastis. Jelaskan jenis-jenis Modulus Elastis/konstanta
9. Nyatakan dan Jelaskan koefisien tegangan dan regangan. Definisikan rasio Poisson.
10. Turunkan hubungan antara regangan Perpanjangan, regangan Kompresi dan regangan Geser.
11. Turunkan hubungan antara Y , K dan σ .
12. Turunkan hubungan antara Y , y dan σ .
13. Turunkan hubungan antara K , y dan σ .
14. Turunkan hubungan antara Y , K , dan y .
15. Jelaskan nilai batas rasio Poisson (σ).

Latihan Soal Tambahan

1. Perhatikan kawat baja dengan jari-jari 0,13 mm dan panjang 2 m. Jika kawat tersebut dipasang kaku di satu titik dan dibebani massa 1,5 kg di titik lainnya, maka perpanjangan yang diamati adalah 2 mm. Hitung Modulus Young dari bahan kawat tersebut?
2. Hitung gaya yang diperlukan untuk menghasilkan perpanjangan 1 mm pada kawat baja dengan panjang 1 m dan diameter 1 mm. Diketahui $Y = 100 \text{ GPa}$?
3. Bola timah padat dengan jari-jari 10,3 meter diberi tekanan normal 10 N/m^2 yang bekerja di seluruh permukaan. Tentukan perubahan volumenya?
4. Batang yang dikenai beban tarik 55 KN. Diameter batang = 31 mm; Panjang pengukur = 300 mm; perpanjangan = 0,115 mm; perubahan diameter = 0,00367 mm. Carilah: Rasio Poisson, modulus Young, modulus Bulk, dan modulus kekakuan?
5. Sebuah balok gelatin berukuran 60 mm x 60 mm x 20 mm saat tidak diberi tekanan. Gaya sebesar 0,245 N diberikan secara tangensial ke permukaan atas yang menyebabkan perpindahan 5 mm relatif terhadap permukaan bawah. Balok tersebut

ditempatkan sedemikian rupa sehingga 60X60 berada di permukaan bawah dan atas. Carilah tegangan geser, regangan geser, dan modulus geser?

BAB 4

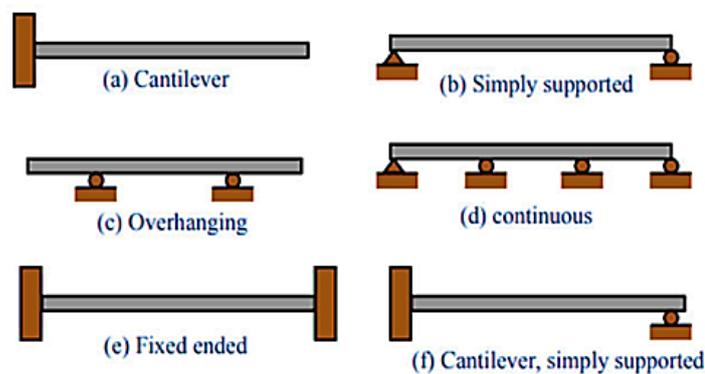
PEMBENGGOKAN BALOK DAN TORSI

4.1 PENDAHULUAN

Balok adalah batang atau batang dengan penampang seragam yang panjangnya jauh lebih besar dibandingkan dengan dimensi lainnya. Dengan demikian, tegangan geser pada setiap bagiannya dapat diabaikan. Balok yang difiksasi secara kaku pada satu sisi dan dibebani pada sisi lainnya disebut Kantilever.

4.2 JENIS BALOK

Balok diklasifikasikan menjadi lima jenis berikut



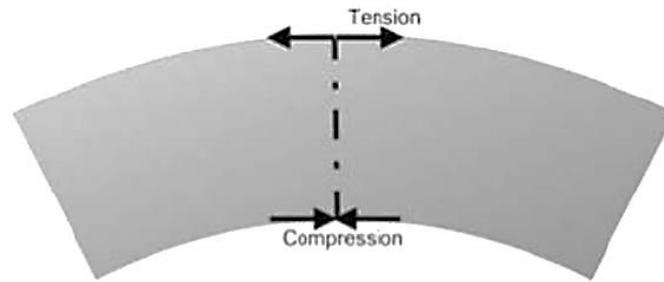
Gambar 4.1: Jenis-jenis Balok

1. Balok dengan tumpuan sederhana adalah batang yang bertumpu pada tumpuan di ujungnya dan ini adalah yang paling umum digunakan.
2. Balok menerus adalah batang yang bertumpu pada lebih dari dua tumpuan.
3. Balok kantilever adalah balok yang salah satu ujungnya tetap dan ujung lainnya bebas.
4. Balok dengan ujung tetap adalah balok yang kedua ujungnya tetap.
5. Balok menjorok memiliki salah satu atau kedua ujungnya yang menjulur melewati tumpuannya.

4.3 MOMEN TEKUK DAN EKSPRESI

Momen Tekuk

Pertimbangkan balok dengan penampang melintang seragam. Balok akan menekuk karena beban yang diberikan. Balok dapat dianggap terdiri dari banyak lapisan dan setiap lapisan terdiri dari banyak filamen. Filamen yang tidak berubah dimensinya saat balok ditekuk disebut "Filamen Netral". Bidang yang berisi filamen netral dan tidak mengalami perubahan dimensi saat balok ditekuk disebut "Permukaan Netral". Garis perpotongan antara Bidang tekuk dan permukaan netral disebut sumbu netral. Lapisan balok di atas permukaan netral memanjang dan di bawah permukaan netral berkontraksi atau terkompresi.



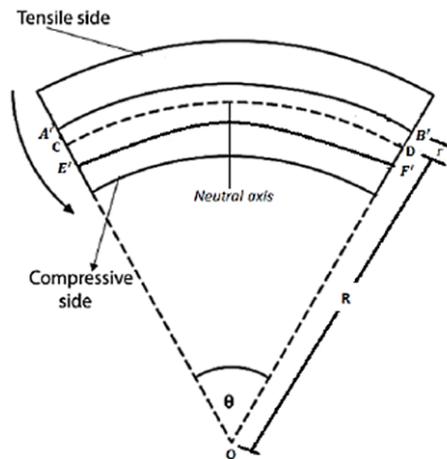
Gambar 4.2: Tekuk Balok

Definisi

Momen kopel yang diberikan yang menyebabkan balok menekuk secara longitudinal disebut **Momen Tekuk**. Sebagai akibat dari momen tekuk, kopel yang berdekatan terbentuk di dalam material yang cenderung mengembalikan balok ke ukuran dan bentuk aslinya. Momen pasangan yang berlawanan disebut **Momen Pemulihan**.

Ekspresi untuk Momen Tekuk

Pendahuluan: Perhatikan sebuah balok. Misalkan AB, CD, dan EF adalah tiga lapisan. Sebelum menerapkan beban, $AB = CD = EF$. Balok dibengkokkan dengan menerapkan beban dan seperti yang ditunjukkan pada gambar 4.3. Lapisan CD adalah permukaan netral. Lapisan AB di atas CD memanjang ke $A'B'$. Demikian pula lapisan EF di bawah CD berkontraksi ke $E'F'$. Panjang CD membentuk busur lingkaran dengan jari-jari R dan membentuk sudut θ di pusat lingkaran. Lapisan $A'B'$ konsentris terhadap CD dengan jari-jari $R + r$.



Gambar 4.3: Tampilan Potongan Balok

Dari gambar $CD = R\theta$ dan $A'B' = (R + r)\theta$. Perubahan panjang lapisan AB diberikan oleh

$$A'B' - AB = A'B' - CD = (R + r)\theta - R\theta$$

Oleh karena itu perubahan panjang diberikan oleh

$$Change\ in\ Length = R\theta + r\theta - R\theta = r\theta$$

Panjang asli $AB = CD = R\theta$, Jadi Regangan linier diberikan oleh

$$\text{Linear Strain} = \frac{r\theta}{R\theta} = \frac{r}{R} \quad (4.1)$$

Misalkan Y adalah Modulus Young dari material tersebut. Menurut Hukum Hooke,

$$\text{Longitudinal Stress} = Y \times \text{Linear Strain} \quad (4.2)$$

regangan longitudinal juga diberikan oleh $\frac{F}{a}$. Jadi 4.2 dapat ditulis sebagai

$$\begin{aligned} \frac{F}{a} &= Y \times \text{Linear Strain} \\ F &= \frac{Yar}{R} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Momen gaya suatu lapisan terhadap lapisan netral diberikan oleh

$$\begin{aligned} \text{Moment of Force} &= F \times \perp \text{ Distance} \\ \text{Moment of Force} &= F r = \frac{Yar^2}{R} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Momen lentur adalah momen gaya yang bekerja pada seluruh balok dan diberikan oleh

$$\text{Bending Moment} = \sum \frac{Yar^2}{R} = \frac{Y}{R} \sum ar^2 \quad (4.5)$$

Di Sini $\sum ar^2 = I_g$ disebut Momen Inersia Geometrik inersia.

$$\text{Bending Moment} = \frac{Y}{R} I_g \quad (4.6)$$

Demikianlah persamaan untuk Momen Tekuk.

MI Geometris Balok Persegi Panjang dan Balok Lingkaran

Momen inersia geometris I_g bergantung pada bentuk geometris penampang balok.

1. Untuk balok berpenampang persegi panjang dengan lebar b dan tebal d , $I_g = \frac{bd^3}{12}$
2. Untuk balok dengan penampang lingkaran dengan jari-jari x , $I_g = \frac{\pi x^4}{4}$.

4.4 BALOK KANTILEVER TUNGGAL

Definisi: Balok dengan penampang seragam yang dipasang pada satu ujung dan dibebani pada ujung lainnya disebut balok Kantilever Tunggal.

Teori Kantilever Tunggal

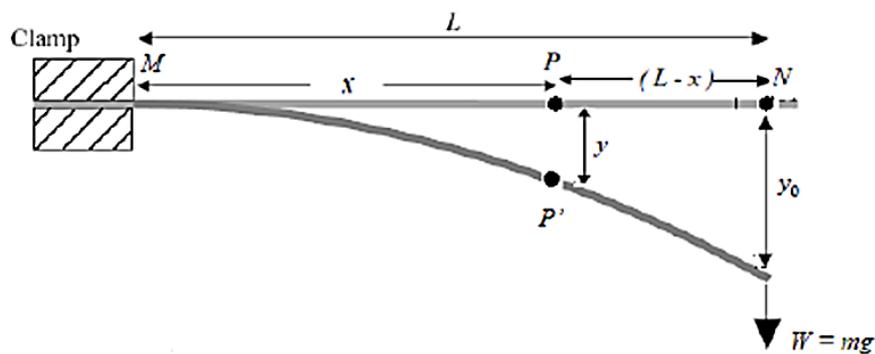
Ekspresi untuk Modulus Young dari Material batang:

Perhatikan balok seragam dengan panjang L , lebar b dan tebal d yang dipasang pada M . Misalkan beban $W = mg$ bekerja pada balok pada N . Perhatikan titik P pada balok pada jarak x dari M dan $(L - x)$ dari N . Misalkan P' adalah posisinya setelah balok dibengkokkan. Momen lentur diberikan oleh

$$\frac{Y}{R} I_g = W(L - x) \quad (4.7)$$

Di sini Y adalah Modulus Young dari bahan batang, I_g adalah momen inersia geometris dan R adalah jari-jari kelengkungan bagian balok yang tertekuk.

$$\frac{1}{R} = \frac{W(L - x)}{Y I_g} \quad (4.8)$$



Gambar 4.4: Balok Kantilever Tunggal

Jika y adalah depresi batang pada P untuk beban W maka kira-kira

$$\frac{1}{R} = \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (4.9)$$

Dengan menggunakan persamaan 4.8 dan 4.9 kita memperoleh

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{W(L - x)}{Y I_g} \quad (4.10)$$

Dengan mengintegrasikan persamaan 4.10 kita memperoleh

$$\frac{dy}{dx} = \frac{W \left(Lx - \frac{x^2}{2} \right)}{YI_g} + C_1 \quad (4.11)$$

Di sini C_1 adalah konstanta integrasi dan dapat dihitung menggunakan kondisi batas di $x = 0$, $\frac{dy}{dx} = 0$ Jadi nilai $C_1 = 0$.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{W \left(Lx - \frac{x^2}{2} \right)}{YI_g} \quad (4.12)$$

Dengan mengintegrasikan persamaan 4.12 kita memperoleh:

$$y = \frac{W \left(\frac{Lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right)}{YI_g} + C_2 \quad (4.13)$$

Di sini C_2 adalah konstanta integrasi dan dapat dihitung menggunakan kondisi batas pada $x = 0$, $y = 0$. Jadi nilai $C_2 = 0$. Jadi persamaan 4.13 menjadi

$$y = \frac{W \left(\frac{Lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right)}{YI_g} \quad (4.14)$$

Kita tahu bahwa pada $x = L$, $y = y_0$. Jadi persamaan 4.14 menjadi,

$$y_0 = \frac{W \left(\frac{L^3}{2} - \frac{L^3}{6} \right)}{YI_g} \quad (4.15)$$

$$y_0 = \frac{WL^3}{3YI_g} \quad (4.16)$$

$$Y = \frac{WL^3}{3y_0I_g} \quad (4.17)$$

untuk batang persegi panjang $I_g = \frac{bd^3}{12}$ Dengan demikian, dengan mengganti I_g pada persamaan 4.17 kita memperoleh

$$Y = \frac{4WL^3}{bd^3y_0} \quad (4.18)$$

Oleh karena itu persamaan untuk modulus Young dari bahan batang menggunakan metode kantilever tunggal.

4.5 TORSI SILINDER

Pendahuluan

Perhatikan sebuah silinder yang terbuat dari bahan elastis. Ketika silinder dipelintir dengan menerapkan kopel di sepanjang panjangnya sebagai sumbu, maka silinder tersebut dikatakan mengalami torsi. Ketika silinder dipelintir, silinder tersebut ditentang oleh kopel internal yang disebut kopel pemulih. Sebagai contoh kawat yang dipilin, kabel yang dipilin, dll.,

Ekspresi untuk Pasangan per satuan puntiran untuk silinder padat

Jumlah torsi yang dibutuhkan untuk memutar objek sebesar satu satuan sudut, yaitu satu radian, disebut pasangan per satuan puntiran C . Perhatikan batang silinder panjang dengan panjang L dan jari-jari R , yang terpasang kaku di ujung atasnya. Misalkan OO' adalah porosnya. Bayangkan batang tersebut terbuat dari lapisan silinder berongga konsentris tipis yang masing-masing memiliki ketebalan dr . Perhatikan titik X di ujung tetap dan titik B di ujung bawah yang bergeser ke B' .

Dari gambar 4.5, $\angle BXB' = \phi$ adalah sudut geser dan $\angle BO'B' = \theta$. Karena θ kecil, maka kita peroleh, $BB' = L\phi$ dan $BB' = r\theta$. Oleh karena itu

$$\begin{aligned} L\phi &= r\theta \\ \phi &= \frac{r\theta}{L} \end{aligned} \quad (4.19)$$

Sekarang luas penampang lapisan yang dipertimbangkan diberikan oleh $2\pi r dr$. Jika F adalah gaya geser, maka tegangan geser T diberikan oleh,

$$T = \frac{\text{Force}}{\text{Area}} = \frac{T}{2\pi r dr} \quad (4.20)$$

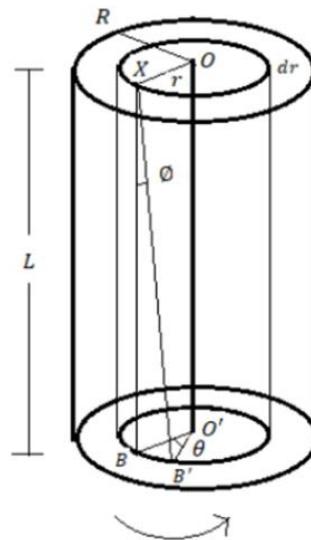
Jika ϕ adalah regangan geser, maka modulus kekakuan diberikan oleh,

$$\eta = \left[\frac{\text{Stress}}{\text{Strain}} \right]_{\text{Shearing}} = \frac{T}{\phi} \quad (4.21)$$

menggunakan persamaan 4.19, 4.20 dan 4.21, kita memperoleh

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{F}{2\pi r dr} \times \frac{L}{r\theta} \\ F &= \frac{2\pi\eta\theta r^2 dr}{L} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Momen gaya terhadap $OO' = M = \text{gaya} \times \text{jarak} = Fr$,



Gambar 4.5: Torsi silinder

$$M = \frac{2\pi\eta\theta r^3 dr}{L} \quad (4.23)$$

Kopel puntir τ yang bekerja pada seluruh silinder diberikan dengan mengintegalkan M dari persamaan 4.23 untuk seluruh silinder, kita peroleh

$$\tau = \frac{2\pi\eta\theta}{L} \int_0^R r^3 dr \quad (4.24)$$

$$\tau = \frac{2\pi\eta\theta}{L} \left[\frac{R^4}{4} \right]_0^R \quad (4.25)$$

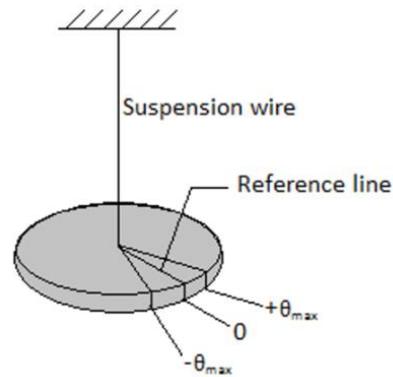
$$\tau = \frac{\pi\eta R^4}{2L} \theta \quad (4.26)$$

Pasangan per unit twist C diberikan oleh $C = \frac{\tau}{\theta}$. Oleh karena itu

$$C = \frac{\pi\eta R^4}{2L} \quad (4.27)$$

4.6 PENDULUM TORSI

Osilasi benda yang diperpanjang terhadap kawat sebagai sumbu yang digunakan untuk menggantungnya disebut osilasi torsional dan pengaturannya disebut Pendulum Torsi. Perpindahan sudut adalah $+\theta$ dan $-\theta$ tergantung pada arahnya. Kawat dipelintir dengan memutar massa sedikit. Kopel pemulih terbentuk di kawat. Jadi, ketika massa dilepaskan, ia melakukan gerakan maju mundur yang disebut osilasi torsional. Penting untuk diingat bahwa tidak boleh ada ayunan dan goyangan massa.



Gambar 4.6: Pendulum Torsi

Periode waktu osilasi pendulum torsional diberikan oleh persamaan

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{C}} \quad (4.28)$$

Di sini I adalah momen inersia benda memanjang yang digantung terhadap sumbu yang dimaksud. Pendulum Torsi dapat digunakan untuk menentukan

1. Modulus Kekakuan bahan kawat.
2. Momen inersia benda berbentuk tidak beraturan terhadap sumbu.

Juga dari persamaan 4.28

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{I}{C} \quad (4.29)$$

Menggantikan $C = \frac{\pi\eta R^4}{2L}$ dari persamaan 4.27 pada persamaan 4.29 kita peroleh

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{I}{\frac{\pi\eta R^4}{2L}} \quad (4.30)$$

Oleh karena itu modulus kekakuan bahan kawat diberikan oleh persamaan

$$\eta = \frac{8\pi L}{R^4} \left[\frac{I}{T^2} \right] \quad (4.31)$$

LATIHAN SOAL

1. Apa itu balok? Klasifikasikan balok ke dalam berbagai jenis.
2. Definisikan Momen Tekuk, Sumbu Netral, dan Permukaan Netral.
3. Turunkan persamaan untuk momen tekuk balok.
4. Tentukan persamaan untuk modulus Young dari material untuk batang kantilever dengan penampang persegi panjang.

5. Definisikan Torsi. Turunkan persamaan untuk kopel per satuan puntiran untuk material elastis berbentuk silinder.
6. Tulis catatan tentang pendulum torsional.

Latihan Soal Tambahan

1. Seutas kawat dengan panjang 2 m dan jari-jari 2 mm dipasang secara kaku dan salah satu ujungnya dipelintir dengan torsi sebesar 0,04 Nm. Hitunglah sudut puntiran pada kawat tersebut jika modulus kekakuan material kawat tersebut adalah 83 GPa.
2. Seutas kawat dengan panjang 1m dan diameter 1mm dijepit pada salah satu ujungnya. Hitunglah kopel yang diperlukan untuk memutar ujung lainnya hingga 90°. Diberikan Modulus Kekakuan = $2,8 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$.
3. Ujung atas dari kawat lurus seragam dengan panjang 1 meter dan jari-jari 1,5 mm dijepit dengan kaku ke sebuah penyangga dan ujung bawahnya dipasang ke pusat cakram bundar yang kaku. Hitung nilai torsi yang harus diberikan untuk memutar kawat melalui sudut 0,152 radian, dengan modulus kekakuan bahan kawat sebesar $83 \times 10^9 \text{ Nm}^{-2}$
4. Hitung puntiran sudut kawat sepanjang 0,3 m dan jari-jari penampang melintang $0,2 \times 10^{-3} \text{ m}$, ketika torsi sebesar $5 \times 10^{-4} \text{ Nm}$ diberikan. Dengan modulus kekakuan bahan $8 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$.
5. Batang kuningan sepanjang 1 m, penampang 0,01 meter persegi dijepit dengan kuat pada posisi horizontal di salah satu ujungnya. Beban seberat 1 kg diberikan di ujung lainnya. Berapa depresi yang akan dihasilkan? Dengan Modulus Young Kuningan $97,8 \times 10^9 \text{ N/m}^2$.

BAB 5

PERSAMAAN MAXWELL

5.1 DASAR-DASAR KALKULUS VEKTOR

Produk titik atau Produk skalar

Produk titik dua vektor didefinisikan sebagai berikut

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a b \cos\theta \quad (5.1)$$

di sini θ adalah sudut antara dua vektor. a dan b adalah besaran \vec{a} dan \vec{b} . Jika $\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$ dan $\vec{b} = b_x\hat{i} + b_y\hat{j} + b_z\hat{k}$ maka produk titik atau produk skalar diberikan oleh

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \quad (5.2)$$

Perkalian titik dua vektor merupakan besaran skalar.

Makna Fisika. Perkalian titik dikemukakan secara matematis dan dapat diterapkan dalam fisika dalam keadaan yang sesuai. Misalnya, kerja yang dilakukan adalah maksimum ketika perpindahannya sepanjang gaya. Jadi, kerja yang dilakukan didefinisikan sebagai perkalian titik gaya (\vec{F}) dan perpindahan (\vec{d}) dan merupakan besaran skalar. Oleh karena itu, $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$.

Perkalian vektor atau Perkalian silang

Perkalian vektor dua vektor didefinisikan sebagai berikut

$$\vec{a} \times \vec{b} = a b \sin\theta \hat{n} \quad (5.3)$$

di sini θ adalah sudut antara dua vektor. a dan b adalah besaran \vec{a} dan \vec{b} . \hat{n} adalah vektor satuan yang tegak lurus terhadap \vec{a} dan \vec{b} . Jika $\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$ dan $\vec{b} = b_x\hat{i} + b_y\hat{j} + b_z\hat{k}$ maka perkalian silang mereka diberikan oleh

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} \quad (5.4)$$

Perkalian silang dua vektor merupakan besaran vektor.

Makna Fisika Perkalian silang dikemukakan dalam matematika dan dapat diterapkan dalam fisika dalam keadaan yang sesuai. Untuk benda yang berputar, momen momentum linier adalah momentum sudut. Momentum sudut bekerja dalam arah tegak lurus terhadap

momentum dan vektor radius. Jadi momentum sudut (\vec{L}) diberikan oleh perkalian silang vektor radius (\vec{r}) dan momentum linier (\vec{p}) dan karenanya $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

Medan skalar

Medan skalar merupakan fungsi ruang yang nilainya pada setiap titik merupakan besaran skalar. Misalnya pengaturan potensial oleh muatan dalam ruang.

Medan vektor

Merupakan fungsi ruang yang nilainya di setiap titik merupakan besaran vektor. Perhatikan suatu daerah di aliran air. Setiap titik dapat dikaitkan dengan suatu vektor yang besarnya mewakili kecepatan aliran dan arahnya menunjukkan arah aliran. Jadi seluruh daerah dapat dibayangkan terisi dengan vektor dan merupakan contoh medan vektor. Perhatikan suatu daerah di sekitar muatan titik. Medan listrik di setiap titik di sekitar muatan dapat direpresentasikan oleh vektor dan karenanya merupakan medan vektor.

Operator ∇

Dalam matematika, operator berikut digunakan yang disebut operator ∇ . Ketika operator ini bekerja pada suatu besaran skalar, operator ini memerintahkan untuk mendiferensiasikan besaran skalar tersebut. Operasi ∇ pada suatu besaran skalar menghasilkan besaran vektor. Operator ∇ diberikan oleh

$$\nabla = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \quad (5.5)$$

Misalkan T adalah fungsi skalar. Maka ∇T menyatakan bahwa ∇ bekerja pada T. Ada tiga cara di mana ∇ dapat bekerja.

1. Pada fungsi skalar ∇T disebut Gradien.
2. Pada fungsi vektor melalui perkalian titik $\nabla \cdot \vec{A}$ disebut Divergensi.
3. Pada fungsi vektor melalui perkalian silang $\nabla \times \vec{L}$ disebut Curl.

Gradien

Pertimbangkan fungsi skalar V. Operator ∇ yang bekerja pada fungsi skalar V diberikan oleh

$$\nabla V = \hat{i} \frac{\partial V}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial V}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial V}{\partial z} \quad (5.6)$$

Gradien ∇V menunjuk sepanjang variasi maksimum fungsi V dan besarnya ∇V memberikan laju perubahan dalam arah maksimum.

Makna fisik: Mari kita perhatikan muatan titik positif di ruang angkasa. Biarkan potensial yang dibentuk oleh muatan di sekitarnya menjadi V dan merupakan besaran skalar. Potensial berkurang seiring bertambahnya jarak dari muatan. Dengan demikian gradien potensial menghasilkan kekuatan medan listrik yang merupakan besaran vektor. Ini dapat ditulis sebagai

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial r} \hat{r} \quad (5.7)$$

Di sini r adalah vektor posisi dan \hat{r} adalah vektor satuan sepanjang vektor posisi. Tanda negatif menunjukkan penurunan potensial. Dengan demikian persamaan di atas dapat ditulis sebagai

$$\vec{E} = -\nabla V = -\left[\frac{\partial V}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{k} \right] \quad (5.8)$$

Dengan demikian, kuat medan listrik didefinisikan sebagai negatif dari gradien potensial yang juga dikenal sebagai grad V .

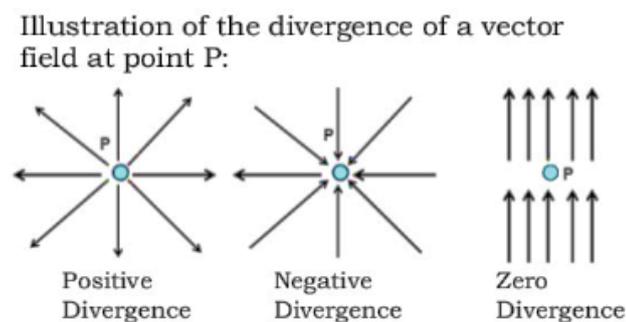
Divergensi

Divergensi medan vektor secara matematis ditulis sebagai $\nabla \cdot \vec{E}$. Medan vektor E direpresentasikan oleh $\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}$. Dari definisi ∇ kita dapat mengkonstruksi divergensi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E} &= \left(\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot (E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}) \\ \nabla \cdot \vec{E} &= \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Dari persamaan 5.9 kita mengamati bahwa divergensi medan vektor adalah besaran skalar.

Makna fisik: Makna fisik dari divergensi fungsi vektor adalah mengukur seberapa jauh vektor E menyebar (divergen) dari suatu titik pertimbangan. Misalnya jika kita mempertimbangkan muatan positif di ruang angkasa, garis-garis medan divergen dan karenanya merupakan divergensi positif. Untuk muatan negatif, garis-garis medan konvergen dan karenanya merupakan divergensi negatif. Jika garis-garis medan sejajar maka divergensinya adalah nol. Lihat gambar 5.1.



Gambar 5.1: Divergensi Positif, Negatif dan Nol

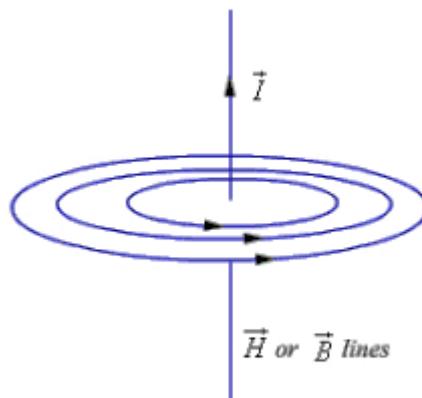
Curl

Curl dari medan vektor dapat dikonstruksi sebagai berikut

$$\nabla \times \vec{H} = \left(\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \times (H_x \hat{i} + H_y \hat{j} + H_z \hat{k})$$

$$\nabla \times \vec{H} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} \quad (5.10)$$

Persamaan 5.10 menggambarkan ikal \vec{H} dan juga jelas bahwa ikal suatu vektor adalah besaran vektor.



Gambar 5.2: Keriting medan magnet

Makna fisik: Ikal suatu fungsi vektor adalah ukuran seberapa banyak medan berputar (berputar) di sekitar titik yang dipertimbangkan. Perhatikan kawat yang membawa arus listrik. Ini menciptakan medan magnet di sekitar kawat. Perhatikan suatu titik pada kawat. Garis-garis medan magnet melingkar atau berputar di sekitar titik tersebut. Semakin tinggi nilai \vec{H} di sekitar titik tersebut, semakin kuat ikalnya. Jika garis-garis medan benar-benar sejajar maka itu menggambarkan ikal nol di sekitar titik tersebut. Lihat gambar 5.2.

5.2 INTEGRAL GARIS, PERMUKAAN, DAN VOLUME

Integral Garis

Integral garis merupakan ekspresi dari bentuk

$$\int_P^Q \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (5.11)$$

di sini \vec{A} mewakili medan vektor dan $d\vec{l}$ mewakili panjang yang sangat kecil di titik M sepanjang lintasan PQ di medan tersebut. Hasil perkalian titik \vec{A} dan $d\vec{l}$ diberikan oleh $\vec{A} \cdot d\vec{l} = A dl \cos\theta$, Di sini θ adalah sudut yang dibentuk $d\vec{l}$ dengan \vec{A} Untuk lintasan tertutup, integral ditulis sebagai

$$\oint \vec{A} \cdot d\vec{l} \tag{5.12}$$

\oint adalah simbol yang digunakan untuk integral kontur tertutup. Ini juga disebut sebagai sirkulasi \vec{A} di sekitar lintasan tertutup. Konsep integral garis dapat diterapkan untuk menghitung perbedaan potensial antara dua titik dalam medan listrik.



Gambar 5.4: Sirkulasi vektor

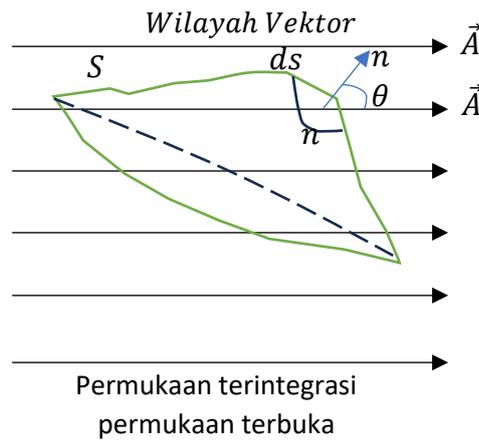
Integral permukaan

Pertimbangkan permukaan dengan luas S dalam medan vektor \vec{A} . Pertimbangkan area infinitesimal kecil dS pada permukaan di sekitar titik M seperti pada gambar. Pertimbangkan \hat{n} sebagai vektor satuan yang normal terhadap dS dan $dS \hat{n}$ merupakan vektor luas dS . Integral permukaan di seluruh permukaan S diberikan oleh

$$\int_s \vec{A} \cdot d\vec{S} \tag{5.13}$$

Di sini \int_s adalah simbol yang digunakan untuk integral permukaan. Integral permukaan memberikan fluks keluar bersih dari medan vektor melalui permukaan. Untuk permukaan tertutup, integral permukaan diberikan oleh

$$\oint_s \vec{A} \cdot d\vec{S} \tag{5.14}$$



Gambar 5.5: Integral Permukaan

Dalam kasus integral permukaan untuk permukaan tertutup, \hat{n} dipilih ke arah luar. Integral permukaan dapat diterapkan untuk menghitung fluks bersih medan listrik melalui permukaan dalam medan listrik.

Integral volume



Gambar 5.6: Integral Volume

Pertimbangkan distribusi muatan volume di mana muatan didistribusikan secara terus-menerus. Misalkan v adalah volume di mana muatan didistribusikan. Pertimbangkan titik M di dalam distribusi muatan. Misalkan dv adalah volume kecil di sekitar titik M . Misalkan ρ_v adalah kerapatan muatan pada M dan merupakan besaran skalar. Muatan netto dalam volume diberikan oleh integral volume dalam bentuk

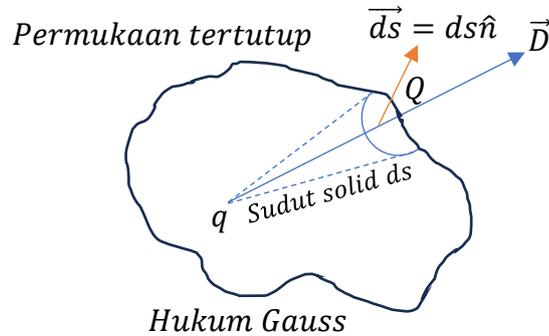
$$\oint_v \rho_v dv \tag{5.15}$$

di sini \oint_v adalah simbol untuk integral volume.

5.3 TEOREMA ELEKTROSTATIKA, LISTRIK, MAGNETIK, DAN INDUKSI ELEKTROMAGNETIK
Teorema fluks Gauss - Hukum Gauss dalam elektrostatika

Pertimbangkan suatu daerah dalam ruang yang terdiri dari muatan. Misalkan suatu permukaan dengan bentuk apa pun melingkupi muatan-muatan ini dan disebut permukaan Gaussian. Misalkan Q adalah muatan netto yang dilingkupi oleh permukaan Gaussian S .

Permukaan tertutup dapat dianggap terdiri dari sejumlah permukaan elementer dS . Jika \vec{D} adalah kerapatan fluks listrik pada dS maka integral permukaan memberikan fluks listrik total di atas permukaan S dapat diperoleh sebagai



Gambar 5.7: Teorema Fluks Gauss – Elektrostatika

$$\phi = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q = Q \quad (5.16)$$

di sini ϕ adalah fluks total dan $\sum q = (q_1 + q_2 + \dots)$ adalah muatan total yang dilingkupi oleh permukaan.

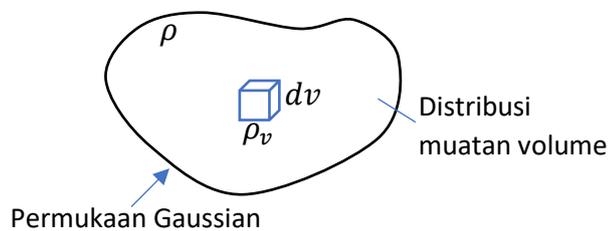
Teorema Divergensi Gauss

Divergensi \vec{D}

Pertimbangkan medan vektor \vec{D} . Pertimbangkan titik P dalam medan vektor. Misalkan ρ_v adalah kerapatan muatan pada titik P . Dapat ditunjukkan bahwa divergensi \vec{D} diberikan oleh

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_v \quad (5.17)$$

Ini juga merupakan persamaan Maxwell yang pertama.



Gambar 5.8: Teorema divergensi Gauss

Pernyataan: Teorema divergensi Gauss menyatakan bahwa integral dari komponen normal kerapatan fluks di atas permukaan tertutup dalam bentuk apa pun dalam medan listrik sama dengan integral volume divergensi fluks di seluruh ruang yang dilingkupi oleh permukaan Gauss. Secara matematis

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V (\nabla \cdot \vec{D}) dv \quad (5.18)$$

Bukti

Pertimbangkan volume v yang dikelilingi oleh permukaan Gaussian S seperti yang ditunjukkan pada gambar 5.8. Misalkan muatan dQ dikelilingi oleh volume kecil dv di dalam permukaan Gaussian. Jika ρ adalah kerapatan muatan dan dapat bervariasi di dalam volume v maka kerapatan muatan yang terkait dengan volume dv diberikan oleh

$$\rho_v = \frac{dQ}{dv}$$

Dengan demikian

$$dQ = \rho_v dv$$

Dengan demikian total muatan yang dilingkupi oleh permukaan Gaussian diberikan oleh

$$Q = \oint_V dQ = \int_V \rho_v dv$$

Dengan mengganti ρ_v dari persamaan pertama Maxwell 5.18 kita peroleh

$$Q = \int_V (\nabla \cdot \vec{D}) dv$$

Menurut hukum elektrostatik Gauss kita memiliki

$$Q = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S}$$

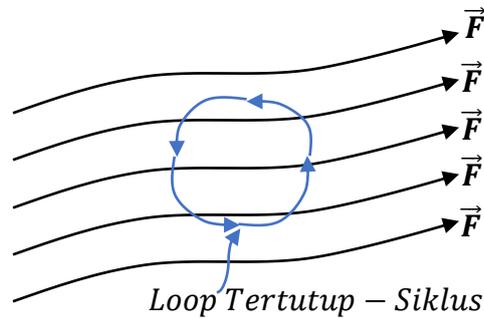
Dengan demikian menyamakan persamaan untuk Q kita memperoleh

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V (\nabla \cdot \vec{D}) dv \quad (5.19)$$

Demikian pula teorema divergensi Gauss. Teorema divergensi menghubungkan integral permukaan dengan integral volume.

Teorema Stokes

Teorema Stokes menghubungkan integral permukaan dengan integral garis (Sirkulasi medan vektor di sekitar lintasan tertutup).



Teorema Stokes

Gambar 5.9: Teorema Stokes

Pernyataan: Integral permukaan ikal \vec{F} pada seluruh permukaan yang dipilih sama dengan sirkulasi \vec{F} di sekitar batas permukaan yang dipilih. Secara matematis

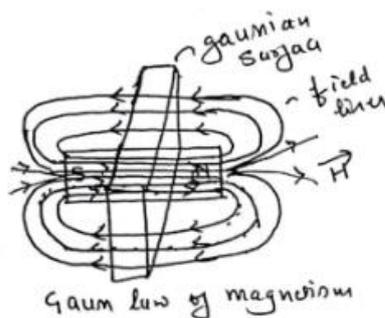
$$\int_s (\nabla \times \vec{F}) \cdot d\vec{S} = \oint \vec{F} \cdot d\vec{l} \quad (5.20)$$

Hukum Gauss tentang Magnetostatik

Pertimbangkan permukaan Gaussian tertutup dalam bentuk apa pun dalam medan magnet. Garis-garis medan magnet ada dalam loop tertutup. Oleh karena itu untuk setiap garis fluks yang memasuki permukaan tertutup, garis fluks muncul keluar di tempat lain. Jadi untuk permukaan tertutup dalam medan magnet, total fluks masuk (Positif) sama dengan total fluks keluar (Negatif). Jadi fluks netto melalui permukaan Gaussian adalah nol. Jadi dapat ditulis

$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (5.21)$$

i sini \vec{B} kerapatan fluks magnetik. Dengan menerapkan teorema divergensi Gauss kita peroleh



Gambar 5.10: Teorema Fluks Gauss – Magnetostatik

$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_v (\nabla \cdot \vec{B}) dv = 0$$

Oleh karena itu bisa dituliskan

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (5.22)$$

Ini adalah salah satu persamaan Maxwell.

Hukum Ampere

Pernyataan: Sirkulasi kekuatan medan magnet \vec{H} sepanjang lintasan tertutup sama dengan arus bersih yang dilingkupi (I_{enc}) oleh loop. Secara matematis

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{enc} \quad (5.23)$$

Dengan menerapkan teorema stokes kita memperoleh

$$\int_s (\nabla \times \vec{H}) \cdot d\vec{S} = I_{enc} \quad (5.24)$$

Persamaan untuk I_{enc} dapat diperoleh sebagai berikut

$$I_{enc} = \oint_s \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad (5.25)$$

Dengan menyamakan persamaan 5.24 dan 5.25 kita peroleh

$$\int_s (\nabla \times \vec{H}) \cdot d\vec{S} = \oint_s \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

Dengan demikian kita memperoleh hukum ampere sebagai

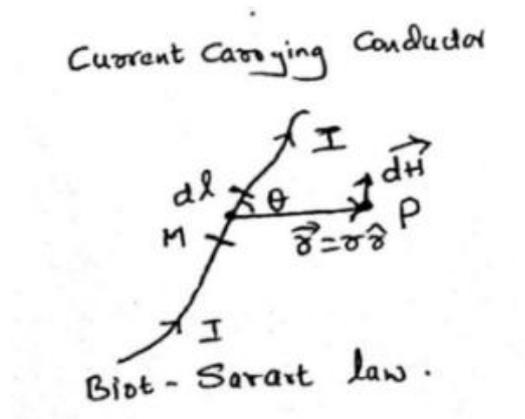
$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (5.26)$$

Demikian pula hukum sirkuit Ampere dan persamaan Maxwell lainnya.

Hukum Biot-Savart

Pertimbangkan sebagian konduktor yang membawa arus I . Misalkan dl adalah panjang elemen konduktor yang sangat kecil di M . Pertimbangkan titik P di dekat konduktor. Misalkan \vec{MP} adalah vektor yang menghubungkan elemen dengan titik dan dengan panjang r

dengan \hat{r} adalah vektor satuan. θ adalah sudut yang dibuat oleh MP dengan elemen. Hukum Biot-Savart menyatakan besar dan arah medan magnet kecil di P karena panjang elemen dl dari konduktor pembawa arus.



Gambar 5.11: Hukum Biot-Savart

Besarnya medan magnet \vec{dH} adalah

1. Sebanding dengan panjang elemen dl
2. Sebanding dengan arus yang melalui elemen I .
3. Sebanding dengan sinus sudut θ , $\sin(\theta)$.
4. Berbanding terbalik dengan kuadrat jarak r .

Arah medan magnet \vec{dH} tegak lurus terhadap bidang yang memuat elemen dan vektor r . Secara matematis kita peroleh

$$dH \propto \frac{I dl \sin(\theta)}{r^2}$$

$$dH = \frac{\mu_0 I dl \sin(\theta)}{4\pi r^2} \quad (5.27)$$

Disini $\frac{1}{4\pi}$ adalah konstanta proporsionalitas. Persamaan di atas dapat dinyatakan dalam bentuk vektor sebagai

$$\vec{dH} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \times \hat{r}}{r^2} \quad (5.28)$$

Demikian pula Hukum Biot-Savart. Hukum ini juga dapat ditulis sebagai

$$\vec{dH} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \times \vec{r}}{r^3} \quad (5.29)$$

Hukum Faraday tentang induksi elektromagnet

Pernyataan

1. Setiap kali terjadi perubahan fluks magnetik yang terhubung dengan rangkaian, maka akan terjadi **emf**(e) yang sama dengan laju perubahan fluks magnetik.
 2. emf yang diinduksi berada pada arah yang berlawanan dengan penyebabnya.
- Secara matematis, emf yang diinduksi diberikan oleh

$$e = -\frac{d\phi}{dt} \quad (5.30)$$

Di sini ϕ adalah fluks magnetik yang terkait dengan rangkaian. Untuk kumparan dengan lilitan N , induksi emf karena laju perubahan fluks diberikan oleh

$$e = -N\frac{d\phi}{dt} \quad (5.31)$$

Hukum Faraday dalam bentuk integral dan diferensial

Untuk loop konduktor yang dihubungkan dengan perubahan fluks magnet, laju perubahan fluks adalah

$$\frac{d\phi}{dt} = \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (5.32)$$

Em yang diinduksi f dalam rangkaian diberikan oleh

$$e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{L} \quad (5.33)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan di atas ke persamaan 5.30 kita peroleh

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{L} = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (5.34)$$

Menggunakan teorema Stokes

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{L} = \int_s (\nabla \times \vec{E}) \cdot d\vec{S} \quad (5.35)$$

dan karenanya kita dapat menulis

$$\int_s (\nabla \times \vec{E}) \cdot d\vec{S} = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (5.36)$$

Jadi akhirnya hal ini berkurang menjadi

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (5.37)$$

Demikian pula hukum Faraday dalam bentuk diferensial (bentuk titik) dan salah satu persamaan Maxwell.

5.4 PERSAMAAN KONTINUITAS

Dalam semua proses yang melibatkan gerakan pembawa muatan, muatan bersih selalu kekal dan disebut hukum kekekalan muatan.

Mari kita perhatikan volume V . Biarkan muatan mengalir masuk dan keluar dari volume V . Maka persamaan hukum kekekalan dapat ditulis dalam bentuk integral sebagai berikut:

$$\oint_s \vec{J} \cdot d\vec{S} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_v \rho_v dV \quad (5.38)$$

ρ_v adalah kerapatan muatan volume dan $\vec{J} = Ne\vec{v} = \rho_v\vec{v}$ adalah kerapatan arus. Tanda negatif menunjukkan bahwa kerapatan arus disebabkan oleh penurunan kerapatan muatan positif di dalam volume. Dengan menggunakan teorema divergensi Gauss, kita dapat menulis

$$\oint_s \vec{J} \cdot d\vec{S} = \oint_v (\nabla \cdot \vec{J}) \cdot dV$$

Dengan demikian persamaan 5.38 dapat dituliskan sebagai

$$\oint_v (\nabla \cdot \vec{J}) \cdot dV = - \frac{\partial}{\partial t} \int_v \rho_v dV$$

Persamaan di atas dapat disederhanakan menjadi

$$\oint_v (\nabla \cdot \vec{J}) \cdot dV = - \int_v \frac{\partial \rho_v}{\partial t} dV$$

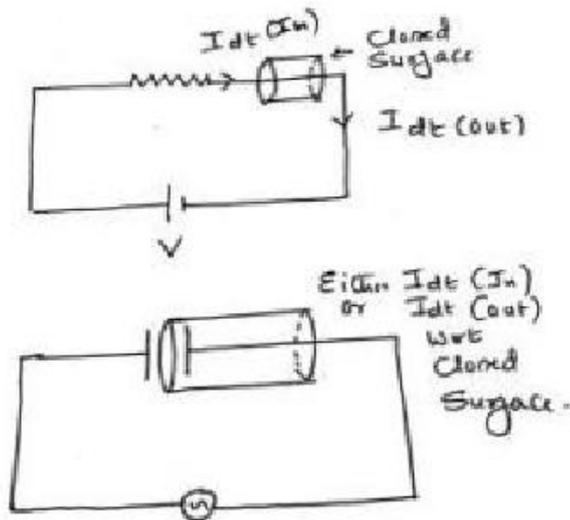
Dengan demikian persamaan kontinuitas dapat dituliskan sebagai

$$\nabla \cdot \vec{J} = - \frac{\partial \rho_v}{\partial t} \quad (5.39)$$

Persamaan 5.39 menggambarkan hukum kekekalan muatan.

Pembahasan tentang persamaan kontinuitas:

Dalam kasus rangkaian DC untuk arus tetap, aliran masuk muatan sama dengan aliran keluar melalui permukaan tertutup dan karenanya $\frac{\partial \rho_v}{\partial t}$. Dengan demikian persamaan kontinuitas menjadi $\nabla \cdot \vec{j} = 0$.



Gambar 5.12: Rangkaian DC dan AC - Persamaan kontinuitas

Dalam kasus rangkaian AC yang berisi kapasitor, persamaan $\nabla \cdot \vec{j} = 0$ gagal sebagai berikut. Selama setengah siklus positif, katakanlah, kapasitor terisi daya. Jika kita membayangkan permukaan tertutup yang membungkus pelat kapasitor dan konduktor yang terpasang, akan ada aliran masuk muatan ke permukaan tertutup tetapi tidak ada aliran keluar. Jadi, untuk menyelamatkan persamaan kontinuitas, Maxwell memperkenalkan konsep kerapatan arus perpindahan.

5.5 ARUS PERPINDAHAN

Definisi

Kerapatan arus perpindahan merupakan faktor koreksi yang diperkenalkan oleh Maxwell untuk menjelaskan kontinuitas arus listrik dalam rangkaian yang berubah terhadap waktu. Satuannya sama dengan kerapatan arus listrik. Arus perpindahan dikaitkan dengan medan magnet tetapi tidak menggambarkan aliran muatan.

Hukum Maxwell-Ampere

Dengan memperkenalkan konsep arus perpindahan untuk rangkaian yang berubah terhadap waktu, Maxwell menyarankan koreksi terhadap hukum Ampere. Menurut Hukum Gauss

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_v$$

Membedakan persamaan di atas terhadap waktu

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \vec{D}) = \frac{\partial \rho_v}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{\partial \rho_v}{\partial t} \quad (5.40)$$

Persamaan kontinuitas diberikan oleh

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t}$$

Oleh karena itu persamaan 5.40 dapat ditulis sebagai

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\nabla \cdot \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)$$

$$\nabla \cdot \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = 0$$

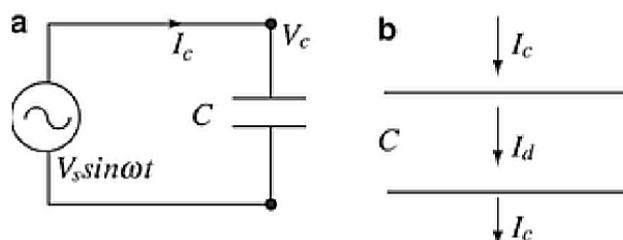
Oleh karena itu untuk rangkaian yang berubah terhadap waktu $\nabla \cdot \vec{J} = 0$ tidak berlaku dan sebagai gantinya harus digunakan $\nabla \cdot \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = 0$. Juga \vec{J} dalam $\left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)$ Dengan demikian hukum Maxwell-Ampere diberikan oleh

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (5.41)$$

Dalam persamaan di atas $\left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)$ disebut arus perpindahan.

Ekspresi untuk Arus Perpindahan

Pertimbangkan rangkaian AC yang berisi kapasitor seperti yang ditunjukkan pada gambar 5.13



Gambar 5.13: Arus perpindahan

Arus perpindahan dalam hal kerapatan arus perpindahan diberikan oleh

$$I_D = \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot A \quad (5.42)$$

Di sini A adalah luas pelat kapasitor. Kerapatan fluks listrik D diberikan oleh

$$D = \epsilon E \quad (5.43)$$

Di sini E adalah kekuatan medan listrik yang diberikan oleh

$$E = \frac{V}{d} \quad (5.44)$$

Di sini d adalah jarak antara pelat kapasitor. V potensi yang diterapkan diberikan oleh

$$V = V_s e^{j\omega t} \quad (5.45)$$

Dengan menggunakan persamaan 5.43, 5.44 dan 5.45 kita memperoleh

$$D = \frac{\epsilon}{d} V_s e^{j\omega t} \quad (5.46)$$

Substitusikan D pada persamaan 5.42 dari persamaan 5.46, kita peroleh

$$I_D = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\epsilon}{d} V_s e^{j\omega t} \right) \cdot A$$

Dengan melakukan diferensiasi arus perpindahan diberikan oleh

$$I_D = \frac{j\omega\epsilon A}{d} V_s e^{j\omega t} \quad (5.47)$$

5.6 PERSAMAAN MAXWELL

Dengan menggunakan hukum dan teorema yang dibahas dalam bab ini, empat persamaan Maxwell untuk medan yang berubah terhadap waktu dapat ditulis sebagai berikut:

1. Hukum Elektrostatik Gauss $\nabla \cdot \vec{D} = \rho_v$
2. Hukum Faraday $\nabla \times \vec{E} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
3. Hukum Medan Magnet Gauss $\nabla \cdot \vec{B} = 0$
4. Hukum Maxwell - Ampere $\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Empat persamaan Maxwell untuk medan statis dapat ditulis sebagai

1. $\nabla \cdot \vec{D} = \rho_v$
2. $\nabla \times \vec{E} = 0$
3. $\nabla \cdot \vec{B} = 0$
4. $\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$

Persamaan di atas digunakan untuk mempelajari gelombang elektromagnetik.

LATIHAN SOAL

1. Jelaskan Gradien medan skalar dan signifikansi fisiknya.
2. Jelaskan Divergensi dan Curl medan vektor dan signifikansi fisiknya.
3. Jelaskan integral Garis, Permukaan, dan Volume.
4. Jelaskan hukum elektrostatika Gauss.
5. Nyatakan dan Buktikan teorema divergensi Gauss.
6. Nyatakan Teorema Stoke.
7. Jelaskan hukum magnetostatika Gauss.
8. Nyatakan dan Jelaskan Hukum Ampere.
9. Nyatakan dan Jelaskan Hukum Biot-Savart.
10. Nyatakan hukum induksi elektromagnetik Faraday dan turunkan hukum tersebut dalam bentuk titik (diferensial).
11. Nyatakan dan Jelaskan persamaan kontinuitas.
12. Definisikan kerapatan arus perpindahan dan dengan demikian turunkan hukum Maxwell-Ampere.
13. Turunkan persamaan untuk arus perpindahan.
14. Sebutkan persamaan Maxwell untuk medan statis dan medan yang berubah terhadap waktu.

Latihan Soal Tambahan

1. Diberikan $\vec{A} = 3x^2\hat{a}_x + \frac{1}{2}y^2z\hat{a}_y + 3xy\hat{a}_z$ Carilah $\nabla \cdot \vec{A}$?
2. Carilah Curl dari fungsi vektor $\vec{A} = xy\hat{i} + yz\hat{j} + zx\hat{k}$?
3. Buktikan bahwa $3y^4z^2\hat{a}_x + 4x^3z^2\hat{a}_y + 3x^2y^2\hat{a}_z$ bersifat Solenoidal?
4. Jika $\vec{A} = xz^2\hat{a}_x - 2x^2yz\hat{a}_y + 2yz\hat{a}_z$ carilah Curl \vec{A} pada $(1, -1, 1)$?
5. Diberikan $\vec{A} = \sqrt{x^2 + y^2}\hat{a}_x + \sqrt{x^2 + y^2}\hat{a}_y$ carilah $\nabla \cdot \vec{A}$ pada $(1, 2, 3)$?
6. Diberikan $\vec{A} = (3z^2 - y + az)\hat{a}_x + (bx - 5y^2 - 2z)\hat{a}_y + (2x + cy - 3z)\hat{a}_z$ carilah a, b, c jika \vec{A} irrotasional?
7. Tentukan "c" sehingga vektor $\vec{A} = (a + ay)\hat{i} + (y + bz)\hat{j} + (x + cz)\hat{k}$ bersifat Solenoidal?
8. Diberikan $\vec{D} = 9x^3\hat{a}_x + 5y^2\hat{a}_y + 2z\hat{a}_z$ Cm^{-2} . Jika divergensi \vec{D} menunjukkan kerapatan muatan ρ_v , carilah ρ_v pada titik $(1,5,9)$ m?

9. Diberikan $\vec{D} = (2y^2z - 8xy)\hat{i} + (4xyz - 4x^2)\hat{j} + (2xy^2 - 4z)\hat{k}$, tentukan muatan total dalam volume 10^{-14}Cm^{-3} pada $P(1,-2,3)$?
10. Sebuah kumparan melingkar dengan jari-jari 10 cm yang memiliki 50 lilitan dialiri arus sebesar 5 A. Tentukan medan magnet yang dihasilkan oleh kumparan tersebut pada jarak 3 cm dari pusat sumbu dan tentukan juga medan magnet di pusat kumparan.

BAB 6

GELOMBANG ELEKTROMAGNETIK

6.1 PENDAHULUAN

Keberadaan gelombang elektromagnetik diprediksi oleh Maxwell secara teoritis menggunakan bentuk titik Hukum induksi elektromagnetik Faraday. Sesuai hukum Faraday, medan magnet yang berubah terhadap waktu menginduksi medan listrik yang berubah terhadap ruang dan waktu. Kebalikannya juga terlihat dari persamaan. Jadi, gelombang elektromagnetik adalah perambatan energi dalam bentuk medan listrik dan medan magnet yang berubah yang berada dalam arah yang saling tegak lurus dan tegak lurus terhadap arah perambatan.

6.2 PERSAMAAN GELOMBANG ELEKTROMAGNETIK DALAM PERSAMAAN MAXWELL

Pertimbangkan persamaan Maxwell

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (6.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (6.2)$$

Dengan mengganti $D = \epsilon E$ dan $B = \mu H$ pada persamaan di atas kita peroleh

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (6.3)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (6.4)$$

Untuk memperoleh persamaan gelombang dalam medan listrik, suku \vec{H} harus dihilangkan. Dengan mengambil ikal pada kedua sisi persamaan 6.3, kita peroleh

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{H}) \quad (6.5)$$

Berdasarkan analisis vektor $A \times (B \times C) = B(A \cdot C) - C(A \cdot B)$. Jadi,

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla (\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$$

Sesuai persamaan Maxwell $\nabla \cdot \vec{D} = \rho_v$. Karena $D = \epsilon E$ maka dapat ditulis sebagai $\nabla \vec{E} = \frac{\rho_v}{\epsilon}$. Substitusikan persamaan di atas kita peroleh

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla \left(\frac{\rho_v}{\epsilon} \right) - \nabla^2 \vec{E} \quad (6.6)$$

Substitusikan persamaan 6.6 ke persamaan 6.5 kita peroleh

$$\nabla \left(\frac{\rho_v}{\epsilon} \right) - \nabla^2 \vec{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{H}) \quad (6.7)$$

Dengan mengganti persamaan 6.4 pada persamaan 6.7 kita memperoleh

$$\nabla \left(\frac{\rho_v}{\epsilon} \right) - \nabla^2 \vec{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\vec{J} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (6.8)$$

persamaan di atas dapat ditulis ulang menjadi

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{\rho_v}{\epsilon} \right) \quad (6.9)$$

Persamaan 6.9 di sisi kiri mewakili gelombang yang merambat dan sisi kanan mewakili sumber asal gelombang. Di sini μ dan ϵ masing-masing adalah permeabilitas absolut dan permitivitas absolut dari media homogen isotropik. Jika gelombang elektromagnetik merambat di ruang bebas ($\vec{J} = 0, \rho_v = 0$), persamaan 6.9 disederhanakan menjadi

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (6.10)$$

Oleh karena itu persamaan gelombang elektromagnetik di ruang bebas. Dengan membandingkan persamaan di atas dengan persamaan gelombang umum, kita memperoleh kecepatan gelombang elektromagnetik.

$$\frac{1}{v^2} = \mu \epsilon \quad (6.11)$$

maka kecepatan gelombang EM

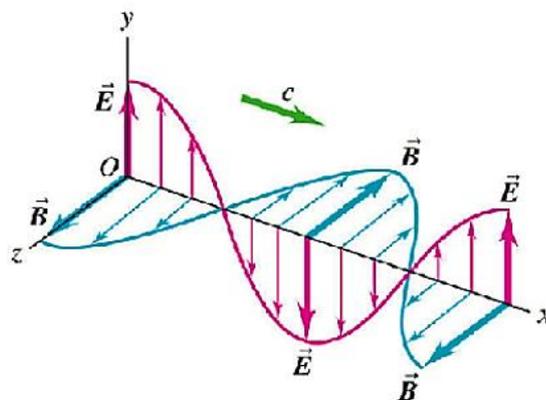
$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} \quad (6.12)$$

Kecepatan perambatan gelombang elektromagnetik dalam ruang hampa

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \approx 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad (6.13)$$

6.3 GELOMBANG ELEKTROMAGNETIK BIDANG DALAM RUANG HAMPA

Gelombang elektromagnetik yang bergerak dalam satu arah dan seragam dalam dua arah ortogonal lainnya disebut gelombang elektromagnetik bidang. Misalnya, perhatikan gelombang elektromagnetik bidang yang bergerak sepanjang sumbu x , getaran listrik dan magnetiknya seragam dan terbatas pada bidang $y - z$.



Gambar 6.1: Gelombang Elektromagnetik Bidang

Pertimbangkan gelombang elektromagnetik bidang yang merambat sepanjang sumbu x +ve. Jika medan listrik dan medan magnet yang berubah terhadap waktu berada di sepanjang sumbu y dan z , maka kita dapat menulis

$$\vec{E} = A \text{Cos} \left[\frac{2\pi}{\lambda} (x - ct) \right] \hat{j} \quad (6.14)$$

$$\vec{B} = \frac{1}{c} A \text{Cos} \left[\frac{2\pi}{\lambda} (x - ct) \right] \hat{k} \quad (6.15)$$

Perbandingan amplitudo medan listrik dan medan magnet dari persamaan 6.14 dan 6.15 diberikan oleh

$$\frac{E_y}{B_z} = \frac{A}{\frac{1}{c} A} = c \quad (6.16)$$

Di sini 'c' adalah kecepatan cahaya.

6.4 POLARISASI GELOMBANG ELEKTROMAGNETIK

Gelombang elektromagnetik bersifat transversal karena medan listrik, medan magnet, dan arah perambatannya saling tegak lurus. Oleh karena itu, gelombang elektromagnetik

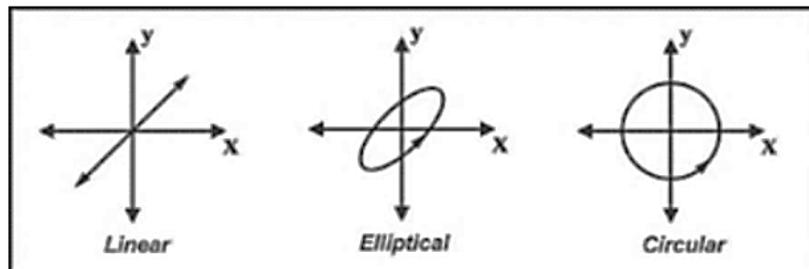
menunjukkan polarisasi. Perhatikan gelombang elektromagnetik yang merambat sepanjang sumbu z . Vektor medan listrik gelombang elektromagnetik ini membentuk sudut θ terhadap sumbu x . Vektor listrik ini dapat diuraikan menjadi dua komponen tegak lurus \vec{E}_x dan \vec{E}_y sepanjang sumbu x dan y . Berdasarkan besaran dan perbedaan fase antara komponen-komponen tersebut, terdapat tiga jenis polarisasi gelombang elektromagnetik. Yaitu:

1. Gelombang elektromagnetik terpolarisasi linier
2. Gelombang elektromagnetik terpolarisasi melingkar
3. Gelombang elektromagnetik terpolarisasi elips

Polarisasi linier. Dalam kasus polarisasi linier, amplitudo \vec{E}_x dan \vec{E}_y mungkin sama atau tidak dan keduanya sefase (serempak). Dengan demikian proyeksi resultan \vec{E} pada bidang (bidang x - y) yang tegak lurus terhadap arah perambatan adalah garis lurus. Dengan demikian polarisasi linier.

Polarisasi melingkar. Dalam kasus polarisasi melingkar, amplitudo \vec{E}_x dan \vec{E}_y sama besarnya dan perbedaan fase adalah 90° . Dengan demikian proyeksi resultan menelusuri lingkaran pada bidang yang tegak lurus terhadap arah perambatan. Dengan demikian Polarisasi melingkar.

Polarisasi elips. Dalam kasus polarisasi elips, amplitudo \vec{E}_x dan \vec{E}_y tidak sama besarnya dan perbedaan fase adalah 90° . Dengan demikian proyeksi resultan menelusuri elips pada bidang yang tegak lurus terhadap arah perambatan. Dengan demikian Polarisasi melingkar. Polarisasi linier, melingkar, dan elips ditunjukkan pada gambar 6.2.



Gambar 6.2: Polarisasi Gelombang Elektromagnetik

LATIHAN SOAL

1. Turunkan persamaan gelombang untuk gelombang elektromagnetik dalam ruang hampa dalam bentuk medan listrik menggunakan Persamaan Maxwell.
2. Jelaskan gelombang elektromagnetik bidang dalam ruang hampa.
3. Jelaskan polarisasi gelombang elektromagnetik.

Latihan Soal Tambahan

1. Medan listrik dalam ruang bebas diberikan oleh $\vec{E} = 800 \cos(10^8 t - \beta y) \hat{a}_z \text{Vm}^{-1}$
Tentukan β dan panjang gelombang λ .

BAB 7

SERAT OPTIK

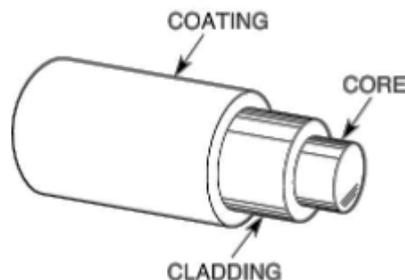
7.1 PENDAHULUAN

Serat optik adalah kabel dan untaian yang terbuat dari dielektrik transparan yang memandu cahaya pada jarak yang lebih jauh menggunakan fenomena Refleksi Internal Total. Banyak serat optik yang dibundel bersama dan diberi lapisan pelindung menggunakan bahan isolasi. Bundel ini disebut Kabel Serat Optik atau Bundel Serat (Bundle Fiber).

Konstruksi: Tampilan penampang serat optik yang umum seperti yang ditunjukkan pada gambar. Serat optik memiliki tiga wilayah yang diberi nama Inti, Pelapis, dan Selubung.

1. Wilayah pemandu cahaya paling dalam disebut Inti.
2. Lapisan yang menutupi inti dan membantu dalam refleksi internal total cahaya disebut Pelapis atau Clad.
3. Lapisan pelindung paling luar disebut Selubung (Pelapis). Selubung melindungi serat dari tekanan mekanis dan reaksi kimia.

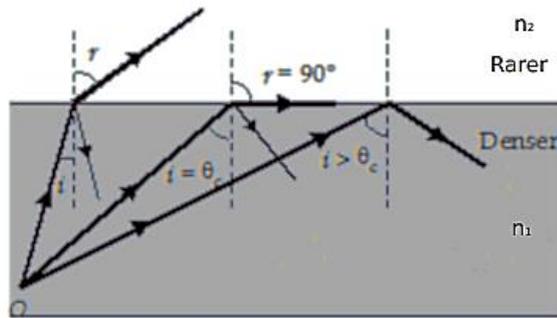
Serat optik dirancang untuk mendukung refleksi internal total dan karenanya RI core₁ dibuat lebih besar daripada RI cladding n_2 . Serat optik biasanya berukuran beberapa mikron.



Gambar 7.1: Konstruksi serat optik

7.2 PEMANTULAN INTERNAL TOTAL

Pertimbangkan sinar cahaya yang bergerak dari medium yang lebih rapat ke medium yang lebih jarang. Akibatnya, sinar cahaya yang datang dibelokkan menjauhi garis normal. Oleh karena itu, sudut bias lebih besar daripada sudut datang. Ketika sudut datang meningkat, sudut bias juga meningkat. Untuk sudut datang tertentu θ_c , sinar bias menyentuh antarmuka yang memisahkan kedua medium. Sudut datang yang sesuai θ_c disebut Sudut Kritis. Jika sudut datang lebih besar daripada sudut kritis, maka semua cahaya diarahkan kembali ke medium yang sama dan disebut Pemantulan Internal Total.



Gambar 7.2: Total Internal Reflection

Menurut hukum Snell

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

when $\theta_1 = \theta_c$ then, $\theta_2 = 90^\circ$

$$n_1 \sin\theta_c = n_2 \sin 90^\circ$$

$$\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$

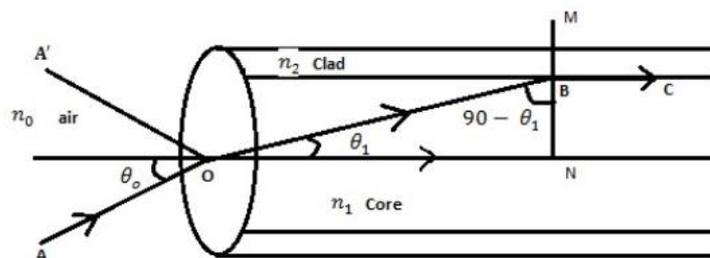
$$\theta_c = \sin^{-1} \left(\frac{n_2}{n_1} \right) \quad (7.1)$$

7.3 SUDUT PENERIMAAN DAN BUKAAN NUMERIK

Sudut penerimaan (θ_0) adalah sudut datang maksimum yang dengannya sinar dikirim ke inti serat yang memungkinkan cahaya datang diarahkan oleh inti. Sudut ini juga disebut sebagai sudut penerimaan pandu gelombang atau sudut setengah kerucut penerimaan.

Dalam optik, bukaan numerik (NA) dari serat optik adalah angka tanpa dimensi yang mencirikan rentang sudut di mana serat dapat menerima cahaya. Bukaan numerik mewakili kemampuan pengumpulan cahaya dari serat optik dan diberikan oleh $NA = \sin \theta_0$.

Syarat Perbanyakan



Gambar 7.3: Perambatan sinar dalam serat

Pertimbangkan serat optik dengan inti yang terbuat dari indeks bias n_1 & selubung yang terbuat dari bahan indeks bias n_2 . Misalkan n_0 adalah indeks bias media di sekitarnya. Misalkan sinar cahaya AO memasuki inti pada sudut datang θ_0 terhadap sumbu serat. Kemudian sinar tersebut dibiaskan sepanjang OB pada sudut θ_1 & bertemu dengan antarmuka

inti-selubung pada sudut datang kritis ($\theta_c = 90 - \theta_1$). Kemudian sinar yang dibiaskan tersebut menyerempet sepanjang BC. Dengan menerapkan hukum Snell pada O, kita memperoleh

$$n_0 \sin\theta_0 = n_1 \sin\theta_1$$

$$\therefore \sin\theta_0 = \frac{n_1}{n_0} \sin\theta_1 \quad (7.2)$$

Dengan menerapkan hukum Snell di titik B, kita memperoleh

$$n_1 \sin(90^\circ - \theta_1) = n_2 \sin 90^\circ$$

$$n_1 \cos\theta_1 = n_2$$

$$\therefore \cos\theta_1 = \frac{n_2}{n_1} \quad (7.3)$$

Dari identitas trigonometri

$$\sin^2\theta_1 + \cos^2\theta_1 = 1$$

$$\sin\theta_1 = \sqrt{1 - \cos^2\theta_1}$$

menggunakan persamaan 1.25

$$\sin\theta_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$$

$$\sin\theta_1 = \sqrt{\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2}}$$

$$\sin\theta_1 = \frac{1}{n_1} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (7.4)$$

Gunakan persamaan (1.26) pada persamaan (1.24) kita memiliki,

$$\sin\theta_0 = \frac{n_1}{n_0} \frac{1}{n_1} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

$$\sin\theta_0 = \frac{1}{n_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (7.5)$$

Bukaan numerik $NA = \sin\theta_0$

$$N.A = \frac{1}{n_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (7.6)$$

Jika serat berada di udara $n_0 = 1$ maka,

$$N.A = \sin\theta_0 = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (7.7)$$

Cahaya ditransmisikan melalui serat hanya ketika

$$\theta_i \leq \theta_0 \quad (7.8)$$

$$\sin\theta_i \leq \sin\theta_0 \quad (7.9)$$

$$\sin\theta_i \leq \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (7.10)$$

$$\sin\theta_i \leq N.A \quad (7.11)$$

Ini adalah syarat untuk perambatan. Cahaya akan ditransmisikan melalui serat optik dengan beberapa refleksi internal total ketika syarat di atas terpenuhi.

Perubahan RI Fraksional

Perubahan indeks fraksional (Δ) didefinisikan sebagai rasio perbedaan indeks bias inti & pelapis terhadap indeks bias inti.

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad (7.12)$$

$$n_1 \Delta = n_1 - n_2 \quad (7.13)$$

Hubungan antara NA dan Δ

perhatikan persamaan

$$N.A = \sin\theta_0 = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

$$N.A = \sqrt{(n_1 + n_2)(n_1 - n_2)} \quad (7.14)$$

Untuk perbedaan kecil n_1 & n_2 , kita dapat memiliki

$$n_1 \approx n_2 \quad (7.15)$$

$$\begin{aligned}
 \therefore n_1 + n_2 &\approx 2n_1 \\
 \therefore N.A &= \sqrt{(2n_1) (n_1 \Delta)} \\
 N.A &= \sqrt{2n_1^2 \Delta} \\
 N.A &= n_1 \sqrt{2\Delta} \qquad (7.16)
 \end{aligned}$$

Dengan demikian, bukaan numerik dapat ditingkatkan dengan meningkatkan perubahan indeks fraksional.

7.4 MODE PERAMBATAN

Meskipun serat optik seharusnya mendukung sejumlah sinar untuk perambatan secara praktis. Namun, ditemukan bahwa serat optik hanya memungkinkan sejumlah sinar tertentu untuk perambatan. Jumlah maksimum sinar atau jalur yang didukung oleh serat untuk perambatan cahaya disebut *Mode perambatan*.

Nomor V (Frekuensi Normalisasi Serat). Serat optik dapat dicirikan oleh satu parameter lagi yang disebut Nomor V. Ini menentukan Jumlah mode yang didukung oleh serat optik untuk perambatan.

$$V = \frac{\pi d}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \qquad (7.17)$$

$$V = \frac{\pi d}{\lambda} N.A \qquad (7.18)$$

di sini d adalah diameter inti, λ adalah panjang gelombang, n_1 adalah indeks bias inti dan n_2 adalah indeks bias pelapis. N.A adalah Aperture numerik. Jika serat dikelilingi oleh medium indeks bias n_0 , maka

$$V = \frac{\pi d}{\lambda} \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0} \qquad (7.19)$$

Jika $V \gg 1$, jumlah mode yang didukung oleh serat dapat ditentukan dengan menggunakan rumus

$$\begin{aligned}
 N &\cong \frac{V^2}{2} \\
 N &\cong \frac{\pi^2 d^2}{2 \lambda^2} \left(\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_0^2} \right) \qquad (7.20)
 \end{aligned}$$

Jenis serat optik

Pada serat optik apa pun, seluruh bahan pelapis memiliki nilai indeks bias yang seragam. Namun, indeks bias bahan inti dapat tetap konstan atau mengalami variasi dalam

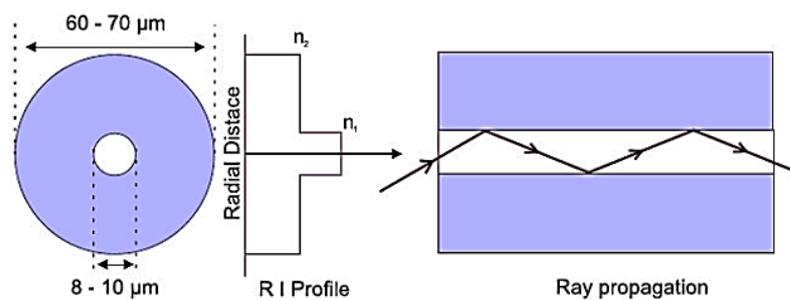
pola tertentu. Kurva yang memiliki profil indeks bias positif. Serat optik diklasifikasikan dalam 3 kategori,

1. Serat mode tunggal indeks langkah
2. Serat multimode indeks langkah
3. Serat multimode indeks bertingkat

Klasifikasi ini dilakukan tergantung pada profil indeks bias, dan jumlah mode yang dapat dipandu oleh serat.

Serat mode tunggal indeks langkah

Serat mode tunggal indeks langkah terdiri dari inti tipis yang sangat halus dari RI seragam yang dikelilingi oleh Cladding RI yang lebih rendah dari inti. Karena ada perubahan mendadak pada RI inti dan Cladding pada antarmuka, maka disebut serat mode tunggal. Karena ukuran inti kecil, bukaan numerik juga kecil dan karenanya mendukung mode tunggal. Serat ini menerima cahaya dari sumber LASER. Penyambungan sulit. Serat ini digunakan pada kabel bawah laut.



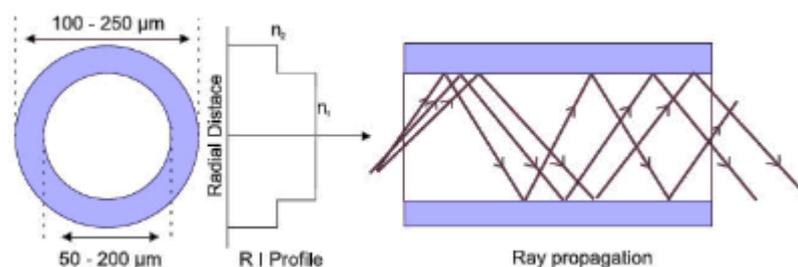
Gambar 7.4: Indeks langkah serat mode tunggal

Serat multimode indeks langkah

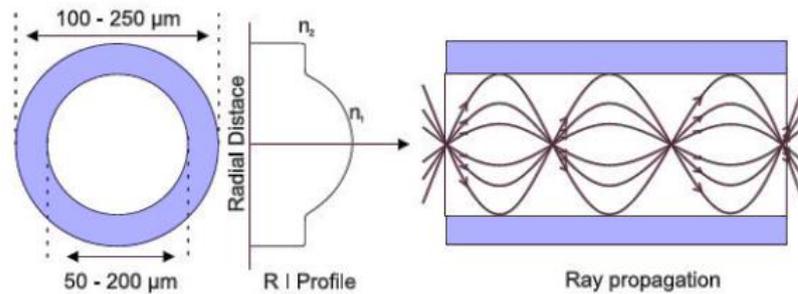
Ini mirip dengan serat indeks langkah mode tunggal dengan pengecualian bahwa serat ini memiliki diameter inti yang lebih besar. Diameter inti sangat besar dibandingkan dengan serat optik mode tunggal. Serat indeks langkah multimode yang umum seperti yang ditunjukkan pada gambar. Apertur numeriknya besar karena ukuran inti yang besar dan dengan demikian mendukung multimode. Serat ini menerima cahaya dari LASER maupun dari LED. Serat ini digunakan dalam tautan data.

Serat multimode indeks bertingkat

Serat multimode memiliki lapisan konsentris RI yang disebut serat GRIN. Ini berarti RI dari Inti bervariasi dengan jarak dari sumbu serat.



Gambar 7.5: Serat multimode indeks langkah



Gambar 7.6: Serat multimode indeks bertingkat

RI maksimum di bagian tengah dan berkurang dengan jarak radial menuju antarmuka inti-kelongsong. Profil RI seperti yang ditunjukkan pada gambar. Pada serat GRIN, sudut penerimaan dan apertur numerik berkurang dengan jarak radial. Transmisi cahaya seperti yang ditunjukkan di atas. Serat ini menerima cahaya dari LASER maupun dari LED. Serat ini digunakan untuk komunikasi jarak menengah misalnya hubungan telepon antara kantor pusat.

7.5 REDAMAN

Energi optik (sinyal) yang melewati serat optik berkurang secara progresif. Hal ini disebabkan oleh redaman. Hal ini juga disebut kehilangan serat atau kehilangan signifikan. Redaman diukur dalam bentuk koefisien redaman. Koefisien redaman α didefinisikan sebagai rasio keluaran daya optik terhadap masukan daya optik untuk serat dengan panjang L dan untuk panjang gelombang cahaya yang merambat. Hal ini dinyatakan dalam dB/km . Koefisien redaman diberikan oleh

$$\alpha = \frac{-10}{L} \log_{10} \left(\frac{P_{out}}{P_{in}} \right) \quad dB/km \quad (7.21)$$

Di sini L adalah panjang kabel dalam km , P_{in} adalah Daya sinyal optik di ujung peluncuran (daya masukan) & P_{out} adalah Daya sinyal optik di ujung penerima (daya keluaran)

Pelemahan pada serat disebabkan oleh tiga kerugian berikut:

1. Kerugian penyerapan
2. Kerugian hamburan (akibat Hamburan Rayleigh)
3. Efek Geometris (Kerugian radiasi)

Kerugian penyerapan

Pada jenis kerugian ini, hilangnya daya sinyal terjadi karena penyerapan foton yang terkait dengan sinyal. Foton diserap baik oleh pengotor dalam serat kaca atau oleh bahan kaca murni itu sendiri. Kerugian penyerapan bergantung pada panjang gelombang. Dengan demikian, kerugian penyerapan diklasifikasikan menjadi dua jenis.

Penyerapan ekstrinsik: Kerugian ekstrinsik dalam serat optik disebabkan oleh penyerapan cahaya oleh pengotor seperti ion hidroksida dan ion logam transisi seperti besi, kromium, kobalt, dan tembaga.

Penyerapan intrinsik Kehilangan intrinsik pada serat disebabkan oleh penyerapan cahaya oleh bahan serat kaca itu sendiri. Kehilangan intrinsik tidak signifikan.

Kehilangan hamburan

Cahaya yang bergerak melalui inti dapat dihamburkan oleh kotoran atau daerah kecil dengan perubahan indeks bias yang tiba-tiba. Hamburan Rayleigh bervariasi pada $\alpha = 1$ dan menyebabkan kehilangan daya yang signifikan pada panjang gelombang yang lebih kecil. Hamburan tersebut mengakibatkan hilangnya foton. Hamburan Rayleigh bertanggung jawab atas kehilangan maksimum pada serat optik.

Efek geometris

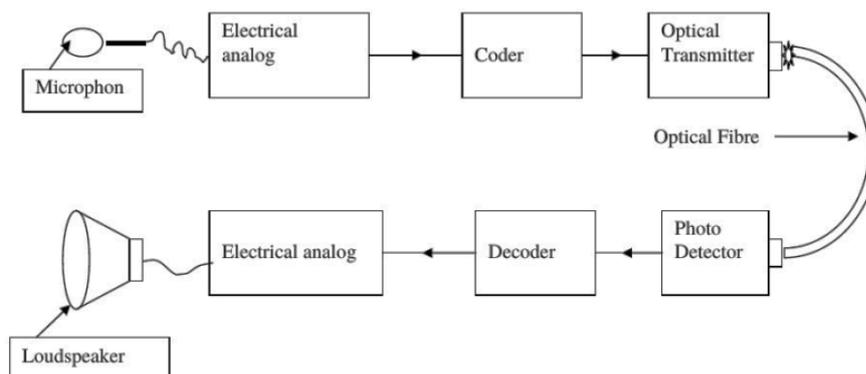
Hal ini dapat terjadi karena cacat produksi seperti ketidakraturan dalam dimensi serat selama proses penarikan atau selama proses pelapisan, pemasangan kabel atau isolasi. Lengkungan mikroskopis adalah lengkung dengan jari-jari lebih besar dari diameter serat. Lengkungan mikroskopis menggabungkan cahaya di antara berbagai mode pemandu serat dan beberapa di antaranya kemudian bocor melalui serat.

7.6 KOMUNIKASI SERAT OPTIK

Sistem komunikasi titik ke titik

Dalam sistem komunikasi serat optik, sinyal masukan (audio, video atau data digital lainnya) digunakan untuk memodulasi cahaya dari sumber seperti LED atau LASER semikonduktor dan ditransmisikan melalui serat optik. Di sisi penerima, sinyal didemodulasi untuk mereproduksi sinyal masukan. Jika transfer data hanya terjadi antara dua perangkat, maka itu disebut komunikasi titik ke titik.

Proses komunikasi serat optik: Komunikasi menggunakan serat optik adalah sebagai berikut. Suara pertama diubah menjadi sinyal listrik menggunakan transduser. Suara tersebut didigitalkan menggunakan Coder. Sinyal digital, yang membawa informasi suara, diumpankan ke pemancar optik. Sumber cahaya dalam pemancar optik (LED atau LASER Diode) memancarkan cahaya termodulasi, yang ditransmisikan melalui serat optik. Di ujung lain, sinyal cahaya termodulasi dideteksi oleh detektor foto dan didekodekan menggunakan decoder. Akhirnya informasi diubah menjadi sinyal listrik analog dan diumpankan ke pengeras suara, yang mengubah sinyal menjadi suara.



Gambar 7.7: Sistem komunikasi serat optik titik ke titik

Keuntungan

1. Serat optik dapat membawa informasi dalam jumlah sangat besar baik dalam bentuk digital maupun analog.
2. Bahan baku serat optik murah dan melimpah.
3. Biaya per meter per saluran rendah
4. Kabel sangat kompak
5. Sinyal terlindungi dari radiasi petir atau percikan
6. Tidak ada radiasi energi dari serat
7. Tidak ada percikan yang dihasilkan

Kekurangan

1. Konektor optik sangat mahal
2. Biaya perawatan tinggi
3. Konektor tidak dapat ditebuk terlalu tajam
4. Konektor mengalami perubahan struktural akibat suhu

LATIHAN SOAL

1. Definisikan istilah: (i) sudut penerimaan, (ii) bukaan numerik, (iii) perubahan indeks fraksional, (iv) mode perambatan & (v) profil indeks bias.
2. Dapatkan ekspresi untuk bukaan numerik dan dapatkan kondisi untuk perambatan.
3. Berikan hubungan antara bukaan numerik dan perubahan indeks fraksional.
4. Apa yang dimaksud dengan profil indeks bias? Bahas berbagai jenis serat optik dengan diagram yang sesuai.
5. Apa yang dimaksud dengan redaman? Jelaskan faktor-faktor yang menyebabkan hilangnya serat.
6. Apa yang dimaksud dengan koefisien redaman? Sebutkan ekspresi untuk koefisien redaman.
7. Apa keuntungan komunikasi optik dibandingkan jenis komunikasi konvensional lainnya?
8. Bahas sistem komunikasi serat optik titik ke titik dan sebutkan kelebihanannya dibandingkan sistem komunikasi konvensional.
9. Bahas kelebihan dan kekurangan komunikasi optik.

Latihan Soal Tambahan

1. Hitung bukaan numerik dan sudut penerimaan untuk serat optik yang memiliki indeks bias 1,563 dan 1,498 untuk inti dan selubung masing-masing.
2. Indeks bias inti dan selubung serat optik indeks langkah masing-masing adalah 1,45 dan 1,4 dan diameter intinya adalah $45\mu\text{m}$. Hitung perubahan indeks bias fraksional dan bukaan numeriknya.
3. Hitung bukaan numerik, sudut penerimaan, dan sudut kritis serat yang memiliki inti RI 1,50 dan selubung RI 1,45.

4. Serat optik memiliki bukaan numerik 0,32. Indeks bias selubung adalah 1,48. Hitung indeks bias inti, sudut penerimaan serat, dan perubahan indeks fraksional.
5. Sinyal optik yang merambat dalam serat mempertahankan 85% daya masukan setelah menempuh jarak 500 m dalam serat. Hitung koefisien redaman.
6. Serat optik memiliki inti RI 1,5 dan RI selubung 3% lebih kecil dari indeks inti. Hitung bukaan numerik, sudut penerimaan, dan sudut kritis.
7. Bukaan numerik serat optik adalah 0,2 saat dikelilingi udara. Tentukan RI intinya, jika RI selubungnya adalah 1,59. Cari juga sudut penerimaan saat serat berada di air sebesar RI 1,33.
8. Sudut penerimaan serat optik adalah 300 saat berada di udara. Cari sudut penerimaan saat berada di medium dengan indeks bias 1,33.
9. Hitung NA, nomor V, dan jumlah mode pada serat optik dengan diameter inti $50\mu\text{m}$, indeks bias inti dan selubung masing-masing 1,41 dan 1,4 pada panjang gelombang 820 nm.
10. Untuk serat optik indeks langkah, RI inti adalah 1,45 dan RI selubung adalah 1,40 dan diameter intinya adalah $45\mu\text{m}$. Hitung perbedaan indeks bias relatifnya, nomor V pada panjang gelombang 1000 nm dan jumlah mode.
11. Hitung jumlah mode serat optik yang akan mentransmisikan menggunakan data berikut $n_{\text{core}} = 1,50$, $n_{\text{clad}} = 1,48$, jari-jari inti = $50\mu\text{m}$, $h = 1\mu\text{m}$.
12. Serat optik sepanjang 600 m memiliki daya masukan 120 mW yang keluar dengan daya 90 mW. Cari redaman dalam serat.
13. Redaman cahaya dalam serat optik adalah 3,6 dB/km. Berapa fraksi intensitas awalnya yang tersisa setelah i) 1 km dan ii) 3 km?
14. Redaman cahaya dalam serat optik adalah 2,2 dB/km. Berapa fraksi intensitas awalnya yang tersisa setelah i) 2 km dan ii) 6 km?

BAB 8

MEKANIKA KUANTUM

Semua benda menyerap dan memancarkan radiasi pada tingkat yang berbeda-beda. Spektrum radiasi benda hitam menjadi perhatian penting. Penelitian ini bertujuan untuk memahami mekanisme penyerapan dan emisi radiasi. Beberapa teori telah dikemukakan. Beberapa dikategorikan ke dalam teori klasik dan yang lainnya sebagai teori kuantum. Teori kuantum Planck menjelaskan spektrum radiasi benda hitam secara lengkap. Teori kuantum Planck memprediksi sifat partikel cahaya. Dengan demikian, Cahaya memiliki sifat ganda. Mekanika klasik gagal pada tingkat mikroskopis dan karenanya muncullah mekanika kuantum. Tujuan dari bab ini adalah untuk memahami berbagai fenomena dan teori yang terkait dengan radiasi benda hitam dan mekanika kuantum.

8.1 PENDAHULUAN

Cabang fisika yang membahas deskripsi matematis tentang gerak dan interaksi partikel subatomik, yang menggabungkan konsep kuantisasi energi, dualitas gelombang-partikel, prinsip ketidakpastian, dan prinsip korespondensi.

8.2 TEORI RADIASI KUANTUM

Hukum radiasi Planck

Fisikawan Jerman Max Planck berhasil menjelaskan distribusi energi dalam radiasi benda hitam berdasarkan asumsi berikut

1. Permukaan benda hitam mengandung osilator
2. Osilator ini menyerap atau memancarkan energi dalam bentuk kelipatan integral paket diskrit yang disebut kuantum atau foton. Energi E foton sebanding dengan frekuensi ν radiasi. Secara matematis $E = nh\nu$ di mana h adalah konstanta yang disebut konstanta Planck dan nilainya adalah $6,625 \times 10^{-34} \text{ Js}$, dan n adalah bilangan bulat positif.
3. Pada kesetimbangan termal, laju penyerapan dan emisi radiasi adalah sama.

Menurut hukum radiasi Planck, ekspresi untuk kepadatan energi radiasi diberikan oleh

$$E_\lambda d\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}}\right) - 1} d\lambda \quad (8.1)$$

di sini c adalah kecepatan cahaya, k adalah konstanta Boltzmann dan h adalah konstanta Planck. Hukum ini menjelaskan distribusi energi dalam spektrum radiasi benda hitam secara lengkap untuk semua panjang gelombang dan pada semua suhu. Hukum ini juga dapat direduksi menjadi hukum distribusi Wien di wilayah panjang gelombang yang lebih pendek dan hukum Rayleigh-Jeans di wilayah panjang gelombang yang lebih panjang.

8.3 DUALISME GELOMBANG-PARTIKEL

Fenomena seperti Interferensi, Difraksi dan Polarisasi dikaitkan dengan sifat gelombang radiasi. Teori radiasi kuantum dan eksperimen seperti efek Fotolistrik dan Efek Compton menjelaskan sifat partikel radiasi. Dengan demikian radiasi berperilaku seperti gelombang dan seperti partikel dalam keadaan yang sesuai yang berbeda. Oleh karena itu radiasi menunjukkan sifat ganda.

8.4 HIPOTESIS DE BROGLIE

Pada tahun 1924 fisikawan Prancis Louis de Broglie memperluas dualisme gelombang-partikel melalui hipotesis yang menyatakan Jika energi radiasi dapat berperilaku seperti gelombang dalam beberapa percobaan dan partikel atau foton dalam percobaan lainnya dan karena alam mencintai simetri, maka kita dapat mengharapkan partikel seperti proton dan elektron untuk menunjukkan sifat gelombang dalam keadaan yang sesuai. Ini dikenal sebagai hipotesis de Broglie.

Oleh karena itu, beberapa jenis gelombang bahkan dapat dikaitkan dengan partikel material yang bergerak yang disebut gelombang Materi atau gelombang de-Broglie dan panjang gelombang yang terkait dengan gelombang materi disebut panjang gelombang de Broglie. Panjang gelombang foton dalam hal momentumnya diberikan oleh $\lambda = \frac{h}{p}$. Oleh karena itu, dengan analogi, panjang gelombang de Broglie dari gelombang materi diberikan oleh $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$. Di sini m adalah massa partikel yang bergerak dan v adalah kecepatannya.

Catatan

- Untuk partikel, bermuatan atau tidak bermuatan, yang bergerak dengan energi kinetik E , panjang gelombang de Broglie diberikan oleh $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$
- Untuk partikel bermuatan yang dipercepat dengan potensial V volt, panjang gelombang de Broglie diberikan oleh $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mqV}}$
- Untuk elektron yang dipercepat melalui perbedaan potensial V volt, panjang gelombang de Broglie diberikan oleh $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}}$ Dengan mengganti nilai h , m dan e , panjang gelombang de Broglie diberikan oleh ekspresi $\lambda = \frac{12,27}{\sqrt{V}} \text{ \AA}$

8.5 GELOMBANG MATERI DAN SIFAT-SIFATNYA

Kecepatan fase

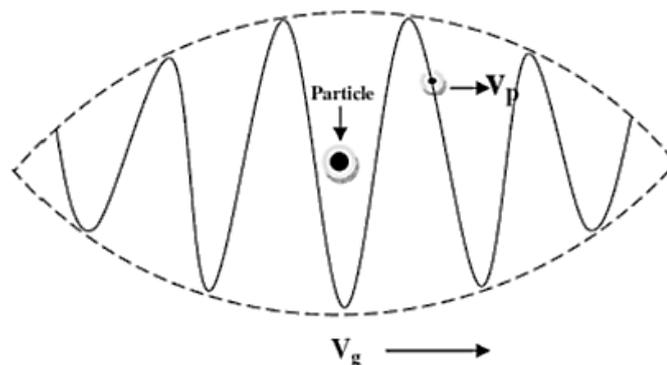
Kecepatan yang dilalui gelombang disebut kecepatan fase (v_p) dan juga disebut kecepatan gelombang. Jika suatu titik ditandai pada gelombang yang mewakili fase partikel maka kecepatan yang dilalui fase tersebut dari satu titik ke titik lain disebut kecepatan fase.

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{P} = \frac{c^2}{v} \quad (8.2)$$

Di sini c adalah kecepatan cahaya dalam ruang hampa dan v adalah kecepatan gelombang materi. Dari persamaan 8.2 di atas, juga terbukti bahwa kecepatan fase tidak hanya lebih besar dari kecepatan partikel, tetapi juga lebih besar dari kecepatan cahaya. Oleh karena itu, tidak ada makna fisik untuk kecepatan fase gelombang materi.

Paket gelombang dan kecepatan grup

Karena kecepatan gelombang materi harus sama dengan kecepatan partikel dan karena tidak ada makna fisik yang dapat dikaitkan dengan kecepatan fase, konsep kecepatan grup diperkenalkan.



Gambar 8.1: Kelompok gelombang atau paket gelombang

Gelombang materi dapat dianggap sebagai gelombang resultan karena superposisi banyak gelombang komponen yang kecepatannya sedikit berbeda. Dengan demikian, terbentuklah kelompok gelombang atau paket gelombang. Kecepatan yang ditempuh kelompok gelombang disebut kecepatan kelompok yang sama dengan kecepatan partikel. Kecepatan ini dilambangkan dengan v_g dan seperti yang diberikan dalam persamaan 8.3.

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (8.3)$$

Sifat-sifat gelombang materi

Berikut ini adalah sifat-sifat yang terkait dengan gelombang materi

1. Gelombang materi hanya terkait dengan partikel yang bergerak
2. Gelombang materi tidak bersifat elektromagnetik
3. Kecepatan kelompok terkait dengan gelombang materi
4. Sebagai hasil dari superposisi sejumlah besar gelombang komponen yang sedikit berbeda dalam frekuensi, gelombang materi terlokalisasi.
5. Kecepatan fase tidak memiliki makna fisik untuk gelombang materi
6. Amplitudo gelombang materi pada titik tertentu terkait dengan kerapatan probabilitas menemukan partikel pada titik tersebut.
7. Panjang gelombang gelombang materi diberikan oleh $\lambda = \frac{h}{mv}$

8.6 PRINSIP KETIDAKPASTIAN HEISENBERG

Pernyataan: Penentuan posisi dan momentum yang tepat dari partikel yang bergerak secara bersamaan tidak mungkin dilakukan.

Penjelasan: Menurut prinsip ini, jika Δx adalah kesalahan yang terlibat dalam pengukuran posisi dan Δp_x adalah kesalahan yang terlibat dalam pengukuran momentum selama pengukuran simultan, maka hasil perkalian ketidakpastian yang sesuai diberikan oleh

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi} \quad (8.4)$$

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{4\pi} \quad (8.5)$$

$$\Delta \theta \Delta L \geq \frac{h}{4\pi} \quad (8.6)$$

Produk kesalahan tersebut setara dengan konstanta Planck. Jika satu kuantitas diukur dengan akurasi tinggi, maka pengukuran simultan dari kuantitas lainnya menjadi kurang akurat.

Makna fisik: Menurut fisika Newton, pengukuran posisi dan momentum secara bersamaan adalah tepat. Namun, keberadaan gelombang materi menimbulkan masalah serius karena batas akurasi yang terkait dengan pengukuran simultan. Oleh karena itu, ketepatan dalam fisika Newton digantikan oleh probabilitas dalam mekanika kuantum.

Penerapan prinsip ketidakpastian

Ketiadaan elektron di dalam inti atom: Sinar beta dipancarkan oleh inti atom. Ketika pertama kali diamati, diyakini bahwa elektron ada di dalam inti atom dan dipancarkan pada saat tertentu. Jika elektron dapat berada di dalam inti atom, maka ketidakpastian posisinya tidak boleh melebihi diameter inti atom. Diameter inti atom adalah orde Δx_{max} yaitu 10^{-14} m. Dengan menerapkan prinsip ketidakpastian Heisenberg untuk elektron yang diharapkan berada di dalam inti atom, kita memperoleh

$$\Delta x_{max} \Delta p_{min} \geq \frac{h}{4\pi} \quad (8.7)$$

$$\Delta p_{min} \geq \frac{h}{4\pi \Delta x_{max}} \quad (8.8)$$

$$\Delta p_{min} \geq \frac{6.625 \times 10^{-34}}{4 \times 3.142 \times 10^{-14}} = 5.276 \times 10^{-21} \text{ kgms}^{-1} \quad (8.9)$$

Oleh karena itu, elektron harus memiliki momentum

$$p_{min} \simeq \Delta p_{min} = 5.276 \times 10^{-21} \text{ kgms}^{-1} \quad (8.10)$$

Secara relativistik energi elektron diberikan oleh persamaan

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} \quad (8.11)$$

Karena $m_0^2 c^4 \ll p^2 c^2$, maka kita peroleh $E = pc$. Oleh karena itu

$$E_{min} = p_{min} c = 5.276 \times 10^{-21} \times 3 \times 10^8 \quad (8.12)$$

$$E_{min} = 1.58 \times 10^{-12} J \quad (8.13)$$

$$E_{min} = \frac{1.58 \times 10^{-12}}{1.6 \times 10^{-19}} = 9.9 \text{ MeV} \quad (8.14)$$

Kesimpulan: Berdasarkan percobaan, energi yang terkait dengan emisi sinar beta (elektron) adalah sekitar 3 MeV yang jauh lebih kecil daripada energi elektron yang diperkirakan berada di dalam inti, yaitu $9,9 \text{ MeV}$. Oleh karena itu, elektron tidak ada di dalam inti.

Catatan: Persamaan 8.5 dan 8.6 menggambarkan hubungan ketidakpastian antara besaran fisika konjugat (Energi, waktu) dan (Perpindahan sudut, Momentum sudut).

8.7 FUNGSI GELOMBANG

Menurut hipotesis de Broglie, hubungan antara momentum dan panjang gelombang terbukti valid secara eksperimental untuk foton dan partikel. Kuantum materi atau radiasi dapat direpresentasikan sesuai dengan prinsip ketidakpastian oleh paket gelombang. Dengan demikian, hal ini menunjukkan bahwa kumpulan gelombang yang terkonsentrasi dapat digunakan untuk menggambarkan partikel terlokalisasi dan kuantum radiasi. Variasi yang membentuk gelombang materi disebut fungsi gelombang. Oleh karena itu, kita akan mempertimbangkan fungsi gelombang yang bergantung pada ruang (x, y , dan z) dan waktu (t) dan dilambangkan dengan $\psi(r, t)$. Fungsi gelombang untuk paket gelombang yang bergerak sepanjang sumbu x +ve diberikan oleh

$$\psi = \psi_0 e^{i(kx - \omega t)} \quad (8.15)$$

Kuantitas ψ diasumsikan memiliki tiga sifat dasar berikut:

1. Dapat mengganggu dirinya sendiri sehingga dapat menjelaskan eksperimen difraksi.
2. Besar dalam magnitudo di mana partikel atau foton kemungkinan besar ditemukan dan kecil di tempat lain.
3. Akan dianggap menggambarkan perilaku partikel atau foton tunggal dan bukan distribusi statistik jumlah kuantum.

8.8 PERSAMAAN GELOMBANG SCHRÖDINGER YANG TIDAK BERGANTUNG WAKTU

Persamaan gelombang yang hanya memiliki variasi terhadap posisi dan menggambarkan keadaan tetap disebut persamaan gelombang Schrödinger yang Tidak Bergantung Waktu. Perhatikan sebuah partikel bermassa m yang bergerak dengan kecepatan v sepanjang sumbu x +ve. Panjang gelombang de Broglie λ diberikan oleh

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad (8.16)$$

Persamaan gelombang untuk perambatan gelombang satu dimensi diberikan oleh

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (8.17)$$

Fungsi gelombang diberikan oleh

$$\psi = \psi_0 e^{i(kx - \omega t)} \quad (8.18)$$

di sini ψ_0 adalah amplitudo pada titik yang dipertimbangkan, ω adalah frekuensi sudut dan k adalah bilangan gelombang. Dengan mbedakan ψ dua kali terhadap t , kita memperoleh

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\omega^2 \psi_0 e^{i(kx - \omega t)} \quad (8.19)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\omega^2 \psi \quad (8.20)$$

mengganti persamaan 8.20 ke persamaan 8.17

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} (-\omega^2 \psi) \quad (8.21)$$

mengganti ω dan v kita memperoleh

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{(f\lambda)^2} (-(2\pi f)^2 \psi) \quad (8.22)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\frac{4\pi^2}{\lambda^2} \psi \quad (8.23)$$

mengganti λ dari persamaan 8.16

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = - \frac{4\pi^2}{\left(\frac{h}{mv}\right)^2} \psi \quad (8.24)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = - \frac{4\pi^2 (mv)^2}{h^2} \psi \quad (8.25)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = - \frac{8\pi^2 m \left(\frac{1}{2}mv^2\right)}{h^2} \psi \quad (8.26)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = - \frac{8\pi^2 m (E - U)}{h^2} \psi \quad (8.27)$$

Disini

$$\frac{1}{2}mv^2 = E - U \quad (8.28)$$

di sini E adalah total dan U adalah energi potensial partikel.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{8\pi^2 m (E - U)}{h^2} \psi = 0 \quad (8.29)$$

Ini dapat diperluas ke tiga dimensi

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{8\pi^2 m (E - U)}{h^2} \psi = 0 \quad (8.30)$$

$$\nabla^2 \psi + \frac{8\pi^2 m (E - U)}{h^2} \psi = 0 \quad (8.31)$$

di sini operator ∇^2 diberikan oleh

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (8.32)$$

Oleh karena itu, persamaan Schrodinger yang Tidak Bergantung pada Waktu.

8.9 MAKNA FISIK FUNGSI GELOMBANG

Fungsi gelombang ψ itu sendiri tidak memiliki makna fisik langsung. Lebih sulit untuk memberikan interpretasi fisik terhadap amplitudo gelombang. Amplitudo fungsi gelombang ψ tentu saja tidak seperti perpindahan dalam gelombang air atau gelombang tekanan maupun gelombang dalam tali yang diregangkan. Ini adalah jenis gelombang yang sangat berbeda. Kuantitas kuadrat nilai absolut dari amplitudo memberikan probabilitas menemukan partikel

per satuan volume di lokasi tertentu dalam ruang dan disebut sebagai kerapatan probabilitas. Ini juga disebut sebagai perkiraan Max Born. Ini diberikan oleh

$$P(x) = |\psi|^2 \quad (8.33)$$

Jadi, dalam satu dimensi peluang menemukan partikel dengan lebar dx dan panjang x

$$P(x)dx = |\psi|^2 dx \quad (8.34)$$

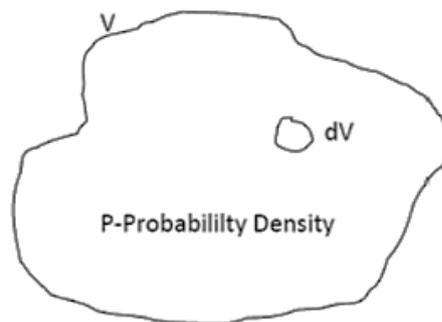
Demikian pula dalam tiga dimensi, probabilitas menemukan partikel dalam volume kecil tertentu dV dari volume V diberikan oleh

$$P dV = |\psi|^2 dV \quad (8.35)$$

di sini $dV = dx dy dz$ dan P adalah probabilitas menemukan partikel di lokasi tertentu per satuan volume dan disebut Kepadatan Probabilitas. Karena ψ adalah besaran kompleks $|\psi|^2 = \psi \psi^*$ dan hasil kali adalah bilangan riil. ψ^* adalah konjugat kompleks dari ψ .

8.10 NORMALISASI DAN FUNGSI GELOMBANG YANG DINORMALISASI

Pertimbangkan ruang dengan volume ' V '. Misalkan ' P ' adalah kerapatan probabilitas untuk menemukan partikel di suatu titik di dalam ' V '. Pertimbangkan volume kecil ' dV ' di sekitar titik tersebut. Karena partikel tersebut ada di suatu tempat dalam volume V maka probabilitas untuk menemukan partikel tersebut dalam volume V yang diberikan adalah sama dengan 1.



Gambar 8.2: Normalisasi

Dengan demikian

$$\int_0^V |\psi|^2 dV = \int_0^V P dV = 1 \quad (8.36)$$

Jika kita tidak dapat menemukan partikel di volume V maka gagasan tersebut dapat diperluas ke seluruh ruang dengan

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dx dy dz = 1 \quad (8.37)$$

Namun, biasanya, nilai integral di atas tidak akan menjadi satu tetapi mengandung konstanta tak tentu yang dapat ditentukan bersama dengan tanda menggunakan pertimbangan di atas. Proses ini disebut Normalisasi dan fungsi gelombang yang memenuhi kondisi di atas disebut fungsi gelombang Ternormalisasi.

8.11 NILAI EIGEN DAN FUNGSI EIGEN

Persamaan gelombang Schrodinger adalah persamaan diferensial orde kedua. Dengan demikian, dengan memecahkan persamaan gelombang Schrodinger pada sistem tertentu, kita memperoleh banyak ekspresi untuk fungsi gelombang (ψ). Namun, tidak semua fungsi gelombang dapat diterima. Hanya fungsi gelombang yang memenuhi kondisi tertentu yang dapat diterima. Fungsi gelombang tersebut disebut fungsi Eigen untuk sistem tersebut. Nilai energi yang sesuai dengan fungsi Eigen disebut nilai Eigen. Fungsi gelombang dapat diterima jika memenuhi kondisi berikut.

1. ψ harus berhingga di mana-mana (bukan nol di mana-mana).
2. ψ harus bernilai tunggal yang menyiratkan bahwa solusinya unik untuk posisi tertentu dalam ruang.
3. ψ dan turunan pertamanya terhadap variabelnya harus kontinu di mana-mana.

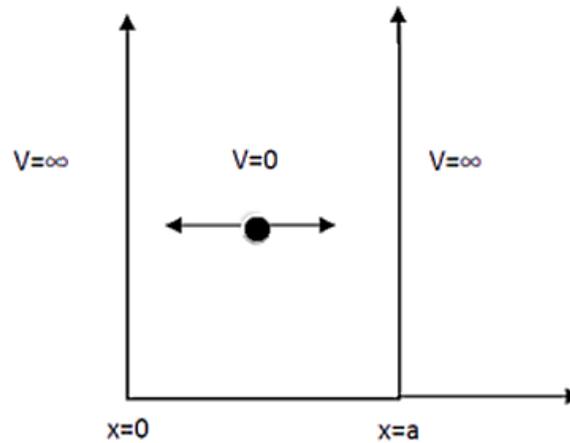
8.12 APLIKASI PERSAMAAN GELOMBANG SCHRÖDINGER

Partikel dalam sumur potensial satu dimensi dengan tinggi tak terhingga

Pertimbangkan sebuah partikel bermassa m yang memantul maju mundur di antara dinding sumur potensial satu dimensi seperti yang ditunjukkan pada gambar 8.3. Partikel tersebut dikatakan berada dalam keadaan terikat. Biarkan gerakan partikel dibatasi sepanjang sumbu- x di antara dua dinding yang sangat keras pada $x = 0$ dan $x = a$. Karena dinding sangat keras, tidak ada energi yang hilang oleh partikel selama tumbukan dengan dinding dan energi total tetap konstan. Deskripsi sumur potensial adalah sebagai berikut. Di antara dinding, yaitu $0 < x < a$, potensial $V = 0$. Di luar dinding, yaitu $x \leq 0$ dan $x \geq a$, potensial $V = \infty$.

Di luar dinding atau di luar sumur potensial

Karena partikel tidak dapat menembus dinding keras, maka partikel hanya ada di dalam sumur potensial. Oleh karena itu, $\psi = 0$ dan peluang menemukan partikel di luar sumur potensial juga nol.



Gambar 8.3: Sumur potensial satu dimensi dengan tinggi tak terhingga

Di antara dinding atau di dalam sumur potensial

Persamaan gelombang Schrodinger diberikan oleh

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{8\pi^2 m(E - U)}{h^2} \psi = 0 \quad (8.38)$$

Karena potensial di dalam sumur $V = 0$, maka energi potensial $U = 0$, persamaan gelombang Schrodinger menjadi

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{8\pi^2 m(E - 0)}{h^2} \psi = 0 \quad (8.39)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{8\pi^2 mE}{h^2} \psi = 0 \quad (8.40)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2 \psi = 0 \quad (8.41)$$

$$k^2 = \frac{8\pi^2 mE}{h^2} \quad (8.42)$$

di sini k adalah konstanta untuk nilai energi E tertentu. Solusi umum untuk persamaan 8.41 diberikan oleh

$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx \quad (8.43)$$

Di sini, dalam persamaan di atas, A dan B adalah konstanta sembarang yang dapat dievaluasi dengan menerapkan kondisi batas.

1. Kondisi batas pertama adalah, pada $x = 0, \psi(x) = 0$. Menerapkannya ke persamaan 8.43, kita memperoleh $0 = A \sin 0 + B \cos 0 \Rightarrow B = 0$, maka persamaan 8.43 disederhanakan menjadi

$$\psi(x) = A \sin kx \quad (8.44)$$

2. Kondisi batas kedua adalah, pada $x = a, \psi(x) = 0$. Dengan menerapkan ini pada persamaan 8.44, kita memperoleh $0 = A \sin ka$. Karena $A \neq 0$ maka $\sin ka = 0$. Hal ini menghasilkan $ka = n\pi$ yang selanjutnya dapat ditulis sebagai $k = \frac{n\pi}{a}$. n dapat mengambil nilai integer. Oleh karena itu persamaan 8.44 dapat ditulis sebagai

$$\psi(x) = A \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right). \quad (8.45)$$

juga dari persamaan 8.42

$$k^2 = \frac{n^2\pi^2}{a^2} = \frac{8\pi^2 m E_n}{h^2} \quad (8.46)$$

$$E_n = \frac{n^2 h^2}{8ma^2} \quad (8.47)$$

Substitusikan $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ pada persamaan di atas, diperoleh Nilai Eigen Energi. Keadaan energi terendah sesuai dengan nilai integral terendah dari $n = 1$ yang juga disebut sebagai Energi Titik Nol yang diberikan oleh $E_1 = \frac{h^2}{8ma^2}$ Nilai energi partikel terikat dalam sumur potensial satu dimensi dikuantisasi (diskrit) dan direpresentasikan oleh persamaan $E_n = n^2 E_1$.

Normalisasi fungsi gelombang

Fungsi gelombang untuk partikel dalam sumur potensial satu dimensi dengan tinggi tak terhingga diberikan oleh persamaan 8.45 $\psi(x) = A \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right)$. Dalam persamaan ini, A adalah konstanta sembarang dan dapat mengambil nilai apa pun. Proses penentuan nilai konstanta sembarang disebut Normalisasi fungsi gelombang. Partikel harus ada di suatu tempat di dalam sumur potensial. Probabilitas menemukan partikel di dalam sumur potensial diberikan oleh

$$\int_0^a |\psi(x)|^2 dx = \int_0^a P dx = 1 \quad (8.48)$$

Mengganti fungsi gelombang dalam integral

$$\int_0^a A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi x}{a}\right) dx = 1 \quad (8.49)$$

dari trigonometri $\sin^2 \theta = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta)$. Oleh karena itu persamaan di atas dapat ditulis sebagai

$$\int_0^a \frac{A^2}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{2n\pi x}{a}\right) \right] dx = 1 \quad (8.50)$$

dengan mengintegrasikan persamaan di atas kita memperoleh

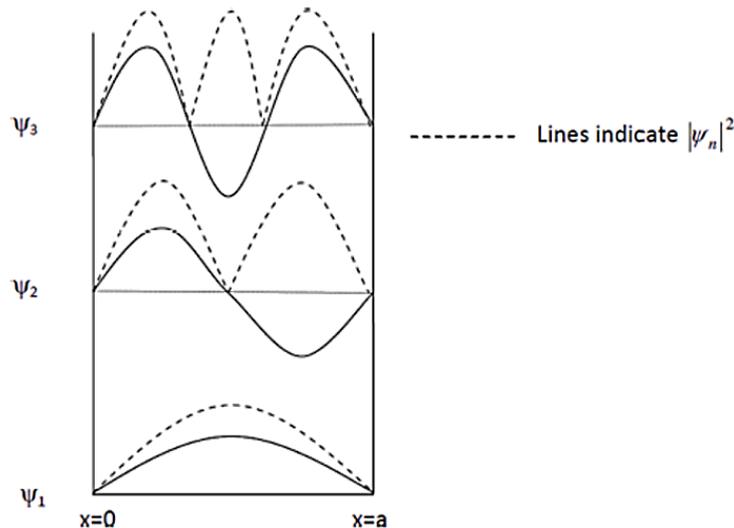
$$\frac{A^2}{2} \left[x - \frac{a}{2n\pi} \sin\left(\frac{2n\pi x}{a}\right) \right]_0^a = 1 \quad (8.51)$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{\frac{2}{a}} \quad (8.52)$$

Dengan mensubstitusikan hal ini ke persamaan 8.45, fungsi gelombang ternormalisasi atau fungsi eigen untuk sebuah partikel di dalam sumur potensial satu dimensi dengan tinggi tak terhingga diberikan oleh

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right). \quad (8.53)$$

Fungsi gelombang dan kerapatan probabilitas untuk tiga nilai n pertama seperti yang ditunjukkan pada gambar 8.4



Gambar 8.4: Fungsi gelombang dan kerapatan probabilitas untuk $n = 1,2,3$

Jadi untuk keadaan dasar ($n = 1$). Probabilitas menemukan partikel di dinding adalah nol dan di pusat a adalah maksimum. Keadaan tereksitasi pertama memiliki tiga simpul dan keadaan tereksitasi kedua memiliki empat simpul.

Ringkasan

Spektrum radiasi benda hitam menimbulkan tantangan pada awal abad ke-19. Banyak eksperimen dilakukan dan teori diajukan untuk memahami fenomena tersebut. Wein dan

Rayleigh-Jeans mampu menjelaskan spektrum radiasi benda hitam di wilayah panjang gelombang yang lebih rendah dan lebih tinggi. Hukum radiasi Planck, yang didasarkan pada paket energi diskrit 'Quanta' atau 'Foton', mampu menjelaskan distribusi energi dalam spektrum radiasi benda hitam secara lengkap. Beberapa eksperimen dan teori diajukan untuk memahami sifat partikel dan gelombang radiasi. Hal ini membuktikan sifat ganda radiasi. Lebih lanjut, berdasarkan analogi, Louis de Broglie memperluas konsep yang sama ke partikel yang bergerak dan mengajukan hipotesis yang menunjukkan sifat gelombang dari partikel yang bergerak. Eksperimen difraksi membuktikan sifat gelombang dari partikel yang bergerak. Berbagai upaya berhasil mengetahui besaran yang berbeda terkait dengan gelombang yang diasosiasikan dengan partikel yang disebut gelombang materi. Irwin Schrodinger menyusun persamaan diferensial untuk partikel yang bergerak yang menerapkan hipotesis de Broglie. Persamaan gelombang Schrodinger disusun untuk partikel terikat dan partikel bebas. Solusi selanjutnya membuktikan bahwa energi partikel terikat terkuantisasi dan energi partikel bebas bersifat kontinu.

LATIHAN SOAL

1. Jelaskan distribusi energi dalam spektrum radiasi benda hitam?
2. Jelaskan hukum distribusi Wien dan Hukum Rayleigh–Jeans.
3. Jelaskan Hukum Planck tentang radiasi benda hitam.
4. Reduksi Hukum Planck menjadi hukum Wien dan hukum Rayleigh–Jeans.
5. Jelaskan Efek Compton. Sebutkan signifikansi fisiknya.
6. Jelaskan Dualisme partikel gelombang.
7. Nyatakan dan Jelaskan hipotesis de Broglie.
8. Apa itu gelombang materi dan sebutkan sifat-sifatnya.
9. Turunkan hubungan antara kecepatan Fase dan kecepatan Grup.
10. Turunkan hubungan antara kecepatan Grup dan kecepatan Partikel.
11. Nyatakan dan Jelaskan prinsip ketidakpastian Heisenberg. Sebutkan signifikansi fisiknya.
12. Jelaskan mengapa elektron tidak dapat berada di dalam inti?
13. Apa itu fungsi gelombang? Sebutkan sifat-sifat dasarnya.
14. Turunkan persamaan gelombang Schrodinger yang tidak bergantung Waktu untuk partikel yang bergerak dalam tiga dimensi.
15. Berikan interpretasi fisik fungsi gelombang?
16. Jelaskan fungsi Eigen dan nilai Eigen.
17. Bahas gerak partikel dalam sumur potensial satu dimensi dengan tinggi tak terhingga.
18. Bahas energi partikel bebas menggunakan persamaan Schrodinger yang tidak bergantung waktu.

Latihan Soal Tambahan

1. Sinar-X dengan panjang gelombang $0,75 \text{ \AA}$ dihamburkan dari target pada sudut 45° . Hitung panjang gelombang sinar-X yang dihamburkan.

2. Hitung momentum partikel dan panjang gelombang de Broglie yang terkait dengan elektron dengan energi kinetik 1,5 keV.
3. Hitung panjang gelombang yang terkait dengan elektron yang memiliki energi kinetik 100 eV.
4. Hitung panjang gelombang de Broglie yang terkait dengan elektron yang membawa energi 2000 eV.
5. Temukan energi neutron dalam eV yang panjang gelombang de Broglie-nya adalah 1 Å.
6. Hitung panjang gelombang de Broglie yang berkaitan dengan neutron bermassa $1,674 \times 10^{-27}$ kg dengan $\frac{1}{10}$ bagian kecepatan cahaya.
7. Hitung panjang gelombang de Broglie yang berkaitan dengan elektron yang kecepatannya 0,01 bagian kecepatan cahaya.
8. Berapakah panjang gelombang de Broglie dari sebuah proton yang energinya 3eV jika massa proton adalah $1,67 \times 10^{-27}$ kg.
9. Cari energi kinetik dan kecepatan grup dari sebuah elektron dengan panjang gelombang de Broglie 0,2nm.
10. Hitung panjang gelombang de Broglie dari partikel bermassa $0,65 \frac{M e V}{c^2}$ yang memiliki energi kinetik 80eV.
11. Cari panjang gelombang de Broglie dari partikel bermassa $0,58 \frac{M e V}{c^2}$ yang memiliki energi kinetik 90eV. Di mana c adalah kecepatan cahaya.
12. Partikel bermassa $940 \frac{M e V}{c^2}$ memiliki energi kinetik 0,5 keV. Tentukan panjang gelombang de Broglie-nya, di mana c adalah kecepatan cahaya.
13. Tentukan panjang gelombang de Broglie elektron yang dipercepat melalui beda potensial 182 V dan benda bermassa 1 kg yang bergerak dengan kecepatan 1 ms^{-1} . Bandingkan hasilnya dan berikan komentar.
14. Tentukan posisi dan momentum elektron dengan energi 0,5 keV. Berapa persentase ketidakpastian minimum momentumnya jika ketidakpastian dalam pengukuran posisi adalah $0,5 \text{ \AA}$.
15. Kecepatan elektron diukur dengan ketidakpastian $2,2 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$ dalam satu dimensi. Berapa lebar minimum yang dibutuhkan elektron agar terkurung dalam atom?
16. Perkirakan waktu yang dihabiskan oleh atom dalam keadaan tereksitasi selama proses eksitasi dan de-eksitasi, ketika garis spektrum dengan panjang gelombang 546nm dan lebar 10^{-14} m dipancarkan.
17. Sebuah elektron terkurung dalam kotak dengan panjang 10^{-9} m , hitung ketidakpastian minimum dalam kecepatannya.
18. Posisi dan momentum elektron 1 keV ditentukan secara bersamaan. Jika posisinya berada dalam 1 \AA , temukan ketidakpastian dalam penentuan momentumnya.
19. Garis spektrum dengan panjang gelombang 4000 \AA memiliki lebar $8 \times 10^{-5} \text{ \AA}$. Evaluasi waktu minimum yang dihabiskan oleh elektron dalam keadaan energi atas antara proses eksitasi dan de-eksitasi.

20. Ketidakpastian inheren dalam pengukuran waktu yang dihabiskan oleh inti Iridium 191 dalam keadaan tereksitasi ditemukan sebesar $1,4 \times 10^{-10}$ s. Perkirakan ketidakpastian yang menghasilkan energinya dalam eV dalam keadaan tereksitasi.
21. Sebuah elektron terikat dalam sumur potensial satu dimensi dengan lebar 0,18 nm. Temukan nilai energi dalam eV dari keadaan tereksitasi kedua.
22. Energi keadaan tereksitasi pertama sebuah elektron dalam sumur tak terhingga adalah 240 eV. Berapa energi keadaan dasarnya ketika lebar sumur potensial digandakan?
23. Sebuah partikel kuantum yang dibatasi pada kotak satu dimensi dengan lebar a berada dalam keadaan tereksitasi pertamanya. Berapa probabilitas menemukan partikel tersebut pada interval $\frac{a}{2}$ yang ditandai secara simetris di tengah kotak.

BAB 9 LASER DAN APLIKASINYA

9.1 PENDAHULUAN

LASER adalah akronim untuk *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*. LASER adalah berkas cahaya yang sangat monokromatik, sangat koheren, sangat terarah, dan berintensitas tinggi. LASER pertama kali dibuat oleh Theodore H Maiman pada tahun 1960. Dengan demikian, LASER memiliki berbagai aplikasi mulai dari industri hingga komunikasi.

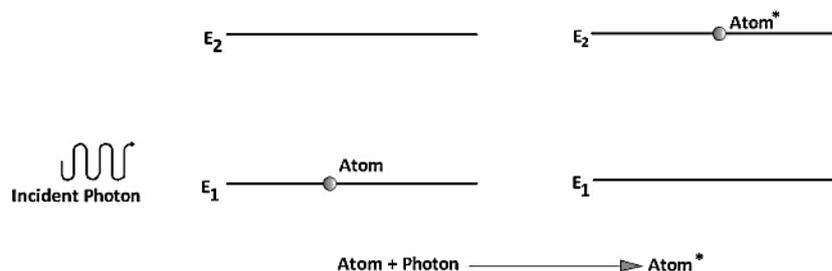
9.2 INTERAKSI RADIASI DENGAN MATERI

Interaksi antara radiasi dan materi terjadi melalui tiga proses berikut.

1. Penyerapan terinduksi
2. Emisi spontan
3. Emisi terinduksi

Penyerapan Terinduksi

Ketika foton berenergi tepat mengenai atom, foton tersebut diserap. Proses ini diinduksi oleh foton dan karenanya disebut Penyerapan Terinduksi.



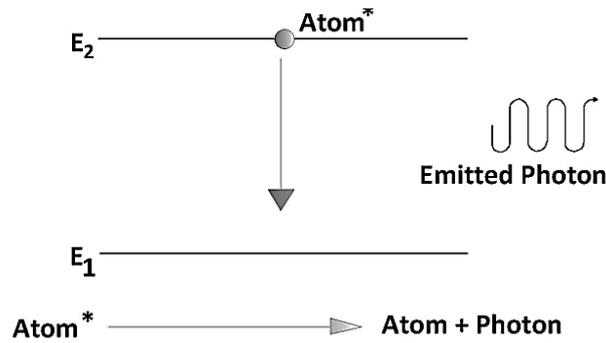
Gambar 9.1: Penyerapan terinduksi

Pertimbangkan sebuah atom dalam keadaan energi yang lebih rendah E_1 , ia akan tereksitasi ke keadaan energi yang lebih tinggi E_2 dengan menyerap foton yang datang dengan energi $E = h\nu = E_2 - E_1$. Di sini E_1 adalah energi keadaan energi yang lebih rendah, E_2 adalah energi keadaan energi yang lebih tinggi, h adalah konstanta Planck, ν adalah frekuensi foton.

Emisi Spontan

Emisi spontan adalah proses emisi foton, ketika sebuah atom berpindah dari tingkat energi yang lebih tinggi ke tingkat energi yang lebih rendah tanpa pengaruh energi eksternal apa pun.

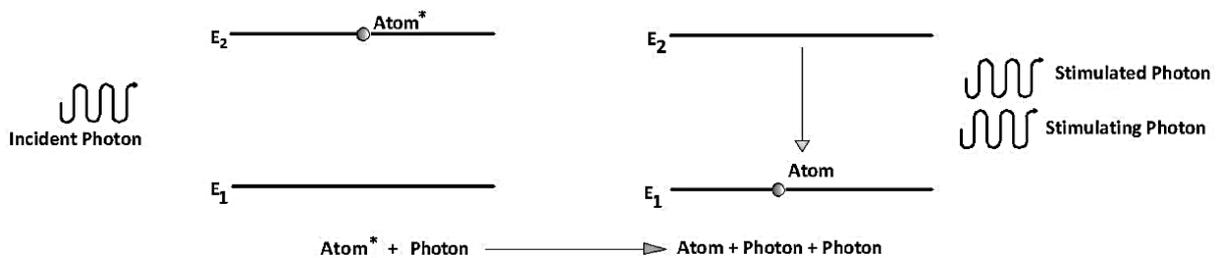
Sebuah elektron dalam keadaan energi yang lebih tinggi dari sebuah atom melakukan transisi ke keadaan energi yang lebih rendah tanpa tindakan dari agen eksternal apa pun. Energi foton yang dipancarkan diberikan oleh $E = h\nu = E_2 - E_1$. Dalam proses ini, foton yang dipancarkan tidak perlu bergerak ke arah yang sama. Jadi, berkas cahaya tidak terarah.



Gambar 9.2: Emisi spontan

Emisi Terstimulasi

Ketika sebuah foton dengan energi yang sesuai berinteraksi dengan sebuah atom dalam keadaan energi yang lebih tinggi, maka atom tersebut terstimulasi (Terpaksa) untuk melakukan transisi dari keadaan energi yang lebih tinggi ke keadaan energi yang lebih rendah dengan emisi foton. Baik foton yang datang maupun foton yang dipancarkan bersifat koheren dan bergerak ke arah yang sama. Jadi, proses ini disebut emisi terstimulasi.

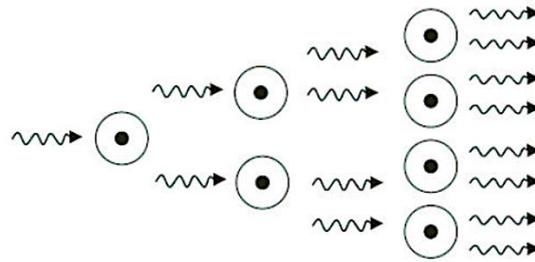


Gambar 9.3: Emisi terstimulasi

Ketika foton berenergi $h\nu = E_2 - E_1$ berinteraksi dengan atom dalam keadaan energi yang lebih tinggi, emisi terstimulasi terjadi dengan emisi dua foton berenergi sama yang sangat terarah dan koheren. Dengan demikian, emisi terstimulasi dapat digunakan untuk menghasilkan berkas cahaya terarah yang sangat koheren.

9.3 KONDISI SISTEM LASER

Pertimbangkan sistem LASER. Misalkan atom dalam keadaan tereksitasi distimulasi oleh foton berenergi tepat sehingga atom tersebut membuat emisi terstimulasi. Dua foton koheren diperoleh. Kedua foton koheren ini jika menstimulasi dua atom dalam keadaan keluar untuk membuat emisi maka empat foton koheren dipancarkan. Keempat foton koheren ini menstimulasi 4 atom lagi dalam keadaan tereksitasi yang menghasilkan 8 foton koheren dan seterusnya. Saat proses berlanjut, jumlah foton koheren meningkat. Foton-foton koheren ini membentuk berkas LASER yang kuat. Fenomena penumpukan sejumlah foton koheren sehingga menghasilkan berkas LASER yang kuat disebut aksi lasing.



Gambar 9.4: Aksi LASER

Aksi LASER dapat dicapai melalui kondisi inversi populasi dan keadaan metastabil.

Inversi populasi & keadaan metastabil

Inversi populasi

Jika suatu sistem berada dalam kesetimbangan termal, jumlah atom dalam keadaan tereksitasi lebih sedikit daripada jumlah atom dalam keadaan energi yang lebih rendah. Untuk produksi LASER, jumlah emisi terstimulasi harus lebih banyak jika dibandingkan dengan penyerapan terinduksi dan emisi spontan. Hal ini hanya mungkin terjadi jika jumlah atom dalam keadaan energi yang lebih tinggi lebih banyak daripada jumlah atom dalam keadaan energi yang lebih rendah dan disebut inversi populasi. Cara untuk mencapai inversi populasi dengan memasok energi dari sumber yang sesuai disebut Pemompaan. Selain itu, untuk memiliki lebih banyak emisi terstimulasi, waktu hidup atom dalam keadaan tereksitasi harus lebih lama. Dengan demikian, kondisi penting untuk inversi populasi adalah

1. Keadaan energi yang lebih tinggi harus memiliki waktu hidup yang lebih lama.
2. Jumlah atom dalam keadaan energi yang lebih tinggi harus lebih besar daripada jumlah atom dalam keadaan energi yang lebih rendah.

Keadaan metastabil

Waktu hidup suatu tingkat energi adalah sekitar 10^{-8} detik. Jika suatu atom memiliki waktu hidup yang lebih lama dalam suatu keadaan energi, keadaan tersebut disebut sebagai keadaan metastabil. Biasanya waktu hidup keadaan metastabil bervariasi dari 10^{-2} s hingga 10^{-3} s. Inversi populasi dapat dicapai dengan bantuan tiga keadaan energi dengan salah satunya adalah keadaan metastabil dan seperti yang ditunjukkan pada gambar 9.5. Inversi populasi dicapai antara keadaan E_2 dan E_1 karena keadaan E_2 adalah keadaan metastabil.

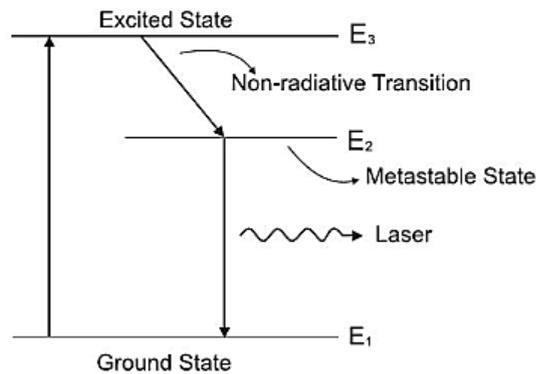
Catatan: Prinsip Laser adalah

1. Emisi Terstimulasi
2. Inversi Populasi
3. Keadaan Metastabil

Prasyarat sistem LASER

Tiga prasyarat sistem LASER adalah,

1. Sumber eksitasi untuk aksi pemompaan
2. Media aktif yang mendukung keadaan metastabil
3. Rongga LASER



Gambar 9.5: Inversi populasi, E_2 adalah keadaan metastabil

Pemompaan

Untuk mencapai inversi populasi, semakin banyak atom yang harus dipindahkan ke keadaan energi yang lebih tinggi dan ini disebut pemompaan. Ini dicapai dengan memasok energi yang sesuai menggunakan sumber energi. Jika energi optik digunakan maka pemompaan disebut pemompaan optik dan jika energi listrik digunakan maka pemompaan disebut pemompaan listrik.

Media aktif

Inversi populasi terjadi pada tahap tertentu dalam media aktif karena penyerapan energi. Media aktif mendukung keadaan metastabil. Setelah tahap ini, media aktif mampu memancarkan cahaya LASER.

Rongga resonansi (atau) rongga LASER

Rongga LASER terdiri dari media aktif yang terikat di antara dua cermin yang sangat paralel. Pantulan foton dari cermin membuat beberapa lintasan foton melalui media aktif yang menyebabkan emisi terstimulasi semakin banyak. Dengan demikian, amplifikasi cahaya tercapai. Hal ini juga membantu untuk memanfaatkan bagian tertentu dari energi LASER yang diizinkan dari media aktif. Rongga beresonansi dan output akan maksimal ketika jarak L antara cermin sama dengan kelipatan integral $\frac{\lambda}{2}$.

9.4 KOEFISIEN A DAN B EINSTEIN DAN EKSPRESI UNTUK KERAPATAN ENERGI

Pertimbangkan sistem yang mengandung N atom dan berada dalam kesetimbangan termal. Misalkan E_1 dan E_2 adalah tingkat energi yang lebih rendah dan lebih tinggi yang masing-masing mengandung N_1 dan N_2 jumlah atom. Misalkan kerapatan energi insiden radiasi adalah E_ν . Oleh karena itu, sistem menyerap dan memancarkan energi melalui proses berikut. Energi foton yang diserap dan dipancarkan oleh atom adalah $E = h\nu = E_2 - E_1$

Laju penyerapan terinduksi

Laju penyerapan terinduksi didefinisikan sebagai jumlah penyerapan terinduksi per detik per satuan volume dalam satuan waktu. Laju penyerapan bergantung pada

1. Jumlah atom dalam keadaan energi rendah E_1 .
2. Kepadatan energi insiden E_ν .

Oleh karena itu

1. Laju penyerapan yang diinduksi $\propto N_1 E_\nu$
2. Laju penyerapan terinduksi $= B_{12} N_1 E_\nu$

Di sini B_{12} adalah konstanta proporsionalitas yang disebut koefisien penyerapan terinduksi Einstein.

Laju emisi spontan:

Jumlah emisi spontan per satuan volume dalam satuan waktu disebut laju emisi spontan. Karena emisi spontan adalah proses sukarela, ia tidak bergantung pada kerapatan energi E_ν . Laju emisi spontan hanya bergantung pada jumlah atom dalam keadaan energi yang lebih tinggi N_2 . Jadi

1. Laju emisi spontan $\propto N_2$
2. Laju emisi spontan $= A_{21} N_2$

Di sini A_{21} adalah konstanta proporsionalitas yang disebut koefisien emisi spontan Einstein.

Laju emisi terstimulasi

Jumlah emisi terstimulasi per satuan volume dalam satuan waktu disebut laju emisi terstimulasi. Laju emisi terstimulasi bergantung pada,

1. Jumlah atom dalam keadaan energi yang lebih tinggi (N_2)
2. Kerapatan energi (E_ν).

Oleh karena itu

1. Laju emisi terstimulasi $\propto N_2 E_\nu$
2. Laju emisi terstimulasi $= B_{21} N_2 E_\nu$

Di sini konstanta proporsionalitas yang disebut B_{21} adalah koefisien emisi terstimulasi Einstein.

Dalam Keseimbangan Termal, total Energi Sistem tetap tidak berubah. Oleh karena itu Laju Penyerapan sama dengan laju emisi.

\therefore Laju Penyerapan Terinduksi = [Laju emisi Spontan + Laju Emisi Terstimulasi]

$$B_{12} N_1 E_\nu = A_{21} N_2 + B_{21} N_2 E_\nu \quad (9.2)$$

$$(B_{12} N_1 - B_{21} N_2) E_\nu = A_{21} N_2$$

$$E_\nu = \frac{A_{21} N_2}{B_{12} N_1 - B_{21} N_2} \quad (9.3)$$

$$E_\nu = \frac{A_{21}}{B_{12} \frac{N_1}{N_2} - B_{21}} \quad (9.4)$$

$$E_\nu = \frac{A_{21}}{B_{21}} \left[\frac{1}{\frac{B_{12}}{B_{21}} \frac{N_1}{N_2} - 1} \right] \quad (9.5)$$

Menurut hubungan Boltzmann kita memiliki

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{h\nu}{kT}} \quad (9.6)$$

atau kita dapat menulis ulang sebagai,

$$\frac{N_1}{N_2} = e^{\frac{h\nu}{kT}} \quad (9.7)$$

Di sini h adalah konstanta Planck, c adalah kecepatan cahaya dalam ruang hampa, λ adalah panjang gelombang foton, k adalah konstanta Boltzmann dan T adalah suhu absolut. Substitusikan $\frac{N_1}{N_2}$ pada persamaan 9.5

$$E_\nu = \frac{A_{21}}{B_{21}} \left[\frac{1}{\frac{B_{12}}{B_{21}} \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} \right) - 1} \right] \quad (9.8)$$

Menurut hukum radiasi Planck, persamaan untuk kerapatan energi dalam domain frekuensi diberikan oleh

$$E_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \left[\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \right] \quad (9.9)$$

dengan membandingkan persamaan 9.8 dan 9.9 kita bisa mendapatkan

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \quad (9.10)$$

Dan

$$\frac{B_{12}}{B_{21}} = 1 \quad (9.11)$$

atau $B_{12} = B_{21}$

Ini berarti bahwa Probabilitas penyerapan yang diinduksi sama dengan Probabilitas emisi yang distimulasi. Oleh karena itu A_{21} & B_{21} dapat digantikan oleh A & B . Dengan demikian persamaan 9.8 dapat ditulis sebagai

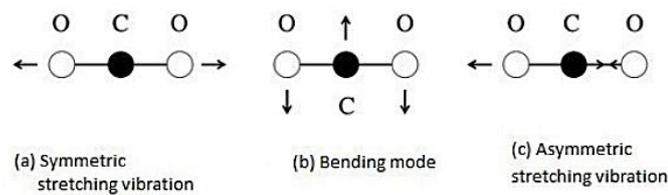
$$E_\nu = \frac{A}{B} \left[\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \right] \quad (9.12)$$

Oleh karena itu, ekspresi untuk kerapatan energi dalam bentuk koefisien Einstein A dan B.

9.5 KONSTRUKSI DAN CARA KERJA LASER CO₂

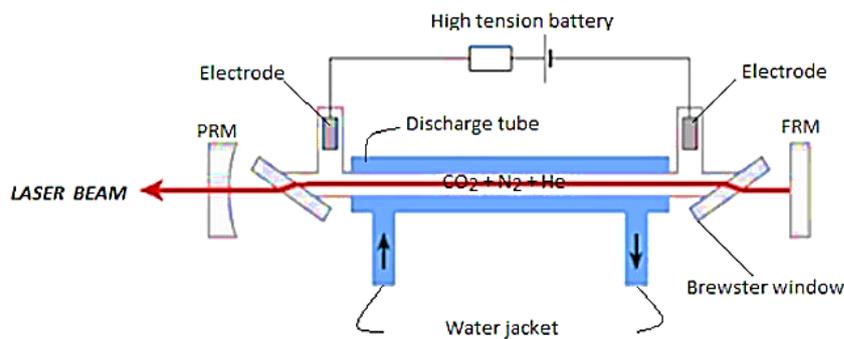
Ini adalah LASER gas molekuler dan dirancang oleh Dr. C.K.N. Patel dari laboratorium BELL pada tahun 1963. Dalam LASER molekuler, aksi laser terjadi antara tingkat energi getaran-rotasi molekul. Ia beroperasi di wilayah IR tengah. Ini adalah LASER empat tingkat yang menghasilkan bentuk gelombang keluaran kontinu dan berdenyut. Ia memiliki efisiensi yang sangat tinggi hingga 30%. Ia banyak digunakan dalam aplikasi industri dan medis.

Molekul CO₂ memiliki satu atom karbon yang dikelilingi oleh dua atom oksigen yang terletak secara simetris. Molekul CO₂ dapat bergetar dalam 3 mode berbeda. Dalam setiap mode, pusat gravitasinya tetap sama.

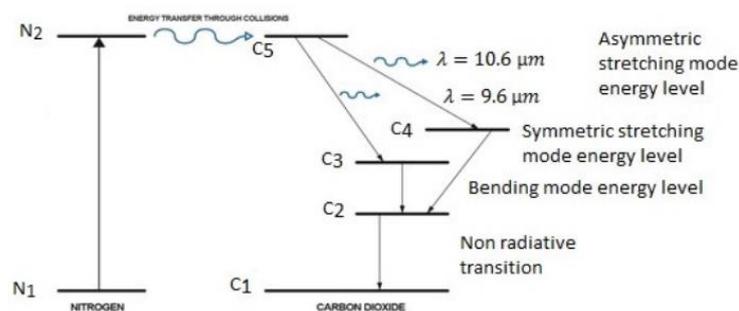


Gambar 9.6: Mode getaran

Konstruksi: LASER gas CO₂ yang umum seperti yang ditunjukkan pada gambar. Terdiri dari tabung pelepasan panjang dan sempit berdiameter 2,5 cm dan panjang sekitar 5 m yang terbuat dari kuarsa yang menyatu. Tabung dijaga tetap dingin & diisi dengan media aktif, campuran gas CO₂, N₂ & He dalam rasio 1:2:3. Kadang-kadang, uap air ditambahkan untuk mengoksidasi ulang. Bergantung pada penggunaan, tegangan AC atau DC diterapkan di antara elektroda untuk menyediakan pemompaan pelepasan listrik. Jendela Brewster memolarisasi sinar LASER.



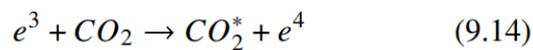
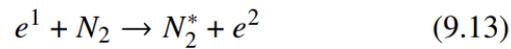
Gambar 9.7 LASER Karbon Dioksida



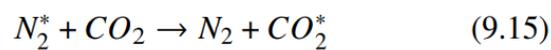
Gambar 9.8: Diagram tingkat energi LASER CO₂

Cara kerja:

Ketika tegangan DC tinggi disalurkan ke elektroda, terjadi pelepasan gas. Selama pelepasan, elektron bertabrakan dengan molekul N_2 dan CO_2 . Dengan demikian, molekul menyerap energi dan tereksitasi ke tingkat energi yang lebih tinggi. Ini disebut Tumbukan Jenis Pertama.



Karena tingkat energi yang lebih tinggi dari molekul Nitrogen N_2 cocok dengan salah satu tingkat getaran-rotasi C_5 dari CO_2 , maka terjadilah perpindahan energi secara resonansi. Ini disebut sebagai Tumbukan Jenis Kedua.



Karena pelepasan berkelanjutan, inversi populasi tercapai antara level C_5 dan C_4 juga antara level C_5 & C_3 seperti yang ditunjukkan dalam diagram level energi. Transisi dari C_5 ke C_4 dan C_3 menghasilkan emisi LASER dengan panjang gelombang masing-masing $10,6\mu\text{m}$ dan $9,6\mu\text{m}$ di wilayah IR spektrum EM. Sistem menjadi panas karena transisi non-radiatif selama aksi LASER.

Keuntungan

1. Menghasilkan keluaran LASER berkelanjutan dan berdenyut.
2. Memiliki efisiensi tinggi dibandingkan dengan perangkat LASER lainnya

Aplikasi:

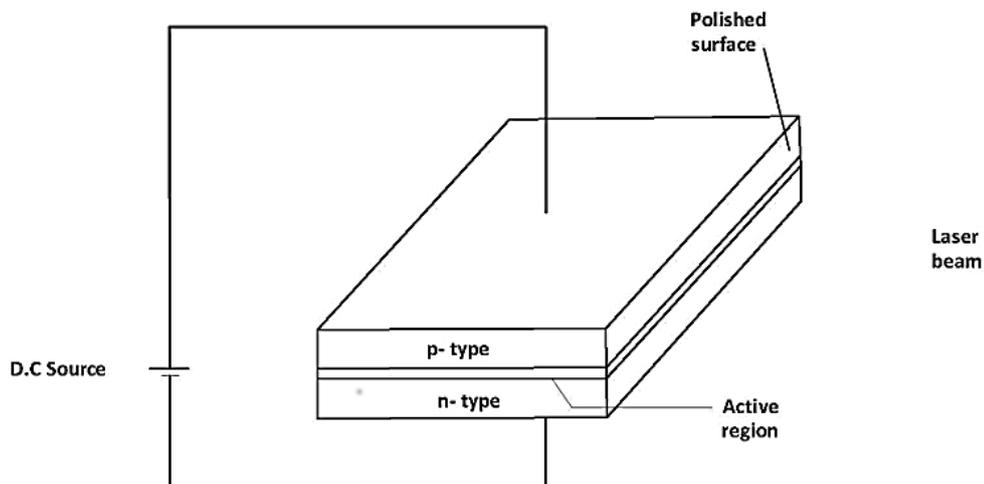
1. Digunakan dalam aplikasi industri seperti pengelasan, pemotongan, pengeboran, dll.
2. Digunakan dalam LIDAR karena redaman atmosfer minimum.
3. Dapat diaplikasikan dalam sistem komunikasi.

9.6 LASER SEMIKONDUKTOR ATAU LASER DIODA**Pendahuluan**

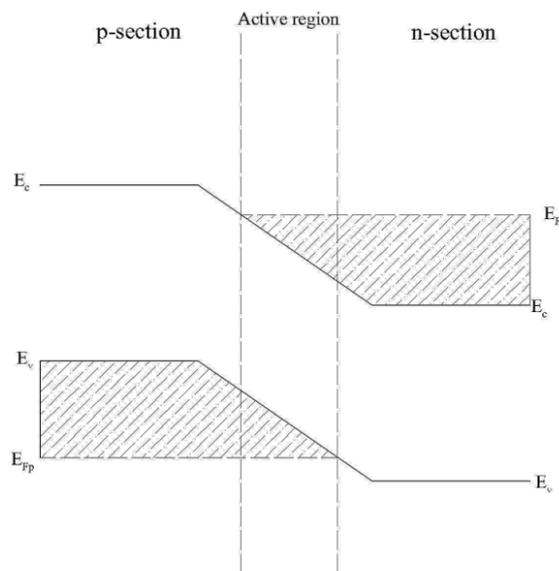
LASER dioda semikonduktor adalah LED dengan bagian P dan N yang sangat terdoping. Semikonduktor LASER pertama dibuat pada tahun 1962 menggunakan $Ga - As$ oleh Hall bersama rekan kerjanya. Ini adalah LASER berbiaya rendah dan berefisiensi tinggi.

Konstruksi

Dioda LASER $Ga - As$ termasuk semikonduktor celah pita langsung. Bagian n diperoleh dengan mendoping substrat dengan Tellurium dan bagian p diperoleh dengan mendoping substrat dengan Zinc. Dioda yang digunakan berbentuk kubus dengan dimensi $0,4$ mm. Daerah penipisan memiliki ketebalan $0,1$ mikrometer dan terletak horizontal seperti yang ditunjukkan pada gambar 9.9. Arus dialirkan melalui kontak ohmik yang disediakan pada permukaan atas dan bawah. Permukaan depan dan belakang dipoles dan dibuat sangat sejajar satu sama lain untuk memiliki rongga LASER. Dua permukaan lainnya dikasar.



Gambar 9.9: Dioda Semikonduktor LASER



Cara Kerja

Dioda dibias maju menggunakan sumber eksternal. Oleh karena itu elektron dan lubang mengalir melintasi sambungan. Oleh karena itu arus mengalir melalui dioda. Ketika lubang bertemu elektron, ia bergabung kembali dengan elektron yang memancarkan foton. Ini dapat dianggap sebagai transisi elektron dari pita konduksi ke pita valensi. Ketika arus rendah, emisi spontan lebih dominan. Jika arus cukup tinggi, inversi populasi tercapai. Foton yang dibebaskan pada awalnya karena emisi spontan menginduksi emisi terstimulasi lebih lanjut. Rongga LASER membantu dalam amplifikasi cahaya. Akhirnya, ini menghasilkan longsor foton dan karenanya aksi LASER tercapai. Jika semikonduktor $Ga - As$ digunakan, maka panjang gelombang LASER yang dipancarkan adalah 840nm.

Keuntungan

1. Memiliki efisiensi yang sangat baik
2. Output dapat dimodulasi
3. Menghasilkan output gelombang kontinu atau output berdenyut.

4. Sangat ekonomis

Aplikasi

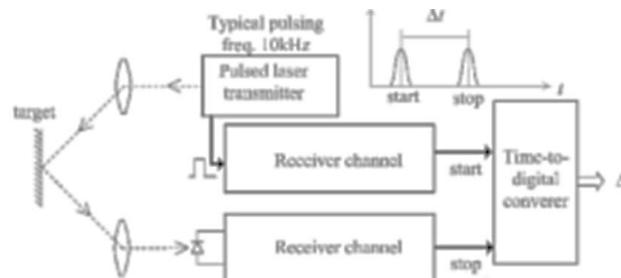
1. Digunakan dalam komunikasi serat optik.
2. Digunakan dalam perekaman dan pembacaan CD komersial.

9.7 APLIKASI LASER

LASER memiliki berbagai macam aplikasi yang berkaitan dengan semua disiplin ilmu teknik. Dalam silabus ini, hanya dua aplikasi yang dibahas yang berkaitan dengan pertahanan dan penyimpanan data.

Aplikasi LASER dalam pertahanan - Pencari Jarak LASER

Pencarian jarak adalah mencari jarak lokasi objek yang akurat dari tempat referensi. Pencari jarak diperlukan untuk menjatuhkan tank musuh selama perang. Pencari jarak harus dilakukan dengan akurasi yang sangat tinggi agar peluru mengenai dan menghancurkan tank musuh dengan sukses. Karena sinar LASER memiliki intensitas dan arah yang tinggi, sinar ini sangat cocok untuk pendeteksian jarak. Sinar ini dapat menempuh jarak beberapa kilometer dengan kehilangan intensitas yang sangat rendah dan divergensi yang sangat rendah. Pencari jarak LASER yang menggunakan LASER neodymium dan karbon dioksida telah menjadi barang standar untuk artileri dan tank.



Gambar 9.10: Alat Pencari Jarak LASER

Diagram skema alat pencari jarak LASER yang umum ditunjukkan pada gambar 9.10. Alat pencari jarak LASER bekerja berdasarkan prinsip radar dan disebut LIDAR yang merupakan singkatan dari Light Detection and Ranging. Alat ini memanfaatkan sifat karakteristik sinar LASER, yaitu monokromatisitas, intensitas tinggi, koherensi, dan direksionalitas. Pulsa terkolimasi dari sinar LASER diarahkan ke target dan cahaya pantulan dari target diterima oleh sistem optik dan dideteksi. Waktu yang dibutuhkan sinar LASER untuk perjalanan bolak-balik dari pemancar ke target diukur. Ketika separuh waktu yang terekam dikalikan dengan kecepatan cahaya, hasilnya adalah jarak.

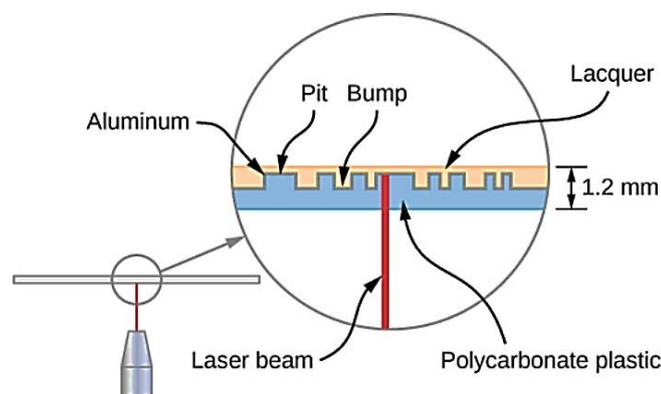
Keunggulan

Keunggulan pengukur jarak LASER dibandingkan pengukur jarak konvensional.

1. Bobotnya ringan.
2. Keandalannya tinggi.
3. Jangkauannya lebih unggul.

Aplikasi LASER dalam Teknik - Penyimpanan Data

Penyimpanan data dengan kepadatan lebih tinggi dimungkinkan dengan menggunakan teknik optik. Media penyimpanan umumnya berupa lapisan tipis logam (Aluminium) yang sifat optiknya berubah saat disinari dengan LASER tulis yang kuat. Lapisan polikarbonat melindungi lapisan Aluminium agar tidak terpapar atmosfer. LASER baca yang kurang kuat membaca perubahan sifat optik sebagai informasi yang dibutuhkan. Karena sinar LASER dapat difokuskan pada titik-titik yang diameternya lebih kecil dari satu mikrometer, dibutuhkan kurang dari satu mikrometer persegi untuk merekam satu bit informasi. Oleh karena itu, 100 juta bit data dapat disimpan per cm persegi. Video LASER dan cakram padat adalah contoh media penyimpanan data semacam itu di pasar hiburan.



Gambar 9.11: Tampilan penampang melintang CD

Media optik menawarkan keuntungan berikut untuk menyimpan data dibandingkan cakram magnetik konvensional:

1. Kapasitas penyimpanan massal (dalam orde gigabyte)
2. Biaya penyimpanan per bit rendah
3. Stabilitas data tinggi

LATIHAN SOAL

1. Apa itu LASER? Bahas kemungkinan cara interaksi radiasi dan materi dapat terjadi.
2. Jelaskan istilah-istilah, (i) Penyerapan terinduksi, (ii) Emisi spontan, (iii) Emisi terstimulasi, (iv) Inversi populasi, (v) Keadaan metastabil & (vi) Rongga resonansi.
3. Jelaskan syarat-syarat sistem LASER.
4. Bahas kondisi untuk aksi Lasing.
5. Dapatkan ekspresi untuk kerapatan energi radiasi dalam bentuk Koefisien Einstein.
6. Jelaskan konstruksi LASER CO₂ & Jelaskan cara kerjanya dengan bantuan diagram tingkat energi. Bahas berbagai mode getaran.
7. Apa itu LASER Semikonduktor? Jelaskan dengan diagram pita energi konstruksi & cara kerja LASER dioda Semikonduktor beserta aplikasinya.
8. Jelaskan bagaimana penyimpanan data dicapai dalam discs kompak.
9. Jelaskan bagaimana pencari jarak LASER digunakan dalam pertahanan.

10. Sebutkan aplikasi LASER.

Latihan Soal Tambahan

1. Carilah rasio populasi dua tingkat energi dalam LASER jika transisi di antara keduanya menghasilkan cahaya dengan panjang gelombang 6493 Å, dengan asumsi suhu sekitar 27°C.
2. Carilah rasio populasi dua tingkat energi dalam medium pada kesetimbangan termal, jika panjang gelombang cahaya yang dipancarkan pada 291 K adalah 6928 Å.
3. Rasio populasi dua tingkat energi yang salah satunya berkorespondensi dengan keadaan metastabil adalah $1,059 \times 10^{-30}$. Carilah panjang gelombang cahaya yang dipancarkan pada 330 K.
4. Carilah rasio populasi dua tingkat energi dalam medium pada kesetimbangan termal, jika panjang gelombang cahaya yang dipancarkan pada 300 K adalah 10 μm. Carilah juga suhu efektif ketika tingkat-tingkat energi berpopulasi sama.
5. Daya keluaran rata-rata sinar LASER dengan panjang gelombang 6500 Å adalah 10 mW. Temukan jumlah foton yang dipancarkan per detik oleh sumber LASER.
6. Daya rata-rata sinar LASER dengan panjang gelombang 6328 Å adalah 5 mW. Temukan jumlah foton yang dipancarkan per detik oleh sumber LASER.
7. LASER berdenyut memiliki daya keluaran rata-rata 1,5 mW per pulsa dan durasi pulsa adalah 20 ns. Jumlah foton yang dipancarkan per pulsa diperkirakan $1,047 \times 10^8$. Temukan panjang gelombang LASER yang dipancarkan.
8. LASER berdenyut dengan daya 1 mW berlangsung selama 10 ns. Jika jumlah foton yang dipancarkan per pulsa adalah 5×10^7 . Hitunglah panjang gelombang LASER.
9. LASER Ruby memancarkan pulsa berdurasi 20 ns dengan daya rata-rata per pulsa sebesar 100 kW. Jika jumlah foton dalam setiap pulsa adalah $6,981 \times 10^{15}$, hitunglah panjang gelombang foton.
10. Dalam sistem LASER ketika perbedaan energi antara dua tingkat energi adalah 2×10^{-19} J, daya keluaran rata-rata sinar LASER adalah 4 mW. Hitunglah jumlah foton yang dipancarkan per detik.
11. Tentukanlah jumlah mode gelombang berdiri dan pemisahan frekuensinya dalam rongga resonansi sepanjang 1 m, dalam LASER He-Ne yang beroperasi pada panjang gelombang 6328 Å.
12. Hitunglah rasio i) koefisien Einstein $\left(\frac{A_{21}}{B_{12}}\right)$ ii) terstimulasi terhadap emisi spontan untuk panjang gelombang 1,39 μm pada suhu 300 K.
13. Sebuah LASER semikonduktor memiliki radiasi emisi puncak pada panjang gelombang 1,24 μm. Berapakah nilai celah pita dalam eV?

BAB 10

TEORI ELEKTRON BEBAS KUANTUM PADA LOGAM

Tujuan dari bab ini adalah untuk memahami konduksi elektronik dalam padatan menggunakan teori kuantum. Konduktor menghantarkan arus listrik. Pengamatan eksperimental konduksi elektronik harus dijelaskan. Semikonduktor adalah material yang memiliki sifat konduksi elektronik yang menarik juga dipelajari dalam bab ini. Dielektrik adalah isolator yang mengubah medan listrik di mana mereka ditempatkan. Mereka digunakan dalam berbagai macam aplikasi.

10.1 TEORI ELEKTRON BEBAS KLASIK

Pendahuluan

Untuk menjelaskan konduktivitas listrik dalam logam, Lorentz dan Drude mengajukan teori yang disebut teori elektron bebas klasik pada logam. Menurut teori ini, elektron bebas dalam logam menyerupai molekul gas yang tertutup dalam sebuah ruangan. Dengan demikian, elektron bebas memiliki lintasan bebas rata-rata, waktu tumbukan rata-rata, kecepatan akar kuadrat rata-rata (kecepatan termal). Ketika medan listrik diterapkan, elektron mengalami pergeseran ke arah yang berlawanan dengan medan listrik. Kecepatan rata-rata yang diperoleh oleh elektron bebas dalam arah yang berlawanan dengan medan listrik disebut kecepatan pergeseran. Elektron memiliki waktu relaksasi

Ekspresi untuk konduktivitas listrik

Berdasarkan teori elektron bebas klasik logam, sebuah ekspresi diturunkan untuk konduktivitas listrik logam menggunakan persamaan $J = \sigma E$ dan $I = neAv_d$. Di sini σ adalah konduktivitas listrik, n adalah kerapatan jumlah elektron, A adalah luas penampang konduktor, J adalah kerapatan arus, E adalah kekuatan medan listrik yang diterapkan dan I adalah kekuatan arus listrik. Ekspresi untuk konduktivitas listrik diberikan oleh

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m} \Omega^{-1}m \quad (10.1)$$

Menggantikan $\tau = \frac{\lambda}{\bar{c}}$

$$\sigma = \frac{ne^2\lambda}{m\bar{c}} \quad (10.2)$$

Menggantikan $\bar{c} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$ kita mendapatkan

$$\sigma = \frac{ne^2\lambda}{\sqrt{3kmT}} \quad (10.3)$$

Konsentrasi elektron bebas atau kerapatan jumlah elektron bebas n dapat dihitung menggunakan kerapatan material D dan berat molekul material A . Hal ini diberikan oleh persamaan berikut.

$$n = \frac{NN_A D}{A} m^{-3} \quad (10.4)$$

Di sini N adalah jumlah elektron bebas per atom dalam logam, N_A adalah bilangan Avogadro per *kmole*, D adalah kerapatan material dalam kgm^{-3} dan A adalah berat molekul material.

Kegagalan teori elektron bebas klasik pada logam

Teori elektron bebas klasik pada logam berhasil menjelaskan fakta-fakta tertentu yang diamati secara eksperimental tentang konduksi elektronik dalam padatan dan konduktivitas termal. Teori ini gagal menjelaskan pengamatan eksperimental tertentu lainnya. Berikut ini adalah kegagalan teori elektron bebas klasik pada logam.

Ketergantungan σ pada suhu

Menurut teori elektron bebas klasik pada logam, konduktivitas listrik σ berbanding terbalik dengan akar kuadrat suhu (\sqrt{T}). Tetapi eksperimen mengungkapkan bahwa konduktivitas listrik (σ) berbanding terbalik dengan suhu (T). Dengan demikian prediksi teoritis bertentangan dengan pengamatan eksperimental. Oleh karena itu teori elektron bebas klasik gagal menjelaskan ketergantungan konduktivitas listrik (σ) pada suhu (T).

Secara matematis, sesuai dengan teori elektron bebas klasik $\sigma \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$, tetapi secara eksperimental $\sigma \propto \frac{1}{T}$.

Ketergantungan σ pada n , kerapatan jumlah

Teori ini memprediksikan ketergantungan langsung konduktivitas listrik σ pada jumlah elektron bebas per satuan volume (n) yang disebut kerapatan jumlah. Namun, percobaan telah mengungkapkan hal yang berbeda dengan $\sigma_{Cu} > \sigma_{Al}$ meskipun kerapatan jumlah $n_{Cu} < n_{Al}$. Hal ini bertentangan dengan prediksi teoritis. Oleh karena itu, hal ini gagal menjelaskan ketergantungan konduktivitas listrik σ pada jumlah elektron bebas per satuan volume n . Pengamatan eksperimental seperti yang ditunjukkan pada tabel di bawah ini.

Logam	$\sigma(\Omega^{-1}m^{-1})$	$n(m^{-3})$
Tembaga	5.88×10^7	8.45×10^{28}
Aluminium	3.65×10^7	18.06×10^{28}

10.2 TEORI ELEKTRON BEBAS KUANTUM PADA LOGAM

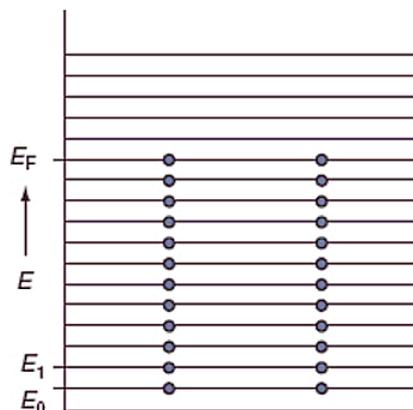
Kegagalan teori elektron bebas klasik menyebabkan munculnya teori elektron bebas kuantum dan diusulkan oleh Sommerfield pada tahun 1928. Teori elektron bebas kuantum didasarkan pada asumsi-asumsi berikut.

Asumsi

1. Tidak seperti teori elektron bebas klasik, dalam teori elektron bebas kuantum, nilai energi elektron bebas dikuantisasi.
2. Jadi, dalam logam terdapat sejumlah besar tingkat energi yang berjarak dekat untuk elektron bebas yang membentuk pita.
3. Distribusi elektron bebas dalam tingkat energi terjadi sesuai dengan prinsip pengecualian Pauli. Hanya maksimal dua elektron yang dapat menempati tingkat energi tertentu.
4. Pengaturan potensial oleh ion kisi diasumsikan konstan di seluruh logam.
5. Tolakan timbal balik antara elektron dan tarikan antara elektron dan ion kisi diabaikan.

Energi Fermi

Pertimbangkan logam yang mengandung N jumlah atom. Jadi, terdapat N jumlah tingkat energi di setiap pita. Tingkat energi ini sangat berdekatan. Pengisian tingkat energi di pita terjadi sesuai prinsip pengecualian Pauli dan dengan demikian setiap tingkat dapat menampung sepasang elektron dengan spin up dan spin down. Dengan demikian, elektron dalam logam mulai mengisi tingkat energi yang tersedia dari tingkat paling bawah dari pita paling bawah. Semua pita di bawah pita valensi terisi penuh. Pita valensi terisi sebagian. Tingkat energi terisi tertinggi dalam logam pada nol absolut oleh elektron bebas disebut Tingkat Fermi dan energi yang sesuai disebut Energi Fermi (E_F). Dengan demikian, pada nol absolut dan tanpa medan listrik yang diterapkan, semua tingkat di bawah tingkat Fermi terisi penuh dan di atas tingkat Fermi kosong.



Gambar 10.1: Diagram Pita Energi dan Energi Fermi

Kepadatan Keadaan (DoS)

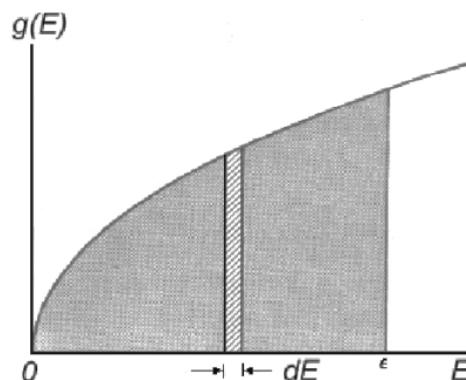
Menurut teori pita zat padat, jumlah tingkat energi dalam pita sama dengan jumlah atom yang ada dalam zat padat. Dari semua pita, pita valensi adalah yang paling diperhatikan. Jarak antara dua tingkat energi dalam pita energi bukanlah kuantitas yang konstan. Kepadatan tingkat dalam pita meningkat seiring dengan peningkatan energi, oleh karena itu tergantung pada nilai energi itu sendiri. Setiap tingkat dapat menampung dua elektron dengan spin yang berlawanan. Oleh karena itu, tingkat energi mendukung dua keadaan untuk okupasi elektron.

Kepadatan Keadaan didefinisikan sebagai jumlah keadaan energi yang tersedia per satuan volume material dalam rentang energi satuan pada pita valensi material. Secara matematis, ini adalah fungsi kontinu yang dilambangkan dengan $g(E)$. Pertimbangkan rentang energi yang sangat kecil dE yang berpusat di sekitar E sehingga kepadatan di sekitar E tetap konstan. Jumlah tingkat energi dalam rentang energi E dan $E + dE$ per satuan volume material diberikan oleh $g(E)dE$. Variasi $g(E)dE$ sebagai fungsi E diberikan oleh

$$g(E)dE = \left(\frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3} \right) E^{1/2} dE \quad (10.5)$$

Statistik Fermi–Dirac dan faktor Fermi

Logam mengandung sejumlah besar elektron bebas. Penempatan tingkat energi dalam pita valensi sesuai dengan prinsip pengecualian Pauli. Distribusi elektron ini mengikuti aturan universal tertentu yang disebut Distribusi Fermi-Dirac. Statistik ini berlaku untuk distribusi partikel setengah spin. Statistik distribusi memberikan probabilitas pendudukan tingkat energi dengan energi (E) pada suhu T tertentu dalam kesetimbangan termal. Jadi probabilitas pendudukan tingkat energi dengan energi (E) pada suhu (T) dalam kesetimbangan termal diberikan oleh Faktor Fermi ($f(E)$).



Gambar 10.2: Fungsi Kepadatan Keadaan vs Energi

$$f(E) = \frac{1}{e^{\left(\frac{E-E_f}{kT}\right)} + 1} \quad (10.6)$$

Kepadatan jumlah elektron didefinisikan sebagai jumlah elektron bebas per satuan volume material dalam rentang energi E dan $E + dE$ dalam pita valensi material diberikan oleh $n(E)dE$. Secara matematis

$$N(E)dE = g(E)dE f(E) \quad (10.7)$$

Di sini $f(E)$ adalah faktor Fermi.

Kepadatan jumlah elektron adalah hasil kali jumlah keadaan energi yang tersedia dan probabilitas pendudukannya. Ini disebut distribusi Fermi-Dirac. Sesuai aturan ini pada suhu nol mutlak semua level di bawah level Fermi terisi penuh dan di atas level Fermi kosong. Pada suhu yang lebih tinggi probabilitas pendudukan level energi di atas level Fermi meningkat dan di bawah level Fermi menurun karena peningkatan energi termal elektron valensi.

Ketergantungan faktor Fermi pada energi dan suhu

Seperti yang dijelaskan, faktor Fermi adalah fungsi energi dan suhu. Ketergantungan ini dapat dijelaskan untuk level energi di bawah dan di atas level Fermi pada suhu nol mutlak dan lebih tinggi.

Probabilitas pendudukan level dengan energi $E < E_F$ dan pada $T = 0K$

Faktor Fermi atau fungsi Fermi diberikan oleh

$$f(E) = \frac{1}{e^{\left(\frac{E-E_f}{kT}\right)} + 1} \quad (10.8)$$

Di sini $E - E_f$ bernilai negatif. Substitusikan nilai untuk $T = 0$

$$f(E) = \frac{1}{e^{\left(\frac{E-E_f}{k*0}\right)} + 1}$$

$$f(E) = \frac{1}{e^{-\infty} + 1} = \frac{1}{0 + 1}$$

Oleh karena itu $f(E) = 1$. Oleh karena itu, pada $T = 0K$, semua tingkat energi di bawah tingkat Fermi terisi penuh.

Probabilitas pendudukan tingkat dengan energi $E > E_F$ dan pada $T = 0K$

Faktor Fermi atau fungsi fermi diberikan oleh

$$f(E) = \frac{1}{e^{\left(\frac{E-E_f}{kT}\right)} + 1} \quad (10.9)$$

Di sini $E - E_f$ bernilai positif. Substitusikan nilai untuk $T = 0$

$$f(E) = \frac{1}{e^{\left(\frac{E-E_f}{k*0}\right)} + 1}$$

$$f(E) = \frac{1}{e^{\infty} + 1} = \frac{1}{\infty + 1}$$

Oleh karena itu $f(E) = 0$ Oleh karena itu, pada $T = 0K$, semua tingkat energi di atas tingkat Fermi kosong.

Peluang pendudukan level dengan energi $E = E_F$ dan pada $T > 0K$

Faktor Fermi atau fungsi Fermi diberikan oleh

$$f(E) = \frac{1}{e^{\left(\frac{E-E_f}{kT}\right)} + 1} \quad (10.10)$$

Di sini $E - E_f = 0$ Mengganti nilai-nilai

$$f(E) = \frac{1}{e^{\left(\frac{0}{kT}\right)} + 1} \quad (10.11)$$

$$f(E) = \frac{1}{e^{\left(\frac{0}{kT}\right)} + 1} \quad (10.12)$$

$$f(E) = \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2} = 0.5 \quad (10.13)$$

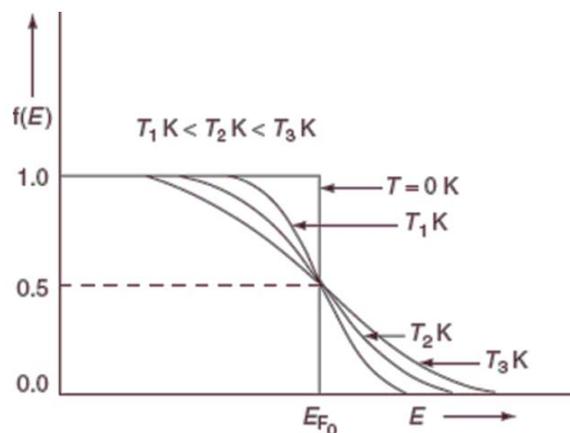
Jadi untuk semua suhu di atas 0K, peluang pendudukan level Fermi adalah $\frac{1}{2}$. Jadi, variasi faktor Fermi terhadap suhu seperti yang ditunjukkan pada grafik 10.3

Variasi kerapatan jumlah e^- terhadap suhu - Distribusi Fermi Dirac

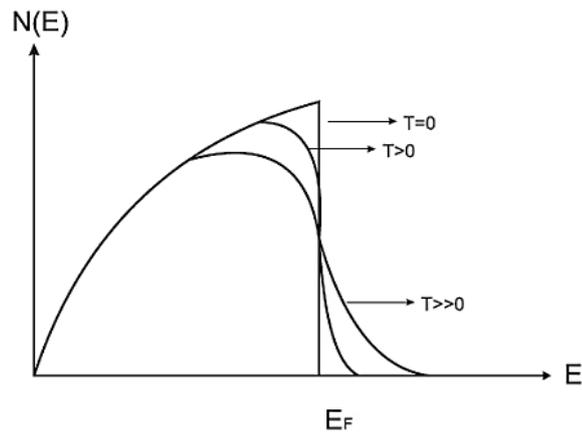
Sesuai statistik Fermi-Dirac, kerapatan jumlah elektron dalam rentang energi E dan $E + dE$ diberikan oleh produk kerapatan keadaan dan faktor Fermi. Oleh karena itu

$$N(E)dE = g(E)dE f(E) \quad (10.14)$$

Secara grafis Distribusi elektron bebas dalam logam pada berbagai suhu dan tingkat energi seperti yang ditunjukkan pada grafik 10.4.



Gambar 10.3: Variasi $f(E)$ sebagai fungsi Suhu dan Energi



Gambar 10.4: Distribusi Elektron Konduksi Fermi-Dirac

Ekspresi untuk Energi Fermi pada 0K

Pertimbangkan sebuah logam pada 0K. Energi Fermi logam pada 0K dilambangkan dengan E_{F_0} . Sesuai dengan distribusi Fermi-Dirac, kita memiliki

$$N(E)dE = g(E)dE f(E) \tag{10.15}$$

Jumlah elektron dalam rentang energi $E = 0$ sampai $E = E_{F_0}$ per satuan volume material n diberikan oleh integral

$$n = \int_0^{E_{F_0}} N(E)dE \tag{10.16}$$

$$n = \int_0^{E_{F_0}} g(E)f(E)dE \tag{10.17}$$

Karena $T = 0K$ semua tingkat energi hingga tingkat Fermi terisi penuh maka $f(E) = 1$ dan kita juga tahu bahwa $\left(\frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3}\right)$. Substitusikan ke persamaan 10.17 kita peroleh,

$$n = \int_0^{E_{F_0}} \left(\frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3}\right) E^{\frac{1}{2}} dE \tag{10.18}$$

$$n = \left(\frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3}\right) \int_0^{E_{F_0}} E^{\frac{1}{2}} dE \tag{10.19}$$

$$n = \left(\frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3}\right) \left[\frac{2}{3} E^{\frac{3}{2}}\right]_0^{E_{F_0}} \tag{10.20}$$

$$n = \left(\frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3}\right) \frac{2}{3} E_{F_0}^{\frac{3}{2}} \tag{10.21}$$

$$E_{F_0}^{\frac{3}{2}} = \left[\frac{3h^3}{16\sqrt{2}\pi m^{\frac{3}{2}}} \right] n \quad (10.22)$$

$$E_{F_0} = \left[\frac{3h^3}{16\sqrt{2}\pi m^{\frac{3}{2}}} \right]^{\frac{2}{3}} n^{\frac{2}{3}} \quad (10.23)$$

$$E_{F_0} = \frac{h^2}{8m} \left[\frac{3n}{\pi} \right]^{\frac{2}{3}} \quad (10.24)$$

Jadi dari persamaan di atas $E_{F_0} \propto n^{\frac{2}{3}}$

Kecepatan Fermi, suhu Fermi, dan massa efektif elektron bebas

Kecepatan Fermi

Kecepatan elektron konduksi ketika energinya sama dengan energi Fermi disebut kecepatan Fermi.

$$E_F = \frac{1}{2} m v_F^2$$

$$v_F = \sqrt{\frac{2E_F}{m}} \quad (10.25)$$

Temperatur Fermi

Ini adalah temperatur di mana energi termal rata-rata elektron bebas dalam logam sama dengan energi Fermi pada 0 K. Energi termal elektron diberikan oleh $E = kT$, di sini k adalah konstanta Boltzmann. Oleh karena itu temperatur Fermi diberikan oleh persamaan.

$$T_F = \frac{E_F}{k} \quad (10.26)$$

Energi Fermi tembaga adalah 7eV. Perhitungan suhu Fermi untuk tembaga diberikan di bawah ini

$$T_F = \frac{7 \times 1.6 \times 10^{-19}}{1.38 \times 10^{-23}}$$

$$T_F = 81159K$$

Suhu ini tidak dapat diwujudkan dalam praktik. Jadi, suhu Fermi adalah konsep teoritis. Elektron bebas dalam logam akan bergerak melayang karena medan listrik yang diberikan. Jadi, gerakan elektron bebas dalam logam sebenarnya dipengaruhi oleh medan listrik yang diberikan dan potensi periodik. Oleh karena itu, massa elektron berbeda dari massa diamnya dan disebut massa efektif. Massa efektif elektron dilambangkan dengan m^* .

Ekspresi untuk konduktivitas listrik menggunakan QFET

Dengan menerapkan konsep massa efektif dan kecepatan Fermi berdasarkan teori elektron bebas kuantum logam, ekspresi untuk konduktivitas listrik diberikan oleh

$$\sigma = \frac{ne^2\lambda_F}{m^*v_F} \quad (10.27)$$

Menggantikan $\tau_f = \frac{\lambda_F}{v_F}$ kita mendapatkan

$$\sigma = \frac{ne^2\tau_F}{m^*} \quad (10.28)$$

Demikianlah persamaan untuk konduktivitas listrik menurut teori elektron bebas kuantum.

Keberhasilan teori elektron bebas kuantum logam

Teori elektron bebas kuantum logam berhasil menjelaskan fakta-fakta tertentu yang diamati secara eksperimental yang gagal dijelaskan oleh teori elektron bebas klasik. Inilah kelebihan QFT.

Ketergantungan suhu pada konduktivitas listrik

Teori elektron bebas klasik memprediksi $\sigma \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$ Percobaan mengungkapkan fakta $\sigma \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$. Sesuai teori elektron bebas kuantum logam, konduktivitas listrik diberikan oleh

$$\sigma = \frac{ne^2\lambda}{m^*v_F}$$

Diketahui bahwa kecepatan Fermi tidak bergantung pada suhu dan juga muatan elektronik. Oleh karena itu konduktivitas listrik bergantung pada λ , n , dan massa efektif (m^*).

Saat suhu meningkat, amplitudo getaran kisi meningkat. Jika r adalah amplitudo getaran, maka πr^2 adalah area yang dapat memengaruhi hamburan elektron bebas. Jadi, saat T meningkat, r meningkat dan begitu pula πr^2 . Dengan demikian, frekuensi tabrakan meningkat yang mengurangi jarak bebas rata-rata λ . Dengan demikian $\lambda \propto \frac{1}{T}$ Oleh karena itu konduktivitas listrik $\sigma \propto \frac{1}{T}$ dan sesuai dengan pengamatan eksperimental.

Ketergantungan konduktivitas listrik pada konsentrasi elektron

Ketergantungan σ pada n tidak langsung. Faktanya, σ bergantung pada kuantitas lain seperti $\frac{\lambda}{v_F}$ dan m^* . Jadi ketiga kuantitas n , $\frac{\lambda_F}{v_F}$ dan m^* berkontribusi pada σ . Perbandingannya seperti yang ditunjukkan pada tabel di bawah ini.

Metal	n	$\frac{\lambda}{v_F}$	m^*
Cu	n_{Cu}	$3.73 \left(\frac{\lambda}{v_F}\right)_{Al}$	$1.08 m^*_{Al}$
Al	$2.13 n_{Cu}$	$\left(\frac{\lambda}{v_F}\right)_{Al}$	m^*_{Al}

Oleh karena itu, tidak ada hubungan langsung antara konduktivitas listrik (σ) dan kerapatan bilangan (n).

LATIHAN SOAL

1. Bahas kegagalan teori elektron bebas klasik pada logam.
2. Berikan asumsi yang menjadi dasar teori elektron bebas kuantum.
3. Jelaskan level Fermi dan energi Fermi.
4. Jelaskan kerapatan keadaan dan sebutkan fungsi kerapatan keadaan.
5. Tulis catatan tentang fungsi Fermi dan statistik distribusi Fermi-Dirac.
6. Jelaskan variasi faktor Fermi dengan energi dan suhu.
7. Tulis catatan tentang kecepatan Fermi, suhu Fermi, dan massa efektif. Sebutkan ekspresi untuk konduktivitas listrik yang diturunkan menggunakan teori elektron bebas kuantum logam.
8. Turunkan ekspresi untuk energi Fermi pada 0K menggunakan teori elektron bebas kuantum logam.
9. Jelaskan keberhasilan teori elektron bebas kuantum logam.

Latihan Soal Tambahan

1. Hitung kecepatan Fermi dan lintasan bebas rata-rata untuk elektron konduksi dalam perak, dengan energi Fermi-nya adalah $5,5eV$, dan waktu relaksasi untuk elektron adalah $3,83 \times 10^{-14}s$
2. Tingkat Fermi dalam perak adalah $5,5eV$ pada $0K$. Hitunglah jumlah elektron bebas per satuan volume dan peluang pendudukan elektron dengan energi $5,6eV$ dalam perak pada suhu yang sama.
3. Hitung konsentrasi elektron bebas dalam logam aluminium dengan asumsi bahwa setiap atomnya menyumbangkan 3 elektron bebas untuk konduksi. Diketahui, untuk Aluminium, resistivitas = $2,7 \times 10^8 \Omega m$, berat atom = 26,98 dan densitas = $2,7 \times 10^3 kgm^{-3}$.
4. Hitung energi Fermi dalam eV untuk logam pada Nol kelvin, yang densitasnya $10500kgm^{-3}$, berat atomnya 107,9 dan memiliki satu elektron konduksi per atom. Diketahui $N_A = 6,025 \times 10^{26} kmole^{-1}$.
5. Hitung probabilitas elektron menempati tingkat energi $0,02eV$ di atas tingkat Fermi pada $200K$ dan $400K$.
6. Hitunglah probabilitas sebuah elektron menempati level energi $0,02eV$ di bawah level Fermi pada suhu $400K$.
7. Level Fermi untuk perak adalah $5,5eV$. Berapa energi yang probabilitasnya di atas level Fermi pada suhu $300K$ adalah 0,01.
8. Temukan suhu di mana terdapat probabilitas 1% bahwa keadaan dengan energi $0,5eV$ di atas energi Fermi ditempati.
9. Temukan kerapatan elektron bebas dalam logam dengan energi Fermi $3 eV$.
10. Hitunglah energi Fermi (dalam eV), kecepatan Fermi, dan suhu Fermi untuk natrium, jika diketahui kerapatan natrium adalah $971kgm^{-3}$. Berat atomnya adalah 23, dan ia memiliki satu elektron konduksi per atom.

11. Carilah peluang bahwa tingkat energi pada $0,2 \text{ eV}$ di bawah tingkat Fermi ditempati pada suhu 300K dan 1000K
12. Tingkat Fermi dalam Kalium adalah $2,1 \text{ eV}$ pada suhu tertentu. Hitunglah jumlah elektron bebas per satuan volume dalam kalium pada suhu yang sama.
13. Hitunglah peluang bahwa sebuah elektron menempati tingkat energi $0,02 \text{ eV}$ di atas tingkat Fermi pada suhu 300 K .
14. Dalam pita energi bahan dengan volume 1cm^3 Hitunglah Kepadatan Keadaan pada $2,5 \text{ eV}$ di atas dasar pita.

BAB 11

SEMIKONDUKTOR

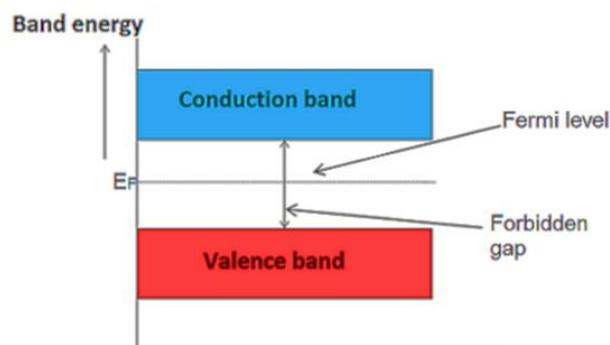
11.1 PENDAHULUAN

Semikonduktor adalah material yang memiliki koefisien resistansi suhu negatif. Sifat listriknya berbeda dengan konduktor dan isolator. Bentuk semikonduktor murni dikenal sebagai semikonduktor intrinsik. Konduktivitas dalam semikonduktor intrinsik disebabkan oleh gerakan elektron dalam pita konduksi dan gerakan lubang dalam pita valensi. Elektron dalam pita valensi semikonduktor intrinsik membutuhkan lebih banyak energi untuk bergerak ke pita konduksi. Energi ini dapat dikurangi dengan mendoping semikonduktor murni dengan pengotor tertentu. Proses penambahan pengotor disebut doping. Semikonduktor semacam itu disebut semikonduktor ekstrinsik. Berdasarkan jenis dopan, semikonduktor ekstrinsik diklasifikasikan menjadi semikonduktor tipe-n dan semikonduktor tipe-p. Konduktivitas semikonduktor ekstrinsik disebabkan oleh gerakan elektron pembawa muatan mayoritas pada tipe-n dan lubang pada tipe-p.

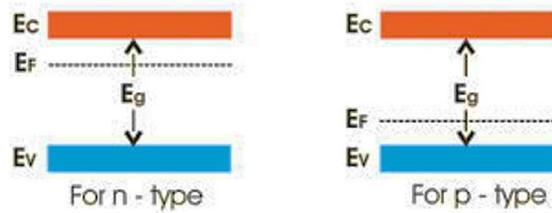
Doping atom pengotor pentavalen ke semikonduktor murni menghasilkan elektron kelima yang tidak berpartisipasi dalam ikatan dan terikat longgar pada atom pengotor. Energi elektron ini terletak pada celah energi semikonduktor. Dengan demikian, level donor tercipta di dekat tepi bawah pita konduksi. Dengan sejumlah kecil energi, elektron bergerak dari level donor ke pita konduksi. Dengan demikian, akan ada sejumlah besar elektron bebas di pita konduksi. Dengan demikian, elektron adalah pembawa muatan mayoritas dalam semikonduktor tipe-n. Demikian pula, doping atom pengotor trivalen ke semikonduktor murni menghasilkan pembentukan level akseptor di dekat tepi atas pita valensi. Lubang adalah pembawa mayoritas dalam semikonduktor tipe-p.

11.2 ARTI PENTING LEVEL FERMI

Level Fermi bertindak sebagai posisi energi pembeda antara keadaan energi terisi dan tidak terisi dalam logam dan semikonduktor.



Gambar 11.1: Tingkat Fermi dalam Semikonduktor Intrinsik



Gambar 11.2: Tingkat Fermi dalam Semikonduktor Ekstrinsik

Dalam kasus semikonduktor murni, pada suhu normal, elektron kemungkinan besar ditemukan di pita konduksi atau pita valensi. Hal ini karena elektron di level teratas pita valensi menyerap energi dan pindah ke pita konduksi. Namun, elektron tidak dapat menghabiskan lebih banyak waktu di sana dan karenanya mereka kembali ke level energi yang lebih rendah di pita valensi. Dengan demikian, elektron akan berada dalam proses eksitasi dan de-eksitasi yang konstan. Dengan demikian, energi rata-rata elektron terletak di pusat celah energi dan disebut energi Fermi.

Dalam kasus semikonduktor ekstrinsik, energi Fermi terletak di pita konduksi pada semikonduktor tipe-n dan di pita valensi pada semikonduktor tipe-p. Tingkat Fermi bergantung pada suhu dan berubah seiring suhu.

11.3 KONSENTRASI PEMBAWA DALAM SEMIKONDUKTOR INTRINSIK

Semikonduktor intrinsik adalah bentuk semikonduktor murni. Ketika energi yang cukup diberikan kepada elektron dalam pita valensi, mereka menyerap energi dan bergerak ke pita konduksi meninggalkan lubang. Dengan demikian, jumlah elektron dalam pita konduksi sama dengan jumlah lubang dalam pita valensi. Jumlah total elektron dalam pita konduksi per satuan volume semikonduktor dikenal sebagai konsentrasi elektron. Demikian pula jumlah lubang dalam pita valensi per satuan volume semikonduktor dikenal sebagai konsentrasi lubang. Jumlah total pembawa muatan per satuan volume dalam semikonduktor disebut konsentrasi pembawa. Dalam kasus semikonduktor murni, konsentrasi elektron dan konsentrasi lubang adalah sama.

Ekspresi Konsentrasi Elektron (N_e)

Persamaan 11.1 berikut menentukan konsentrasi elektron dalam semikonduktor intrinsik.

$$N_e = \frac{4\sqrt{2}}{h^3} (\pi m_e^* kT)^{\frac{3}{2}} e^{\left(\frac{E_F - E_g}{kT}\right)} \quad (11.1)$$

Di sini

- h adalah konstanta Planck
- m_e^* adalah massa elektron efektif
- k adalah konstanta Boltzmann
- T adalah suhu absolut
- E_F adalah energi Fermi
- E_g adalah celah energi semikonduktor.

Ekspresi Untuk Konsentrasi Lubang (N_h)

Persamaan 11.2 berikut menentukan konsentrasi elektron dalam semikonduktor intrinsik.

$$N_h = \frac{4\sqrt{2}}{h^3} (\pi m_h^* kT)^{\frac{3}{2}} e^{\left(\frac{-E_F}{kT}\right)} \quad (11.2)$$

Di sini

h adalah konstanta Planck

m_e^* adalah massa elektron efektif

k adalah konstanta Boltzmann

T adalah suhu absolut

E_F adalah energi Fermi

E_g adalah celah energi semikonduktor.

Ekspresi yang menghubungkan energi Fermi dan celah energi untuk semikonduktor intrinsik

Ekspresi untuk konsentrasi elektron dan lubang dalam semikonduktor murni diberikan oleh persamaan 11.1 dan 11.2

$$N_e = \frac{4\sqrt{2}}{h^3} (\pi m_e^* kT)^{\frac{3}{2}} e^{\left(\frac{E_F - E_g}{kT}\right)} \quad (11.3)$$

$$N_h = \frac{4\sqrt{2}}{h^3} (\pi m_h^* kT)^{\frac{3}{2}} e^{\left(\frac{-E_F}{kT}\right)} \quad (11.4)$$

Konsentrasi elektron dan konsentrasi hole bergantung pada energi fermi E_F . Dalam kasus semikonduktor intrinsik $N_e = N_h$ dan dengan demikian menyamakan persamaan 11.1 dan 11.2 kita memperoleh

$$(m_e^*)^{\frac{3}{2}} e^{\left(\frac{E_F - E_g}{kT}\right)} = (m_h^*)^{\frac{3}{2}} e^{\left(\frac{-E_F}{kT}\right)} \quad (11.5)$$

$$e^{\left(\frac{2E_F - E_g}{kT}\right)} = \left[\frac{m_h^*}{m_e^*}\right]^{\frac{3}{2}} \quad (11.6)$$

$$\frac{2E_F - E_g}{kT} = \frac{3}{2} \ln\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right) \quad (11.7)$$

$$2E_F - E_g = \frac{3}{2} kT \ln\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right) \quad (11.8)$$

$$E_F = \frac{E_g}{2} + \frac{3}{4} kT \ln\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right) \quad (11.9)$$

Demikianlah ekspresi untuk energi Fermi dalam semikonduktor intrinsik. Jika kita menganggap bahwa $m_h^* = m_e^*$ maka persamaan 11.9 menjadi

$$E_F = \frac{E_g}{2} \quad (11.10)$$

11.4 EKSPRESI UNTUK KONDUKTIVITAS LISTRIK DALAM SEMIKONDUKTOR

Konduktivitas dalam semikonduktor disebabkan oleh dua jenis muatan yang dibawa elektron dan lubang. Mari kita hitung kontribusi elektron untuk konduksi. Pertimbangkan semikonduktor dengan luas penampang A dan membawa arus I . Mari kita asumsikan bahwa arus hanya disebabkan oleh elektron. misalkan v adalah kecepatan hanyut elektron. Misalkan N_e adalah konsentrasi elektron. Arus melalui semikonduktor diberikan oleh

$$I = \frac{q}{T}$$

Di sini q adalah jumlah muatan yang melintasi penampang melintang yang diberikan dalam T detik.

Dalam satuan waktu jarak l yang ditempuh oleh elektron akan secara numerik sama dengan kecepatan apung (v). Jadi jumlah elektron dalam volume yang disapu oleh elektron dalam satu detik adalah laju aliran muatan. Volume yang disapu oleh elektron dalam satu detik diberikan oleh Av . Karena e adalah muatan pada elektron, maka laju aliran muatan diberikan oleh

$$I = N_e e A v \quad (11.11)$$

Kita tahu bahwa ekspresi untuk kerapatan arus diberikan oleh $j = \frac{I}{A}$. Jadi ekspresi untuk kerapatan arus diberikan oleh

$$j = N_e e v \quad (11.12)$$

Kecepatan drift v terkait dengan mobilitas elektron melalui persamaan $v = \mu_e E$. Di sini μ_e adalah mobilitas elektron dalam semikonduktor. E adalah kekuatan medan listrik yang diterapkan. Jadi, dengan mensubstitusikan v dalam persamaan 11.12, kita memperoleh

$$j = N_e e \mu_e E \quad (11.13)$$

Diketahui juga bahwa

$$j = \sigma_e E \quad (11.14)$$

Di sini σ_e adalah konduktivitas karena elektron. Dengan membandingkan persamaan 11.13 dan 11.14 kita memperoleh

$$\sigma_e = N_e e \mu_e \quad (11.15)$$

Dengan memperluas perlakuan yang sama untuk konduksi lubang, kita memperoleh ekspresi untuk konduktivitas listrik karena lubang sebagai

$$\sigma_h = N_h e \mu_h \quad (11.16)$$

Di sini μ_h adalah mobilitas lubang.

Jadi konduktivitas listrik semikonduktor σ diberikan

$$\sigma = \sigma_e + \sigma_h$$

$$\sigma = N_e e \mu_e + N_h e \mu_h$$

$$\sigma = e(N_e \mu_e + N_h \mu_h) \quad (11.17)$$

Persamaan 11.17 menentukan konduktivitas listrik semikonduktor secara umum.

Untuk semikonduktor intrinsik, kita tahu bahwa $N_e = N_h = n_i$. Dengan demikian, ekspresi untuk konduktivitas listrik semikonduktor intrinsik diberikan oleh

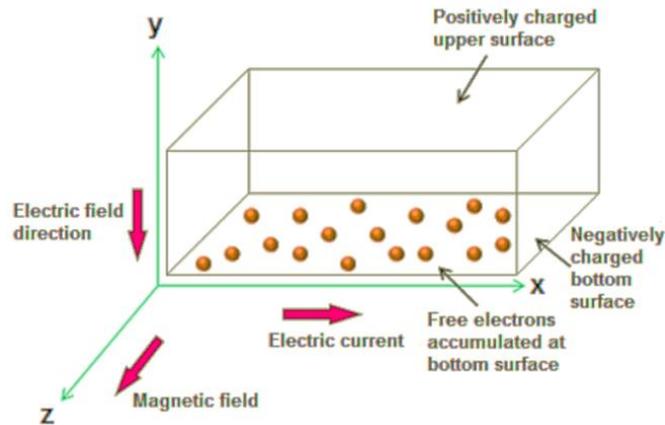
$$\sigma = n_i e (\mu_e + \mu_h) \quad (11.18)$$

Demikianlah ungkapan untuk konduktivitas listrik dalam semikonduktor ekstrinsik dan intrinsik.

11.5 EFEK HALL

Hal ini pertama kali diamati oleh E. H. Hall pada tahun 1879. Ketika arus listrik dialirkan melalui konduktor atau semikonduktor yang ditempatkan dalam medan magnet, perbedaan potensial yang sebanding dengan arus dan medan magnet akan terbentuk di seluruh material dalam arah yang tegak lurus terhadap arus dan medan magnet. Efek ini dikenal sebagai efek Hall. Perbedaan potensial yang terbentuk dalam arah yang tegak lurus terhadap arus dan medan magnet disebut tegangan Hall dan medan listrik yang sesuai disebut medan Hall.

Penjelasan Perhatikan konduktor yang membawa arus sepanjang sumbu $X + ve$. Medan magnet diterapkan sepanjang sumbu $Z + ve$. Jadi elektron mengalami gaya Lorentz sepanjang sumbu $Y - ve$. Jadi elektron terkumpul di permukaan bawah yang menghasilkan akumulasi muatan $+ve$ di permukaan atas. Hal ini menghasilkan medan listrik yang terbentuk di antara kedua permukaan. Gaya pada elektron karena medan listrik selanjutnya menentang gaya karena medan magnet. Suatu tahap tercapai di mana kedua gaya sama dan keadaan kesetimbangan tercapai. Medan listrik yang terbentuk di seluruh material pada kesetimbangan disebut Medan Hall.



Gambar 11.3: Efek Hall pada konduktor

Ekspresi untuk Koefisien Hall D kesetimbangan gaya Lorentz pada elektron sama dengan gaya karena medan Hall

$$eE_H = Bev \tag{11.19}$$

Di sini e adalah muatan elektron, E_H adalah Medan Hall, B adalah Medan magnet, v adalah kecepatan elektron. Kepadatan arus J diberikan oleh

$$J = nev \tag{11.20}$$

Di sini n adalah jumlah kerapatan muatan. Dengan membagi persamaan 11.19 dengan 11.20 kita memperoleh

$$\frac{eE_H}{J} = \frac{Bev}{nev} \tag{11.21}$$

$$\frac{eE_H}{J} = \frac{B}{n} \tag{11.22}$$

$$E_H = \frac{BJ}{ne} \tag{11.23}$$

$$E_H = R_H BJ \tag{11.24}$$

Di sini R_H disebut koefisien Hall dan diberikan oleh

$$R_H = \frac{1}{ne} \tag{11.25}$$

Tegangan Hall diberikan oleh persamaan

$$V_H = E_H d = R_H B J d \tag{11.26}$$

Di sini d adalah ketebalan material sepanjang sumbu y.

Catatan: Dalam kasus semikonduktor tipe- n , R_H negatif dan untuk semikonduktor tipe- p , R_H positif.

Aplikasi

1. Efek ini merupakan dasar dari banyak aplikasi dan perangkat praktis seperti pengukuran medan magnet, serta detektor posisi dan gerakan.
2. Efek Hall juga digunakan dalam penentuan jenis semikonduktor ekstrinsik (Tipe-P dan Tipe-N).
3. Efek Hall juga digunakan untuk menemukan sifat semikonduktor seperti konsentrasi pembawa muatan dan mobilitas pembawa muatan.

LATIHAN SOAL

1. Jelaskan signifikansi level Fermi dalam semikonduktor intrinsik dan ekstrinsik.
2. Tulis catatan tentang konsentrasi pembawa muatan dalam semikonduktor.
3. Turunkan hubungan antara energi Fermi dan celah energi untuk semikonduktor intrinsik.
4. Turunkan dan ekspresi untuk konduktivitas listrik dalam semikonduktor intrinsik dan ekstrinsik.
5. Jelaskan efek Hall. Turunkan ekspresi untuk koefisien Hall.

Soal Numerik

1. Mobilitas elektron dan hole silikon masing-masing adalah $0,14m^2V^{-1}s^{-1}$ dan $0,05m^2V^{-1}s^{-1}$ pada suhu tertentu. Jika konsentrasi elektron dalam silikon adalah $1,5 \times 10^{16}$ elektron/ m^3 , hitunglah resistivitas silikon?
2. Resistivitas silikon pada suhu 27C adalah $3000\Omega m$. Dengan asumsi mobilitas elektron dan hole masing-masing adalah $0,17$ dan $0,35 m^2V^{-1}s^{-1}$, hitunglah konsentrasi pembawa intrinsik pada suhu 27C?
3. Mobilitas lubang dan elektron dalam germanium ekstrinsik pada suhu 300K diberikan oleh $0,2 m^2V^{-1}s^{-1}$ dan $0,36 m^2V^{-1}s^{-1}$. Jika konsentrasi elektron dan konsentrasi lubang adalah $1,8 \times 10^{20}$ elektron cm^3 dan $1,6 \times 10^5$ elektron cm^3 , perkirakan resistivitas germanium pada suhu kamar. Apakah tipe p atau tipe n?
4. Hitung konsentrasi di mana atom akseptor harus ditambahkan ke sampel germanium untuk mendapatkan semikonduktor tipe p dengan konduktivitas $0,15$ per ohm- m . Diberikan mobilitas lubang $0,17 m^2V^{-1}s^{-1}$. Jawab: $N_h = 5,5 \times 10^{18}m^{-3}$.
5. Konduktivitas dan koefisien Hall dari spesimen silikon tipe-n masing-masing adalah $112/ohm-m$ dan $1,25 \times 10^{-3}m^3/C$. Hitunglah konsentrasi pembawa muatan dan mobilitas elektron?
6. Koefisien Hall dari suatu material adalah $-3,68 \times 10^{-5}m^3/C$. Apa jenis pembawa muatannya? Hitung juga konsentrasi pembawa muatannya. Jawab: R_H adalah $-Ve$, elektron, $1,7 \times 10^{23}/m^3$.

7. Koefisien Hall dari spesimen silikon yang didoping diketahui sebesar $3,66 \times 10^{-4}$ /coulomb. Resistivitas spesimen adalah $9,93 \times 10^{-3}$ ohm - m. Temukan mobilitas dan kerapatan pembawa muatan, dengan asumsi konsentrasi pembawa tunggal?
8. Lembaran bidang persegi panjang dari bahan semikonduktor memiliki dimensi 2 cm sepanjang arah Y dan 1 mm sepanjang arah Z. Probe Hall dipasang pada permukaannya yang sejajar dengan bidang X-Y dan medan magnet dengan kerapatan fluks 1 weber/m² diterapkan sepanjang arah Z. Arus sebesar 3 mA mengalir di dalamnya dalam arah X. Hitung tegangan Hall yang diukur oleh probe, jika koefisien Hall dari bahan tersebut adalah $3,66 \times 10^{-4}$ / coulomb. Hitung juga konsentrasi pembawa muatan?

BAB 12 DIELEKTRIK

12.1 DASAR-DASAR DIELEKTRIK

Dielektrik adalah bahan yang tidak menghantarkan listrik seperti kaca, porselen, dll., yang menunjukkan perilaku luar biasa karena kemampuan medan listrik untuk memolarisasi bahan tersebut sehingga menghasilkan dipol listrik. Dipol listrik adalah entitas yang mengandung dua muatan yang sama dan berlawanan yang dipisahkan oleh jarak yang kecil. Momen dipol dari sebuah dipol diberikan oleh $\mu = ql$. Di sini μ adalah momen dipol, q adalah besarnya salah satu muatan dan l adalah jarak antara muatan.

Konstanta Dielektrik

Faraday menemukan bahwa kapasitansi kondensator meningkat ketika daerah antara pelat diisi dengan dielektrik. Jika C_0 adalah kapasitansi kapasitor tanpa dielektrik dan C adalah kapasitansi kapasitor dengan dielektrik maka rasio $\frac{C}{C_0}$ memberikan ϵ_r yang disebut permitivitas relatif atau konstanta Dielektrik. Juga untuk material isotropik tertentu, kerapatan fluks listrik terkait dengan kekuatan medan yang diberikan oleh persamaan $D = \epsilon E$ Di sini ϵ adalah permitivitas absolut. Dalam sistem satuan SI, permitivitas relatif diberikan oleh rasio permitivitas absolut terhadap permitivitas ruang bebas.

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \quad (12.1)$$

Di sini ϵ_0 adalah permitivitas ruang bebas. ϵ_r adalah permitivitas relatif atau konstanta dielektrik. Konstanta dielektrik juga dilambangkan dengan K .

Untuk material isotropik, dalam kondisi medan statis, permitivitas relatif disebut konstanta dielektrik statis. Hal ini bergantung pada struktur atom yang menyusun material tersebut.

Polarisasi Dielektrik

Perpindahan partikel bermuatan dalam atom atau molekul material dielektrik sehingga momen dipol netto terbentuk dalam material sepanjang arah medan yang diberikan disebut polarisasi dielektrik. Polarisasi diukur sebagai momen dipol netto per satuan volume dan merupakan besaran vektor.

$$P = N\mu \quad (12.2)$$

Di sini P adalah polarisasi, N jumlah dipol per satuan volume, μ adalah momen dipol rata-rata per molekul. μ juga diberikan oleh

$$\mu = \alpha E \quad (12.3)$$

Di sini α didefinisikan sebagai Polarisabilitas.

Hubungan antara Konstanta Dielektrik dan Polarisasi

Karena polarisasi P mengukur kerapatan fluks tambahan yang timbul dari keberadaan material dibandingkan dengan ruang bebas, maka polarisasi tersebut memiliki satuan yang sama dengan D dan terkait dengannya sebagai

$$\vec{P} = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \vec{E} \tag{12.4}$$

Jenis Polarisasi atau Mekanisme Polarisasi

Polarisasi listrik terjadi melalui empat mekanisme yang berbeda. Mekanisme tersebut adalah

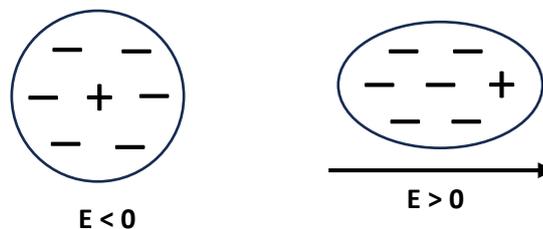
1. Polarisasi elektronik P_e
2. Polarisasi ionik P_i
3. Polarisasi orientasi P_o
4. Polarisasi muatan ruang P_s

Polarisasi bersih material disebabkan oleh kontribusi keempat mekanisme polarisasi.

$$P = P_e + P_i + P_o + P_s \tag{12.5}$$

Polarisasi elektronik

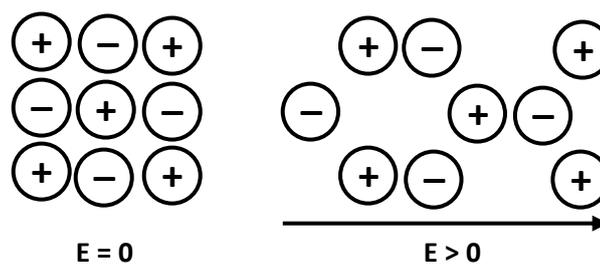
Ini melibatkan pemisahan pusat awan elektron di sekitar atom terhadap pusat nukleusnya di bawah penerapan medan listrik. Oleh karena itu, dipol diinduksi dalam material. Ini mengarah pada pengembangan momen dipol bersih dalam material dan merupakan jumlah vektor momen dipol dari masing-masing dipol.



Gambar 12.1: Polarisasi Elektronik

Polarisasi ionik

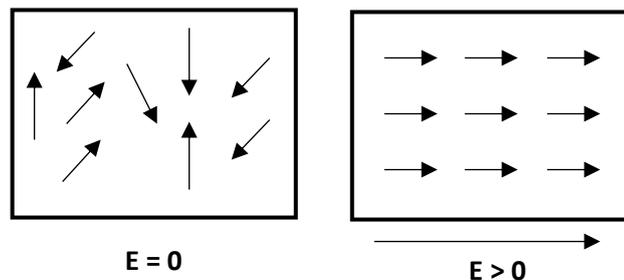
Hal ini terjadi pada padatan ionik seperti natrium klorida, dsb. Padatan ionik memiliki momen dipol bersih bahkan saat tidak ada medan listrik eksternal. Namun, saat medan listrik eksternal diterapkan, pemisahan antara ion semakin meningkat. Oleh karena itu, momen dipol bersih material juga meningkat



Gambar 12.2: Polarisasi Ionik

Polarisasi orientasi

Hal ini terjadi pada material dielektrik polar, yang memiliki dipol listrik permanen. Pada dielektrik polar, dipol berorientasi secara acak karena agitasi termal. Oleh karena itu, momen dipol bersih material adalah nol. Namun, ketika medan listrik eksternal diterapkan, semua dipol cenderung sejajar dengan arah medan. Oleh karena itu, momen dipol berkembang di seluruh material. Hal ini disebut sebagai polarisasi orientasi. Hal ini bergantung pada suhu.



Gambar 12.3: Polarisasi Orientasi

Polarisasi muatan ruang

Ini melibatkan pergerakan muatan yang terbatas yang mengakibatkan penyelarasan dipol muatan di bawah medan yang diberikan. Ini biasanya terjadi pada batas butir atau cacat kisi dan muatan lokal terbentuk. Karena ini sangat kecil, maka dapat diabaikan.

Klasifikasi Dielektrik

Dielektrik Polar

Bahan dielektrik polar memiliki dipol listrik permanen dalam bahan dan berorientasi pada arah acak sehingga momen dipol bersih bahan adalah nol tanpa adanya medan listrik yang diberikan. Jika bahan dielektrik polar ditempatkan di medan listrik eksternal maka semua dipol cenderung sejajar dalam arah medan dan karenanya momen dipol bersih mengembangkan bahan dielektrik silang. Ini adalah polarisasi bahan dielektrik polar. Bahan seperti H_2O , NH_3 adalah contoh untuk dielektrik polar.

Dielektrik Non Polar

Bahan dielektrik non polar tidak memiliki dipol listrik permanen. Dengan demikian, momen dipol bersih di seluruh material adalah nol jika tidak ada medan listrik eksternal. Pada material dielektrik nonpolar, dipol diinduksi karena medan listrik yang diberikan yang menghasilkan momen dipol bersih dalam material dielektrik dalam arah medan yang diberikan. Ini adalah polarisasi material dielektrik nonpolar. Gas elementer seperti He , H_2 adalah contoh untuk dielektrik nonpolar.

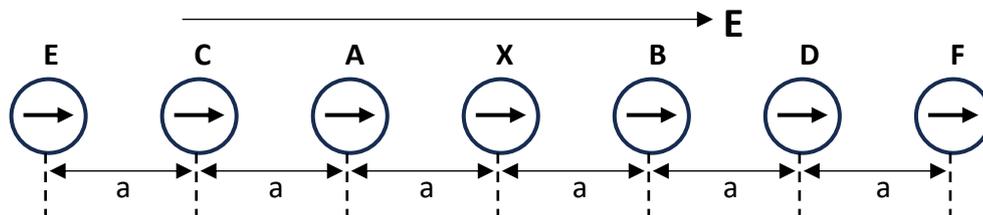
12.2 MEDAN INTERNAL DALAM DIELEKTRIK

Definisi

Ketika material dielektrik ditempatkan dalam medan listrik eksternal, polarisasi terjadi. Oleh karena itu, medan listrik bersih di setiap titik dalam material dielektrik diberikan oleh Jumlah medan eksternal dan medan karena semua dipol yang mengelilingi titik itu. Medan bersih ini disebut medan internal atau medan lokal.

Ekspresi untuk medan internal dalam kasus satu dimensi

Pertimbangkan bahan dielektrik yang ditempatkan di medan listrik eksternal E . Pertimbangkan susunan dipol dalam bahan dielektrik terpolarisasi seperti yang ditunjukkan pada gambar 12.4. Misalkan a adalah jarak antara dua dipol berturut-turut dalam susunan tersebut.



Gambar 12.4: Deretan Dipol Satu Dimensi

medan internal pada dipol 'X' yang disebabkan oleh semua dipol dalam deret diberikan oleh

$$E_i = E + \frac{1.2\mu}{\pi\epsilon_0 a^3} \tag{12.6}$$

Di sini μ merupakan momen dipol, ϵ_0 merupakan permitivitas ruang bebas, a merupakan jarak antar dipol dalam susunan.

$$E_i = E + \frac{1.2\alpha E}{\pi\epsilon_0 a^3} \tag{12.7}$$

di sini α adalah polarisabilitas. Karena α , ϵ_0 dan a adalah kuantitas positif, medan lokal $E_i > E$.

Ekspresi untuk medan internal dalam kasus tiga dimensi - Medan Lorentz

Untuk tiga dimensi $\frac{1}{a^3}$ dapat diganti dengan jumlah dipol per satuan volume N dan $\frac{1.2}{\pi}$ dapat diganti dengan γ , dalam persamaan 12.7. Jadi kita memperoleh

$$E_i = E + \frac{\gamma N \alpha E}{\epsilon_0} \tag{12.8}$$

$$E_i = E + \frac{\gamma P}{\epsilon_0} \tag{12.9}$$

Di sini polarisasi $P = N\alpha E$.

Untuk bahan dielektrik padat unsur $\gamma = \frac{1}{3}$, maka persamaan 12.9 menjadi

$$E_L = E + \frac{P}{3\epsilon_0} \tag{12.10}$$

Dengan demikian medan Lorentz diberikan oleh persamaan 12.10.

Turunan persamaan Clausius - Mossotti

Pertimbangkan bahan dielektrik padat Elemental. Karena tidak memiliki dipol permanen, untuk bahan tersebut, polarisabilitas ionik dan orientasi adalah nol. Oleh karena itu polarisasi P diberikan oleh

$$P = N\alpha_e E_L \quad (12.11)$$

Di Sini $E_L = E + \frac{P}{3\epsilon_0}$ adalah medan Lorentz. Dengan mengganti Medan Lorentz pada persamaan 12.11, kita peroleh

$$\begin{aligned} P &= N\alpha_e \left[E + \frac{P}{3\epsilon_0} \right] \\ P &= N\alpha_e E + N\alpha_e \frac{P}{3\epsilon_0} \\ P - N\alpha_e \frac{P}{3\epsilon_0} &= N\alpha_e E \\ P \left[1 - \frac{N\alpha_e}{3\epsilon_0} \right] &= N\alpha_e E \\ P &= \frac{N\alpha_e E}{\left[1 - \frac{N\alpha_e}{3\epsilon_0} \right]} \end{aligned} \quad (12.12)$$

Hubungan antara Polarisasi dan kekuatan medan Listrik diberikan oleh

$$P = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) E \quad (12.13)$$

menyamakan persamaan 12.12 dan 12.13

$$\begin{aligned} \frac{N\alpha_e E}{\left[1 - \frac{N\alpha_e}{3\epsilon_0} \right]} &= \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) E \\ \frac{N\alpha_e}{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1)} &= \left[1 - \frac{N\alpha_e}{3\epsilon_0} \right] \\ \frac{N\alpha_e}{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1)} + \frac{N\alpha_e}{3\epsilon_0} &= 1 \\ \frac{N\alpha_e}{3\epsilon_0} \left[\frac{3}{(\epsilon_r - 1)} + 1 \right] &= 1 \end{aligned}$$

$$\frac{N\alpha_e}{3\epsilon_0} \left[\frac{\epsilon_r + 2}{\epsilon_r - 1} \right] = 1$$

$$\frac{N\alpha_e}{3\epsilon_0} = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \quad (12.14)$$

Persamaan 12.14 disebut hubungan Clausius-Mossotti.

12.3 CONTOH DAN APLIKASI DIELEKTRIK

Dielektrik Padat

Dielektrik padat adalah isolator yang menunjukkan polarisasi dan umum digunakan. Beberapa contohnya meliputi porselen, kaca, dan sebagian besar plastik. Beberapa aplikasi dielektrik padat adalah

1. Dielektrik yang diproses secara khusus yang disebut elektret menunjukkan polarisasi spontan. Dielektrik padat merupakan padanan listrik dari magnet.
2. Beberapa dielektrik dapat menghasilkan perbedaan potensial saat dikenakan tekanan mekanis. Sifat ini disebut piezo-listrik.
3. Beberapa dielektrik padat menunjukkan fero-listrik dengan mempertahankan momen dipol yang berubah sesuai dengan arah medan yang diberikan.
4. Kertas yang diresapi dengan elektrolit merupakan dielektrik yang digunakan dalam kapasitor elektrolit.
5. Bahan sintesis yang diisi dengan zat alami, seperti kaca dan karet memiliki sifat khusus seperti kekuatan yang baik, kekerasan, ketahanan terhadap serangan kimia.
6. Pelapis industri seperti parylene menyediakan penghalang dielektrik antara substrat dan lingkungannya.

Dielektrik Cair

Dielektrik cair adalah bahan dielektrik dalam keadaan cair. Tujuan utamanya adalah untuk mencegah atau memadamkan pelepasan muatan listrik dengan cepat dan menjaga sistem tetap dingin. Dielektrik cair menjalankan sejumlah fungsi secara bersamaan, yaitu

1. Cairan dielektrik digunakan sebagai isolator listrik dalam aplikasi tegangan tinggi.
2. Oli isolasi digunakan dalam instrumen daya, transformator, kabel daya, pemutus sirkuit, dan kapasitor daya.
3. Cairan yang diresapi dalam lapisan tipis kertas atau bahan lain digunakan dalam transformator dan kapasitor. Misalnya lilin atau pernis.
4. Oli mineral bersirkulasi dalam transformator dan kabel berisi oli dan menjaganya tetap dingin melalui konveksi.
5. Mengisi rongga untuk membentuk bagian integral yang lebih kuat secara elektrik dari dielektrik komposit
6. Digunakan untuk pemadaman busur listrik pada pemutus sirkuit

Dielektrik Gas

Gas dielektrik, atau gas isolasi, adalah bahan dielektrik dalam keadaan gas. Tujuan utamanya adalah untuk mencegah atau memadamkan pelepasan listrik dengan cepat.

1. Gas dielektrik digunakan sebagai isolator listrik dalam aplikasi tegangan tinggi.
2. Tiga dielektrik gas yang paling umum digunakan adalah udara, nitrogen, dan sulfur heksafluorida.
3. Gas dielektrik juga dapat berfungsi sebagai pendingin. Vakum merupakan alternatif gas dalam beberapa aplikasi.

Konstanta dielektrik dari beberapa dielektrik yang berguna seperti yang diberikan dalam tabel 12.1.

Tabel 12.1: Konstanta dielektrik beberapa dielektrik

Dielectric	ϵ_r
Dry Air	1.006
Water	80
Glass	3-7
Wax	2.25
Amber	2.65
Mica	2.5 - 7
Benzene	2.28
Carbon Tetra Chloride	2.24
Methyl Alcohol	33.1

Aplikasi Dielektrik pada Transformator

Transformator memiliki dua kumparan konduktor terisolasi yang dililitkan pada inti. Isolasi juga diberikan pada inti. Isolasi diberikan antara rangka, kumparan, dan juga antara inti dan kumparan. Mika, kertas, dan kain digunakan untuk keperluan isolasi. Kertas diresapi dengan lilin atau pernis untuk mengisi celah udara.

Minyak transformator atau minyak isolasi adalah minyak yang stabil pada suhu tinggi dan memiliki sifat isolasi listrik yang sangat baik. Minyak ini digunakan pada transformator berisi minyak. Minyak transformator adalah zat alami (minyak mineral) atau sintetis (minyak silikon atau ester organik) yang memiliki kemampuan untuk mengisolasi kumparan transformator baik secara elektrik maupun termal. Fungsinya adalah untuk mengisolasi, menekan pelepasan korona, busur listrik, dan berfungsi sebagai pendingin.

Pelepasan korona adalah pelepasan listrik yang disebabkan oleh ionisasi cairan seperti udara di sekitar konduktor yang bermuatan listrik. Korona akan terjadi ketika kekuatan medan listrik di sekitar konduktor cukup tinggi untuk membentuk daerah konduktif, tetapi tidak cukup tinggi untuk menyebabkan kerusakan listrik atau lengkung listrik pada objek di dekatnya. Korona sering terlihat sebagai cahaya kebiruan (atau warna lain) di udara yang berdekatan dengan konduktor logam runcing yang membawa tegangan tinggi.

LATIHAN SOAL

1. Klasifikasikan dielektrik menjadi polar dan non-polar beserta contohnya.
2. Jelaskan jenis mekanisme polarisasi.
3. Jelaskan ekspresi medan internal dalam padatan untuk kasus satu dimensi dan tiga dimensi.

4. Turunkan hubungan Clausius - Mossotti.
5. Jelaskan dielektrik padat, cair, dan gas beserta contohnya.
6. Jelaskan penerapan dielektrik dalam transformator.

Latihan Soal Tambahan

1. Tentukan polarisasi yang dihasilkan dalam kristal oleh medan listrik berkekuatan 6000 V/cm jika memiliki konstanta dielektrik 5?
2. Hitung konstanta dielektrik kristal NaCl jika polarisasi yang terbentuk adalah $4,3 \times 10^{-8}$ ketika dikenai medan listrik 2000Vm^{-1} ?
3. Bahan dielektrik padat unsur memiliki polarisabilitas $7 \times 10^{40} \text{Fm}^{-2}$. Dengan asumsi medan internal sebagai Lorentz, hitung konstanta dielektrik untuk bahan tersebut jika bahan tersebut memiliki $3 \times 10^{28} \text{atom/m}^3$?
4. Konstanta dielektrik sulfur adalah 3,4. Dengan asumsi kisi kubik untuk strukturnya, hitung polarisabilitas elektronik sulfur. Diketahui: untuk massa jenis sulfur = $2,07 \text{ gm/cc}$, dan berat atom 32,07?
5. Berat atom dan massa jenis sulfur adalah 32 dan $2,08 \times 10^3 \text{kg/m}^3$. Polarizabilitas elektronik atom adalah $3,28 \times 10^{-40} \text{F/m}^2$. Jika padatan Sulfur memiliki struktur kubik, hitunglah konstanta dielektriknya?
6. Suatu padatan mengandung $5 \times 10^{28} \text{atom/m}^3$ masing-masing dengan polarisasi $2 \times 10^{-40} \text{Fm}^2$. Dengan asumsi bahwa medan internal diberikan oleh rumus Lorentz. Hitunglah rasio medan internal terhadap medan eksternal. Diberikan $\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{12} \text{Fm}^{-1}$.

DAFTAR PUSTAKA

- Albert, A. (2019). *Engineering Physics: Concepts and Applications*. New York, NY: Academic Press.
- Baker, J. (2020). *Modern Physics for Engineers*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Budiman, A., & Sudarmaji, A. (2019). *Fisika Teknik: Dasar-Dasar dan Aplikasinya*. Jakarta: Salemba Empat.
- Burch, J. (2018). *Electromagnetic Fields in Electrical Engineering*. London, UK: Wiley.
- Chen, L., & Zhao, Y. (2017). *Quantum Mechanics in Engineering Applications*. Berlin, Germany: Springer.
- David, S. (2021). *Materials Science and Engineering: A Comprehensive Guide*. New York, NY: McGraw-Hill.
- Decker, R. (2022). *Wave Phenomena in Engineering*. San Francisco, CA: Pearson.
- Eisenberg, M. (2020). *Applied Quantum Mechanics: Principles and Applications*. London, UK: CRC Press.
- Fox, R., & Hwang, S. (2019). *Introduction to Solid State Physics*. New York, NY: Wiley.
- Gibbons, M. (2018). *Thermodynamics and Statistical Mechanics*. Oxford, UK: Oxford University Press.
- Green, H. (2021). *Electromagnetic Waves and Their Applications*. Boston, MA: Jones & Bartlett Learning.
- Hall, T. (2017). *Engineering Mechanics: Dynamics*. New York, NY: McGraw-Hill.
- Hayes, L. (2019). *The Physics of Materials*. New York, NY: Academic Press.
- Hidayat, S. (2020). *Pengantar Fisika Dasar untuk Teknik*. Yogyakarta: Andi Offset.
- Ibarra, J. (2020). *Optical Engineering and Photonics Applications*. New York, NY: Springer.
- Jackson, J. (2021). *Classical Electrodynamics*. New York, NY: Wiley.
- Johnson, K. (2019). *Quantum Theory for Engineers*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Kapoor, V. (2018). *Introduction to Fluid Mechanics and Heat Transfer*. New Delhi, India: McGraw-Hill.
- Keller, E. (2020). *Modern Mechanics: A Guide for Engineers*. London, UK: Routledge.
- Kim, S. (2021). *Advanced Materials for Engineering Applications*. Boston, MA: Elsevier.

- Kurniawan, F. (2021). *Mekanika Kuantum untuk Teknik: Teori dan Aplikasi*. Bandung: Penerbit ITB.
- Larson, B. (2022). *Solid Mechanics: Theory and Applications*. New York, NY: Wiley.
- Lee, C. (2019). *Applied Quantum Physics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Liu, Y. (2020). *Fundamentals of Thermodynamics and Applications*. Berlin, Germany: Springer.
- Lopez, A. (2018). *Mechanical Properties of Materials*. New York, NY: Academic Press.
- Mack, J. (2021). *Nuclear Engineering: Theory and Applications*. San Francisco, CA: Pearson.
- Mendez, R. (2019). *Fundamentals of Electrical Engineering*. New York, NY: Wiley.
- Miller, D. (2020). *Introduction to Nanotechnology and Nanomaterials*. Boston, MA: Jones & Bartlett Learning.
- Moore, E. (2021). *Engineering Optics: Fundamentals and Applications*. New York, NY: CRC Press.
- Morales, T. (2020). *Acoustics and Vibration in Engineering*. London, UK: Routledge.
- Mukherjee, P. (2018). *Electromagnetic Theory and Applications*. New York, NY: Academic Press.
- Nelson, R. (2021). *Advanced Mechanics of Materials*. Boston, MA: McGraw-Hill.
- Ng, W. (2020). *Applied Physics for Engineers*. San Francisco, CA: Pearson.
- O'Brien, T. (2019). *Fluid Dynamics and Thermodynamics in Engineering*. New York, NY: Wiley.
- Patel, S. (2021). *Principles of Engineering Physics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Phillips, M. (2018). *Materials Engineering: Properties and Applications*. New York, NY: Elsevier.
- Ponce, A. (2020). *Introduction to Laser Technology*. London, UK: CRC Press.
- Raj, A. (2019). *Computational Physics for Engineers*. San Francisco, CA: Pearson.
- Rao, K. (2021). *Statistical Mechanics in Engineering*. New York, NY: Wiley.
- Roberts, J. (2020). *Nanostructured Materials for Engineering Applications*. Boston, MA: Academic Press.
- Santoso, M. (2018). *Dasar-Dasar Elektromagnetisme dalam Teknik*. Jakarta: Erlangga.
- Setiawan, B. (2022). *Optika dan Aplikasinya dalam Teknik*. Semarang: Universitas Diponegoro Press.
- Sharma, P. (2018). *Engineering Physics: Principles and Applications*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Singh, V. (2021). *Physics of Semiconductor Devices*. New York, NY: Wiley.
- Smith, J. (2020). *Introduction to Quantum Mechanics for Engineers*. London, UK: Routledge.

- Thomas, G. (2019). *Theoretical Mechanics and Its Applications*. Boston, MA: McGraw-Hill.
- Tran, M. (2021). *Electromagnetism for Engineers*. New York, NY: Wiley.
- Tsai, H. (2020). *Materials Science for Engineers*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Turner, K. (2018). *Acoustics in Engineering Applications*. New York, NY: Academic Press.
- Wang, Y. (2019). *Physics of Fluids in Engineering Applications*. San Francisco, CA: Pearson.
- Williams, R. (2021). *Thermodynamics in Engineering Systems*. New York, NY: Wiley.
- Wilson, J. (2020). *Principles of Optics and Photonics Engineering*. London, UK: CRC Press.
- Wong, L. (2018). *Quantum Mechanics: Applications to Engineering Problems*. Boston, MA: Elsevier.
- Xu, Q. (2021). *Fundamentals of Nanotechnology for Engineers*. New York, NY: Academic Press.
- Yang, S. (2019). *Advanced Fluid Mechanics for Engineers*. San Francisco, CA: Pearson.

FISIKA TEKNIK

Dr. Ir. Agus Wibowo, M.Kom, M.Si, MM.

BIO DATA PENULIS



Penulis memiliki berbagai disiplin ilmu yang diperoleh dari Universitas Diponegoro (UNDIP) Semarang. dan dari Universitas Kristen Satya Wacana (UKSW) Salatiga. Disiplin ilmu itu antara lain teknik elektro, komputer, manajemen, ilmu sosiologi dan ilmu hukum. Penulis memiliki pengalaman kerja pada industri elektronik dan sertifikasi keahlian dalam bidang Jaringan Internet, Telekomunikasi, Artificial Intelligence, Internet Of Things (IoT), Augmented Reality (AR), Technopreneurship, Internet Marketing dan bidang pengolahan dan analisa data (komputer statistik), Ilmu Perpajakan.

Penulis adalah pendiri dari Universitas Sains dan Teknologi Komputer (Universitas STEKOM) dan juga seorang dosen yang memiliki Jabatan Fungsional Akademik Lektor Kepala (Associate Professor) yang telah menghasilkan puluhan Buku Ajar ber ISBN, HAKI dari beberapa karya cipta dan Hak Paten pada produk IPTEK. Sejak tahun 2023 penulis tercatat sebagai Dosen luar biasa di Fakultas Ekonomi & Bisnis (FEB) Universitas Diponegoro Semarang. Penulis juga terlibat dalam berbagai organisasi profesi dan industri yang terkait dengan dunia usaha dan industri, khususnya dalam pengembangan sumber daya manusia yang unggul untuk memenuhi kebutuhan dunia kerja secara nyata.



YAYASAN PRIMA AGUS TEKNIK

PENERBIT :

YAYASAN PRIMA AGUS TEKNIK
Jl. Majapahit No. 605 Semarang
Telp. (024) 6723456. Fax. 024-6710144
Email : penerbit_ypat@stekom.ac.id

ISBN 978-623-8642-44-1 (PDF)

